∽ Baccalauréat STD2A 2017 ∽

L'intégrale de juin à novembre 2017

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat Polynésie 15 juin 2017 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **8 points**

Une entreprise souhaite reproduire des amphores gallo-romaines sur le modèle original ci-dessous.

L'amphore est obtenue par rotation autour d'un axe horizontal d'un profil $\mathscr{P}$ constitué de la réunion de la courbe $\mathscr{C}$ d'une fonction f et de deux segments [AB] et [CD].

Le but de l'exercice est de compléter le tracé du profil $\mathscr{P}$ sur le graphique (annexe 1).

Sur ce graphique, le segment vertical [AB] représente le fond de l'amphore et le segment horizontal [CD] représente le col de l'amphore, matérialisé par des pointillés sur la photo ci-dessus.

Dans le repère orthonormé de ce graphique, le point A a pour coordonnées $\left(-4\,;\,\dfrac{1}{2}\right)$, le point B a pour coordonnées $(-4\,;\,0)$, le point C a pour coordonnées $\left(2\,;\,\dfrac{1}{2}\right)$ et le point D a pour coordonnées $\left(3\,;\,\dfrac{1}{2}\right)$.

Partie A : Étude du profil du corps de l'amphore

La fonction f est définie sur $[-4\,;\,2]$ par

$$f(x) = -\frac{1}{16}\left(x^3 + 6x^2 - 40\right).$$

$\mathscr{C}$ est la courbe représentative de f dans le repère orthonormé précédent.

1. **a.** Calculer $f'(x)$.
   b. Étudier le signe de $3x^2 + 12x$ sur $\mathbb{R}$.
   c. En déduire le signe de $f'(x)$ et le tableau de variation de f sur l'intervalle $[-4\,;\,2]$.
   d. En quelle valeur la fonction f atteint-elle son maximum ?
   Donner la valeur de ce maximum.
2. Sur l'annexe 1, compléter le tableau de valeurs de la fonction f (les valeurs seront arrondies à 10^{-1} près).
3. Justifier que la courbe $\mathscr{C}$ passe par les points A et C.
4. Quel est le coefficient directeur de la tangente T au point C ?
5. Tracer, sur le graphique de l'annexe 1, la tangente T et la courbe $\mathscr{C}$?

Partie B : Tracé d'une anse et du profil de l'amphore

On va modéliser l'anse supérieure de l'amphore par un arc du cercle Γ équation :

$$(x-2)^2+(y-1)^2=\frac{1}{2}.$$

1. Donner les coordonnées du centre Ω de ce cercle et la valeur exacte de son rayon r.

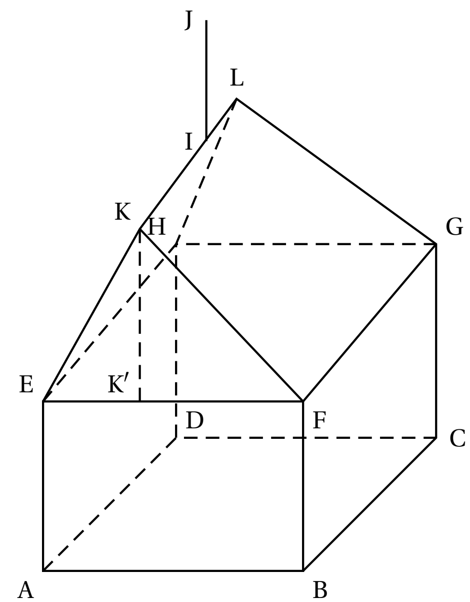
2. Déterminer les coordonnées des points d'intersection du cercle Γ et de la droite d'équation $y=\frac{1}{2}$.
En déduire les coordonnées du point E, intersection du cercle Γ et du segment [CD].

3. Compléter le graphique de l'annexe 1, en traçant l'arc du cercle Γ représentant l'anse supérieure de l'amphore.

4. Compléter le graphique en traçant le symétrique du profil $\mathscr{P}$ et de l'anse par rapport à l'axe des abscisses.

EXERCICE 2 **7 points**

Le dessin ci-contre représente une cabane en perspective parallèle.
ABCDEFCH est un pavé droit dont les faces ABCD et EFCH sont horizontales et constituent le sol et le plafond.
Les faces ABCD et EFCH sont des carrés.
EFGHKL est un prisme droit.
La base EFK de ce prisme est un triangle tel que EK = 2 m, FK = 2,5 m et EF = 3 m.



Les parties A et B sont indépendantes

Partie A : Angle et hauteur du toit

1. Montrer que $\cos\left(\widehat{\text{EFK}}\right)=0,75$.

2. En déduire :

a. une valeur approchée, à 0,1 degré près, de l'angle $\widehat{\text{EFK}}$.

b. une valeur approchée, à 1 cm près, de la hauteur KK′ du toit.

Partie B : Dessin en perspective centrale de la cabane

Dans cette partie, on convient de noter un point de l'espace par une lettre majuscule et de noter son image dans la perspective centrale par une lettre minuscule (a est l'image de A, b est l'image de B, ...).
Une représentation de la cabane, en perspective centrale est commencée sur l'annexe 2. La ligne d'horizon est tracée et le mur ABFE est frontal.
Cette représentation est à compléter et à rendre avec la copie. Aucune justification des tracés n'est attendue mais on laissera visibles les traits de construction.

1. Placer le point de fuite principal `w`.
2. Compléter le tracé de l'image du pavé droit ABCDEFGH.
3. Tracer l'image du toit EFGHKL.
4. Une antenne verticale représentée par le segment [IJ] est située au milieu de [KL]. Sa hauteur est identique à celle du toit. Tracer `[ij]`.

EXERCICE 3 **5 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.

On donne les points : $\text{A}\left(-1\,;\,\dfrac{3}{2}\right)$, $\text{B}\left(1\,;\,\dfrac{3}{2}\right)$ et $\text{C}(2\,;\,0)$.

1. **a.** Placer les points A, B et C dans le repère de l'annexe 3.

   b. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{\text{OA}}$ et $\overrightarrow{\text{CB}}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère OABC ?

   c. Calculer $\overrightarrow{\text{OA}}\cdot\overrightarrow{\text{OC}}$.

   d. En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\widehat{\text{AOC}}\right)$, puis une valeur approchée, arrondie au degré, de $\widehat{\text{AOC}}$.

2. **a.** Construire l'image de OABC par la translation de vecteur $\overrightarrow{\text{OC}}$ dans le repère de l'annexe 3.

   b. Construire l'image de OABC par la symétrie d'axe (OC) dans le repère de l'annexe 3.

   c. Poursuivre la construction du pavage du plan, commencée dans les questions 2. a. et 2. b., en utilisant uniquement les translations de vecteur $\overrightarrow{\text{OC}}$ ou $\overrightarrow{\text{CO}}$ et des symétries d'axe parallèle à (OC).

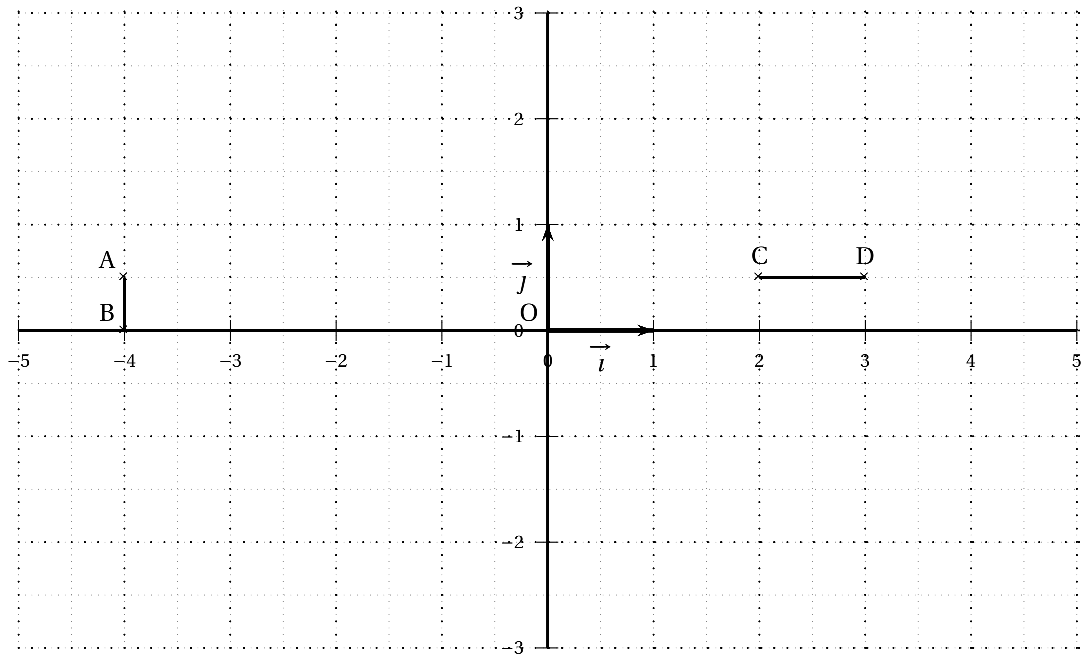
   (*On pavera la partie du plan définie par* $-6 \leqslant x \leqslant 6$ *et* $-3 \leqslant y \leqslant 3$).

3. En utilisant le quadrilatère OABC, construire sur l'annexe 4 un autre pavage. Citer les transformations utilisées.

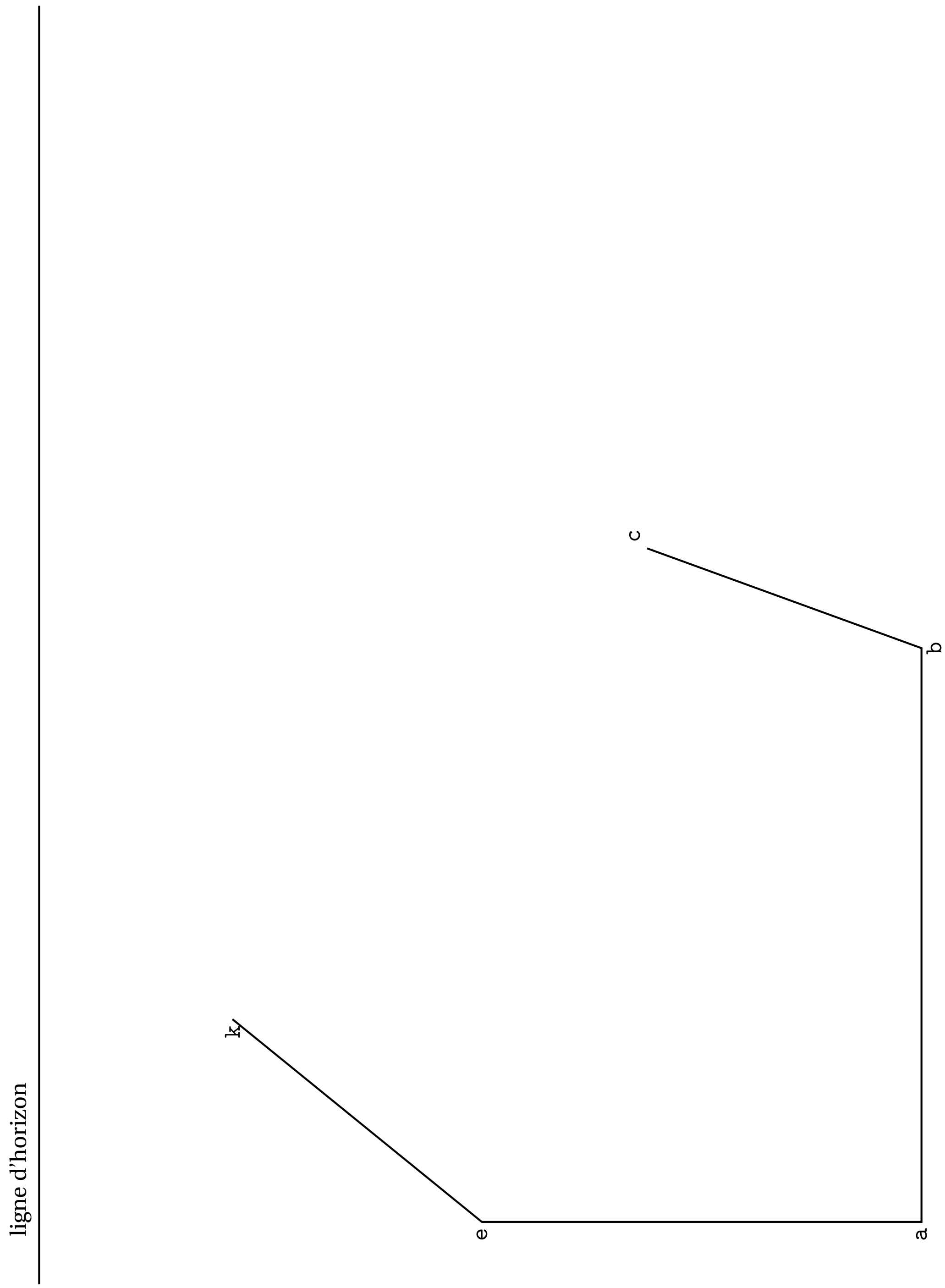
   (*On pavera la partie du plan définie par* $-6 \leqslant x \leqslant 6$ *et* $-3 \leqslant y \leqslant 3$).

Annexe 1 - Exercice 1 (à rendre avec la copie)

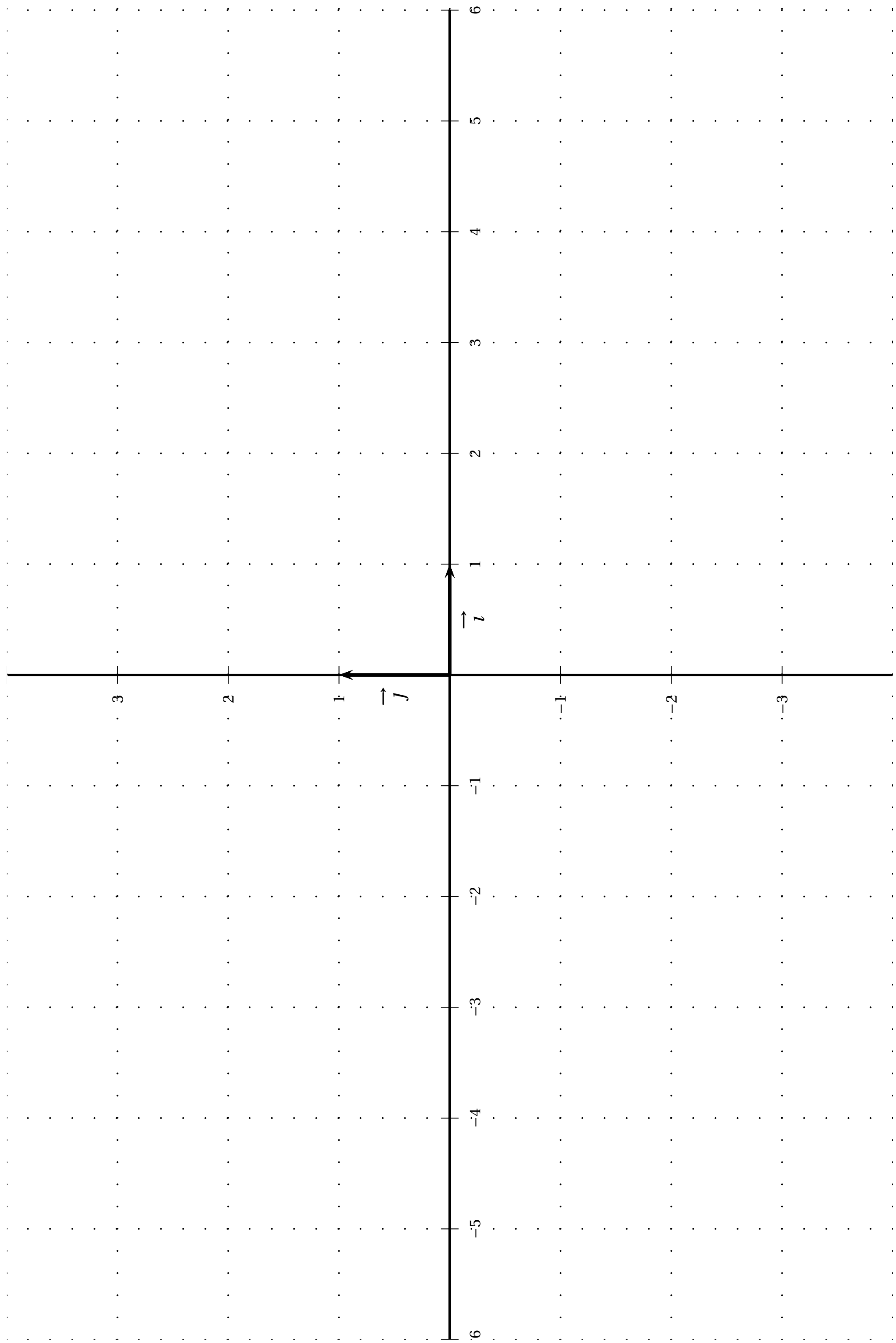
x	-4	$-3,5$	-3	$-2,5$	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$													



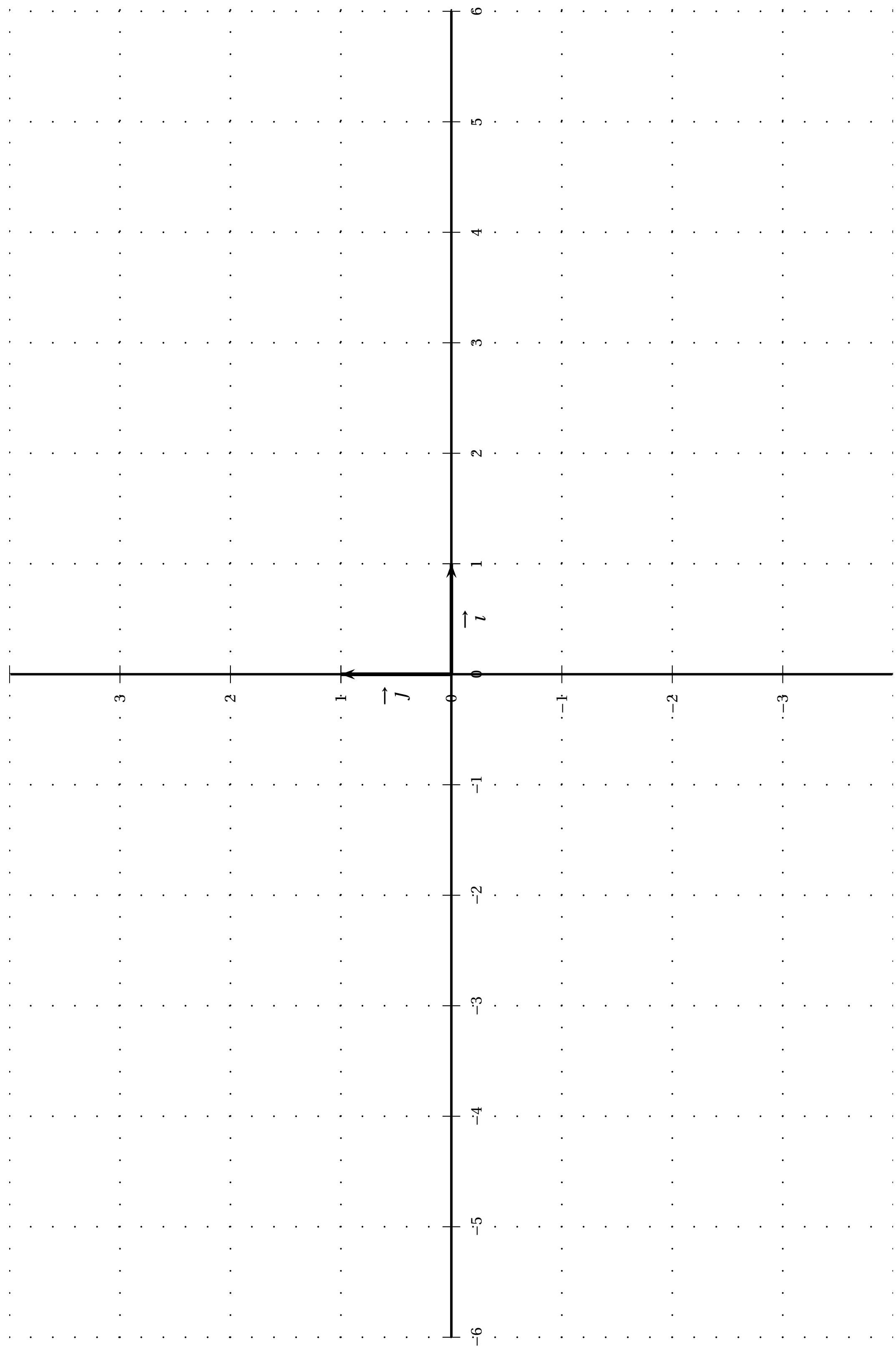
Annexe 2 - Exercice 2 (à rendre avec la copie)



Annexe 3 - Exercice 3, questions 1 et 2 (à rendre avec la copie)



Annexe 3 - Exercice 3, questions 3 (à rendre avec la copie)

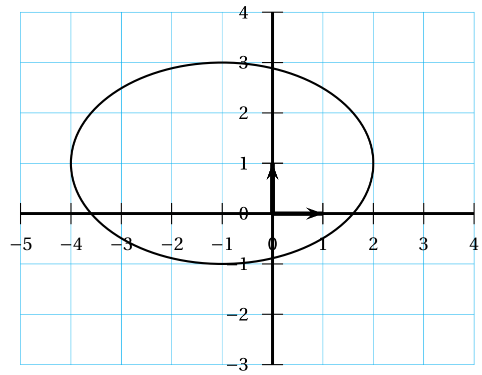


∽ Baccalauréat Antilles-Guyane 16 juin 2017 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **5 points**

Pour chaque question, une seule des propositions est exacte. Une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse n'ajoutent ni ne retirent aucun point.
Inscrire sur la copie la référence de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1. On a représenté une ellipse dans un repère orthonormal :

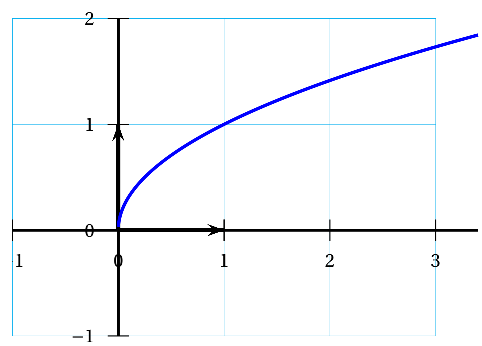


L'ellipse a pour équation réduite :

a. $\dfrac{(x-1)^2}{9}+\dfrac{(y+1)^2}{4}=1$	**b.** $\dfrac{(x+1)^2}{9}+\dfrac{(y-1)^2}{4}=1$
c. $\dfrac{(x+1)^2}{3}+\dfrac{(y-1)^2}{2}=1$	**d.** $\dfrac{(x-1)^2}{3}+\dfrac{(y+1)^2}{2}=1$

2.

On considère la fonction *puissance*, qui à tout nombre strictement positif x associe x^a , où a est un nombre strictement positif fixé.
On a représenté ci-contre la courbe représentative de cette fonction.



On peut déduire de l'allure de la courbe que :

a. $0<a<1$	**b.** $a>1$	**c.** $a=1$

3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x^2+7x-1.$$

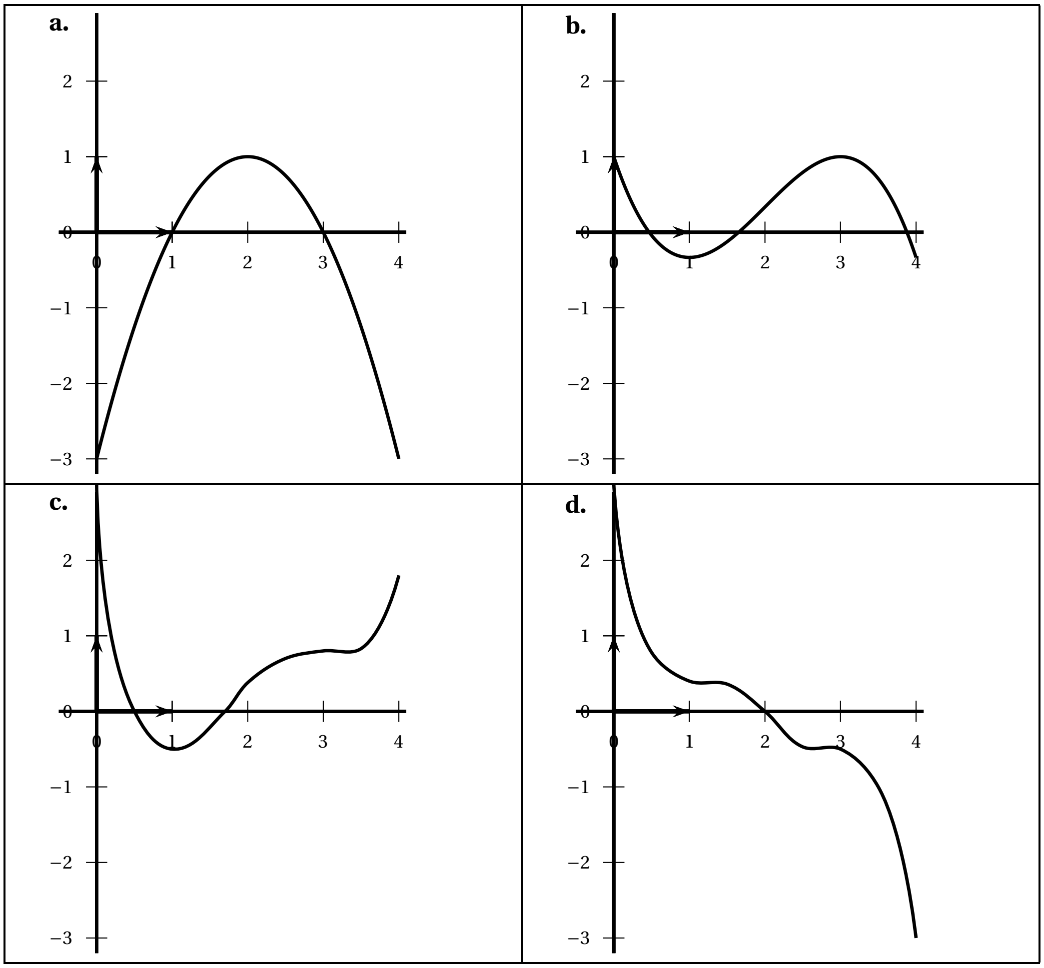
Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 1 est égal à :

a. 2,5	**b.** $-2,5$	**c.** -1	**d.** 0,5

4. Voici le tableau de signes de la fonction dérivée f' d'une fonction f, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,4]$:

x	0		1		3		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Retrouver la courbe représentative de la fonction f.



5. Soit $x > 0$, alors $\log\left(x^2 + x\right)$ est égal à

a. $\log\left(x^2\right) + \log(x)$	**b.** $\log\left(x^2\right) \times \log(x)$
c. $\log(x) + \log(x+1)$	**d.** $\log(x) \times \log(x+1)$

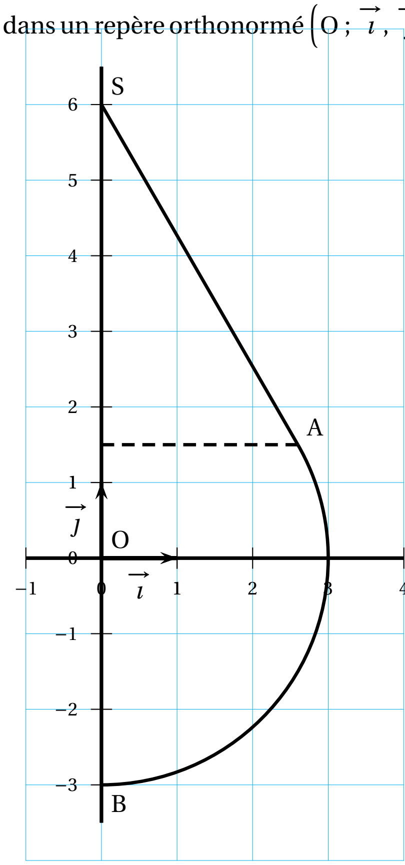
EXERCICE 2 **8 points**

On s'intéresse dans cet exercice à la conception de ce minuteur formé d'un cône et d'une sphère tronquée. Le rayon de la sphère est de 3 cm et la hauteur totale du minuteur est 9 cm.

Ce minuteur est un solide de révolution, construit par rotation autour d'un axe vertical d'un arc de cercle et d'un segment.

Partie A

Sur le graphique ci-contre, on a représenté le profil du minuteur dans un repère orthonormé $\left(O\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.



Un arc de cercle de centre O et de rayon 3 joint les points A et B. Un segment joint les points A et S. Les points B et S ont pour coordonnées B$(0\,;\,-3)$ et S$(0\,;\,6)$. Le point I est le milieu du segment [OS].
H est le pied de la hauteur issue de A dans le triangle OAS.
On a un raccord « lisse » entre la partie sphérique et la partie conique. La droite (AS) est donc tangente à l'arc de cercle au point A.
Dans cette partie, on cherche à déterminer les coordonnées exactes du point de raccord A. Pour des raisons d'ergonomie, on souhaite aussi que l'angle au sommet du cône n'excède pas 65°.

1. Justifier que le triangle OAS est rectangle en A.
2. En déduire que A appartient au cercle de centre I et de rayon 3.
3. Prouver que le triangle OAI est équilatéral.
4. L'angle au sommet du cône est-il bien inférieur à 65° ?
5. Montrer que le point A a pour coordonnées A$\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\,;\,\dfrac{3}{2}\right)$.

Partie B

Le concepteur souhaite que la masse du minuteur soit inférieure à 300 *grammes.*

1. Le volume d'un cône est égal au tiers du produit de sa hauteur par l'aire de sa base.
   a. Déduire de la question précédente la hauteur du cône et le rayon de sa base.
   b. En déduire que son volume vaut $V_c = \dfrac{81\pi}{8}\text{cm}^3$.

c. Déterminer la masse de la partie conique du minuteur, réalisée en plastique, sachant que la masse volumique du plastique est de 900 kg/m^3 (arrondir le résultat au gramme près).

2.

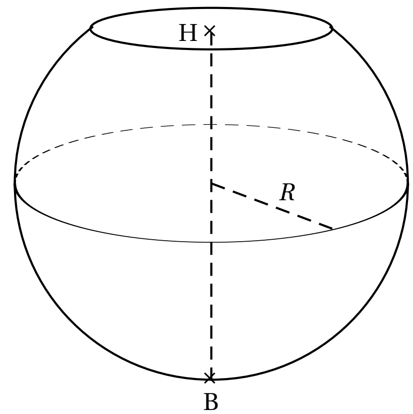
Le volume d'une sphère tronquée est donné par

$$V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$$

où R désigne le rayon de la sphère tronquée, et h sa hauteur (sur la figure ci-contre, h =HB).

a. Déduire de la question A. 5 la valeur de h.

b. En déduire que le volume de la sphère tronquée vaut $V_s = \dfrac{243\pi}{8}$ cm^3.



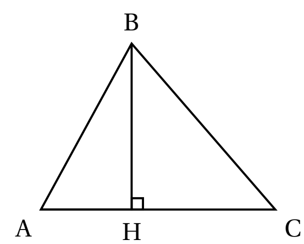
c. Cette partie du minuteur comporte une cavité de 30 cm^3. Déterminer la masse de cette partie, réalisée en aluminium, sachant que la masse volumique de l'aluminium est de 2 700 kg/m^3 (arrondir le résultat au gramme près).

d. Dans la cavité, on loge un mécanisme de 100 grammes. La masse totale du minuteur est-elle bien inférieure à 300 grammes ?

EXERCICE 3 **7 points**

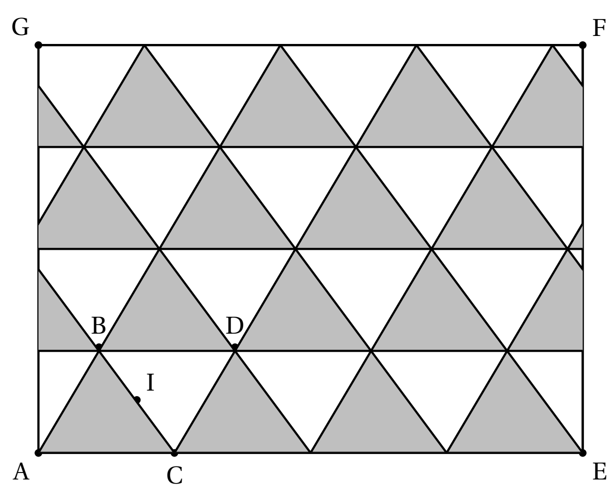
Partie A : Étude d'un pavage

Soit ABC un triangle tel que AB = 4 et AC = 5. La mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ vaut 60° et H est le pied de la hauteur issue de B.



1. Calculer la valeur exacte de BC.

2. On a pavé le rectangle AEFG ci-dessous.



a. Soit I le milieu de [BC] et D le symétrique de A par rapport à I.
Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifier la réponse.

b. Le pavage a été obtenu à partir du motif ABC.
Donner les transformations qui ont été nécessaires pour paver le plan.

Partie B : Représentation en perspective centrale

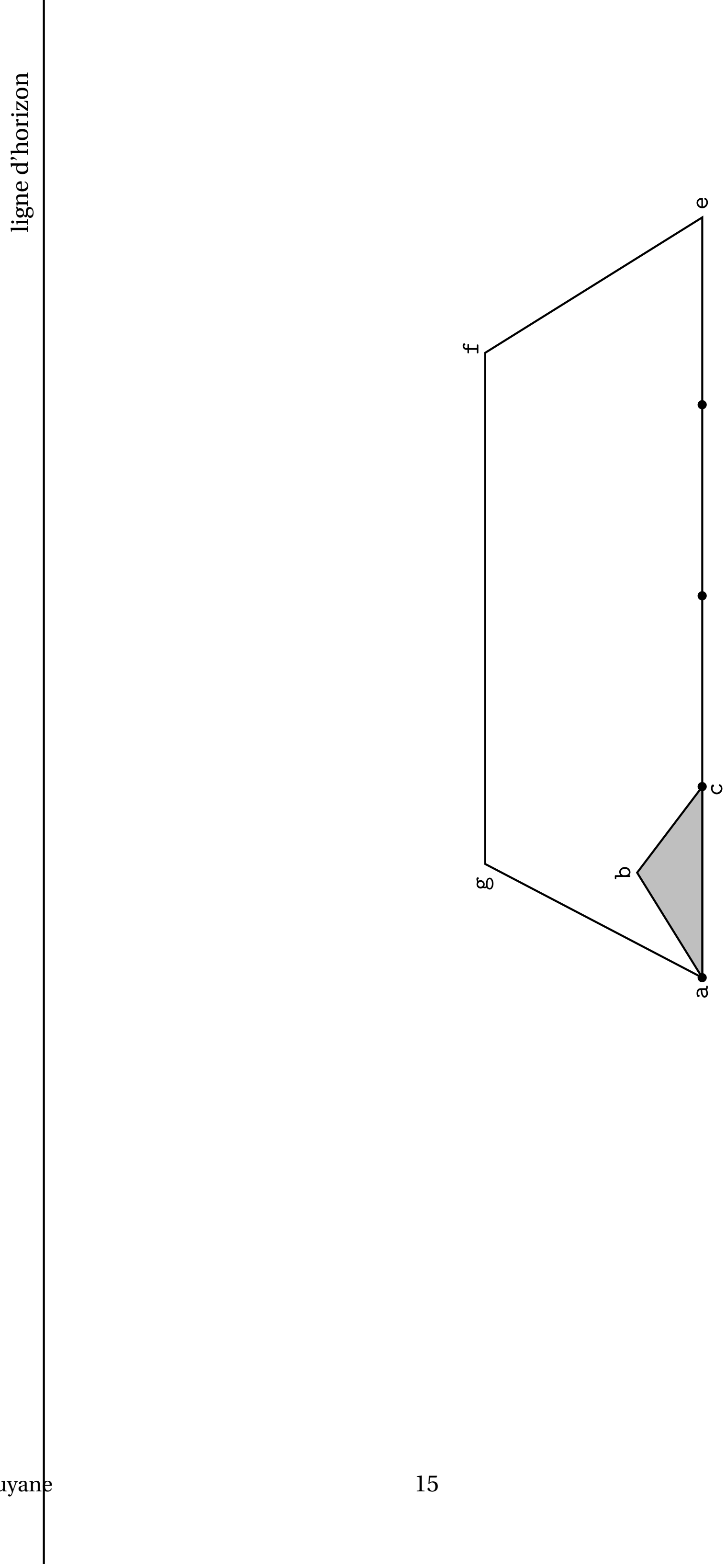
L'objectif de cette partie est de représenter en perspective centrale le pavage du rectangle AEFG. Les points nommés en majuscules dans la figure précédente seront nommés par la même lettre en minuscule dans la perspective centrale.

Sur les annexes 1 et 2 (**annexes à rendre avec la copie**), la ligne d'horizon a été tracée ainsi que le rectangle $\mathtt{aefg}$, la droite $(\mathtt{ae})$ est parallèle à la ligne d'horizon.

1. Sur l'annexe 1, déterminer et construire le point de fuite $\mathtt{p}$, puis placer $\mathtt{h}$ en justifiant la construction.
2. Dans toute la suite de l'exercice, on travaille sur l'annexe 2.
   a. Soit $\mathtt{n}$ le point d'intersection de $(\mathtt{ab})$ et de la ligne d'horizon.
   Justifier que $\mathtt{d}$ appartient à $(\mathtt{cn})$.
   b. Justifier que $\mathtt{d}$ appartient à la parallèle à $(\mathtt{ac})$ passant par $\mathtt{b}$.
   Construire alors $\mathtt{d}$.
3. Compléter la perspective centrale de tout le pavage du rectangle AEFG. Griser les triangles gris du pavage et laisser apparents les traits de construction.

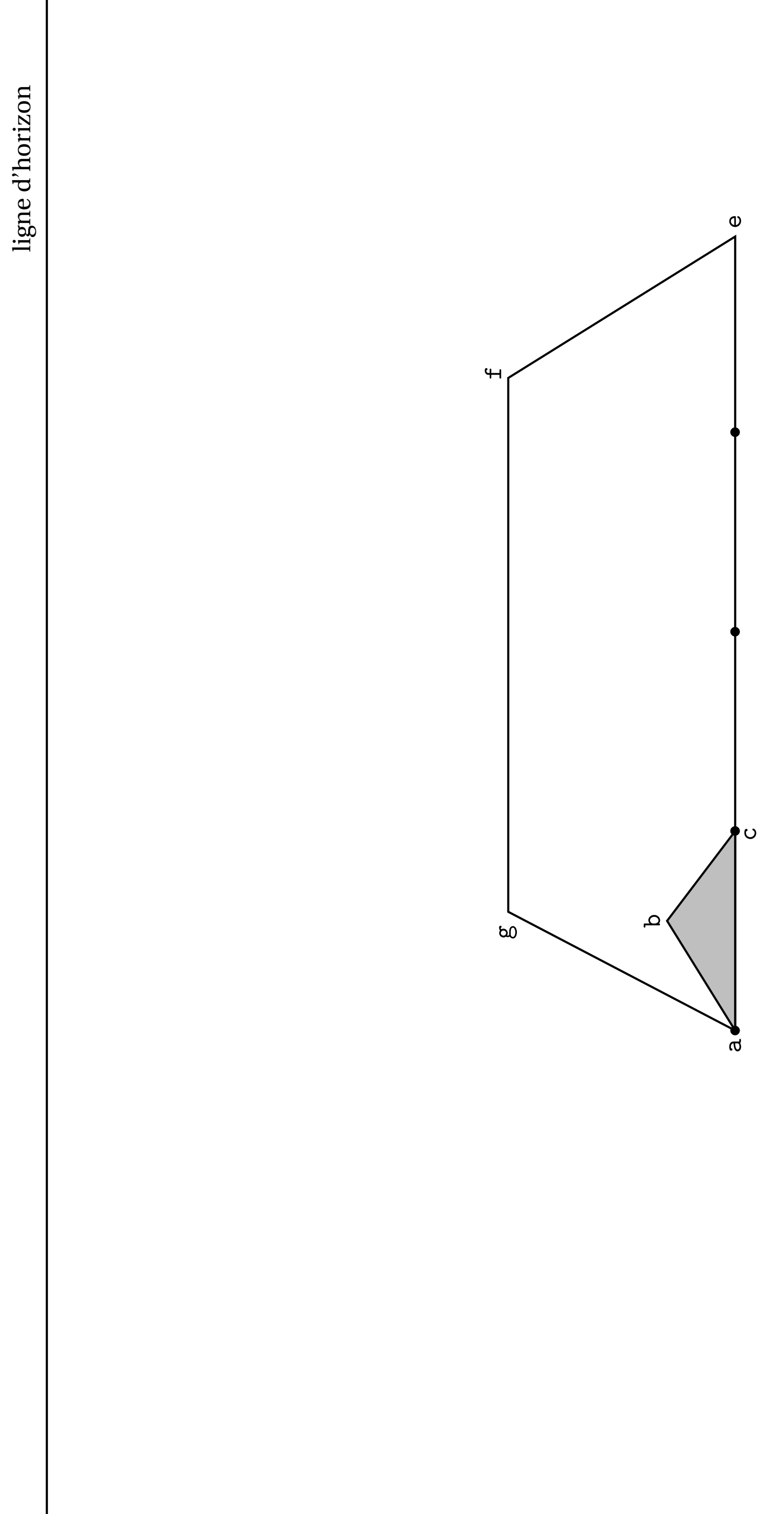
Annexe 1, à rendre avec la copie

Exercice 3, partie B, question 1



Annexe 2, à rendre avec la copie

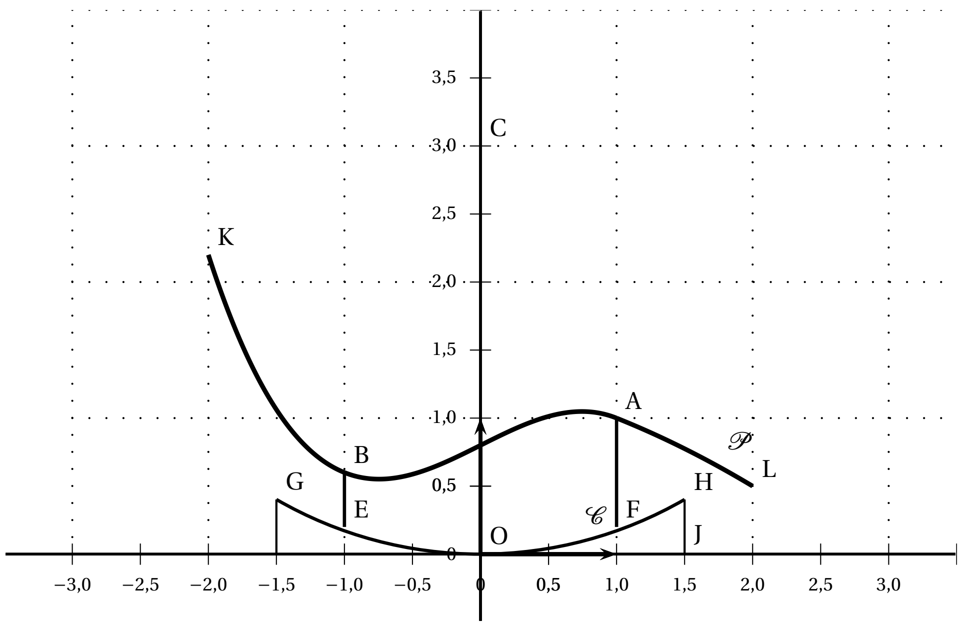
Exercice 3, partie B, question 2 et 3



∽ Baccalauréat Métropole–La Réunion 16 juin 2017 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **9 points**

Une équipe de designers revisite le célèbre fauteuil LC4 de Le Corbusier. La figure ci-dessous montre une représentation dans un repère orthonormal du profil de ce fauteuil. Une unité vaut 40 cm.
On définit les points O(0; 0), A(1; 1), C(0; 3), I(−1,5 ; 0), J(1,5; 0) et K(−2 ; 2,2).



On appelle **assise** du fauteuil l'arc reliant les points A et K.
On appelle $\mathscr{C}$ le cercle de centre C passant par O.
On appelle **socle** du fauteuil la partie composée de l'arc du cercle $\mathscr{C}$ reliant G à H et des segments [GI] et [HJ] qui sont perpendiculaires au sol.
L'assise est fixée au socle par des montants représentés par les segments [BE] et [AF] qui sont perpendiculaires au sol. Le sol est représenté par l'axe des abscisses du repère.
On appelle **repose-pieds** du fauteuil l'arc $\mathscr{P}$ reliant les points A et L.
L'assise étant au-dessus du socle, l'ordonnée du point H est inférieure à celle du point A.

Partie A : Étude du socle

1. Donner une équation cartésienne de $\mathscr{C}$.
2. En déduire l'ordonnée du point H puis la longueur HJ en cm.
3. a. En déduire les coordonnées du point G.
   b. Construire le profil du socle sur **l'annexe 1 à rendre avec la copie**.

Partie B : Étude de l'assise

L'assise du fauteuil est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle [−2 ; 1] par :

$$f(x) = -0,3x^3 + 0,5x + 0,8.$$

On note $\mathscr{F}$ sa courbe représentative.

1. Compléter le tableau de valeurs de **l'annexe 1 à rendre avec la copie**.
   On arrondira les résultats au dixième.
2. Placer les points correspondants dans le repère de **l'annexe 1 à rendre avec la copie** et esquisser l'allure de la courbe $\mathscr{F}$.
3. Déterminer l'expression de $f'(x)$.
4. Vérifier que $f'(1) = -\dfrac{2}{5}$. Tracer la tangente à la courbe $\mathscr{F}$ en A.
5. **a.** Démontrer que $f'(x) = 0$ si et seulement si $x = -\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ ou $x = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.
   b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-2\,;\,1]$.
   c. Donner le tableau de variation de f sur l'intervalle $[-2\,;\,1]$.

Partie C : Étude du repose-pieds

Le repose-pieds $\mathscr{P}$ est modélisé par une fonction polynôme du second degré g définie sur l'intervalle $[1\,;\,2]$ par

$$g(x) = ax^2 + bx + c.$$

Dans cette partie, on cherche les valeurs des paramètres a, b et c pour que la courbe représentative de la fonction g respecte les trois contraintes suivantes :

— A(1 ; 1) appartient à $\mathscr{P}$;

— L(2 ; 0,5) appartient à $\mathscr{P}$;

— le raccord avec l'assise, au point A, est *lisse*, c'est-à-dire que $f'(1) = g'(1)$.

1. Traduire la troisième condition en termes de tangentes aux courbes $\mathscr{F}$ et $\mathscr{P}$.
2. Expliquer pourquoi les trois nombres a, b et c sont les solutions du système suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} a+\ \ b+c &=& 1\\ 4a+2b+c &=& 0,5\\ 2a+\ \ b\quad\ &=& -\dfrac{2}{5}\end{array}\right.$$

3. Vérifier que le système précédent équivaut à :

$$\left\{\begin{array}{lcl} c &=& 1-a-b\\ 3a+b &=& -0,5\\ 2a+b &=& -0,4\end{array}\right.$$

4. Résoudre ce second système.
5. On admet que $g(x) = -0,1x^2 - 0,2x + 1,3$.
   Tracer l'arc de parabole $\mathscr{P}$ dans la figure de **l'annexe 1 à rendre avec la copie**.

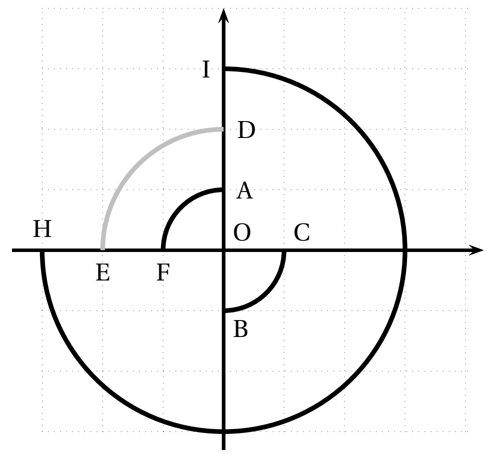
EXERCICE 2 **5 points**

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes

1. ABC est un triangle tel que AB = 5 cm, BC = 9 cm, CA = 7 cm.
   Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{\text{BAC}}$. *On arrondira le résultat au degré.*
2. Déterminer la valeur de I tel que $10\log\left(\dfrac{I}{10^{-7}}\right) = 20$.

3.

La figure ci-contre représente un logo composé de quatre arcs de cercles concentriques, de centre le point O qui est l'origine du repère orthonormal du plan (O, C, A).
On rappelle que le sens de rotation positif est le sens contraire des aiguilles d'une montre.



a. L'arc reliant les points B et C admet pour représentation paramétrique

$$\left\{\begin{array}{lcl} x(t) & = & \cos(t) \\ y(t) & = & \sin(t) \end{array}\right., \ t \in \left[\frac{3\pi}{2}\ ;\ 2\pi\right].$$

À l'aide d'une lecture graphique, donner une représentation paramétrique de l'arc de cercle reliant les points D et E.

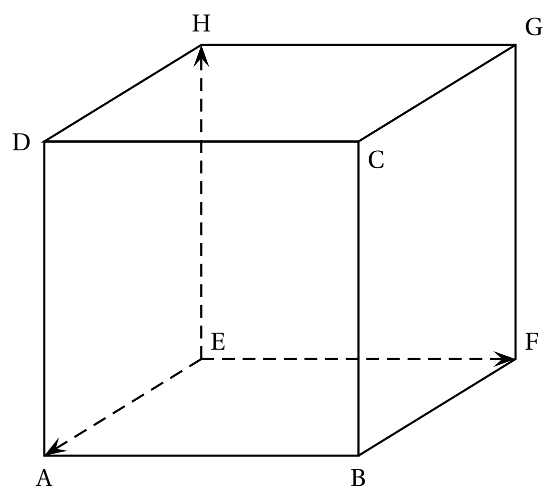
b. Dans un autre projet de logo, seul le plus grand arc de cercle est conservé, les trois autres arcs de cercle sont remplacés par une ellipse passant par le point E et dont le petit axe est [AB].

L'équation $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ est-elle une équation cartésienne de cette ellipse ?
Justifier la réponse.

4.

Dans la figure ci-contre, ABCDEFGH est un cube et $\left(\text{E}\ ;\ \overrightarrow{\text{EA}},\ \overrightarrow{\text{EF}},\ \overrightarrow{\text{EH}}\right)$ est un repère orthonormal de l'espace.

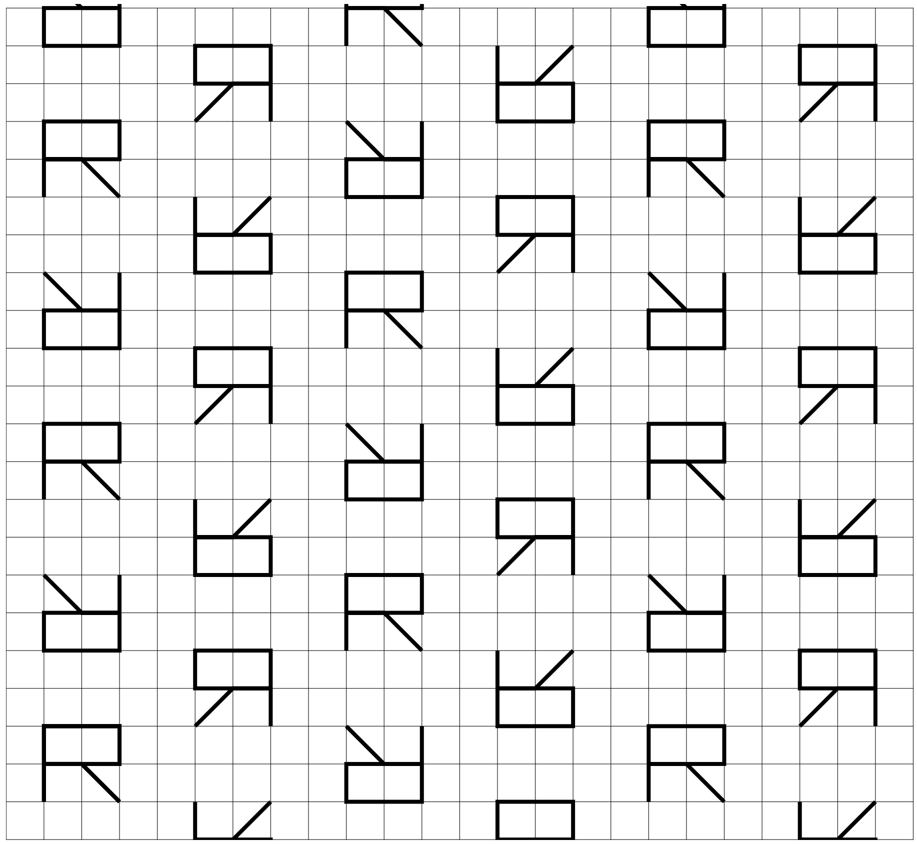
Les vecteurs $\overrightarrow{\text{BD}}$ et $\overrightarrow{\text{DE}}$ sont-ils orthogonaux ? Justifier.



EXERCICE 3 **6 points**

Les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante

Partie A : Un pavage



La figure ci-dessus montre un pavage obtenu à partir d'un « carreau » constitué d'un carré sur lequel est représenté un « R » stylisé. Ce « carreau » est grisé sur **l'annexe 2 à rendre avec la copie.**

1. **Réalisation du pavage**

   Le pavage peut être réalisé en translatant un « motif élémentaire » par répétition de deux translations. Sur **l'annexe 2 à rendre avec la copie**, repasser en couleur le contour d'un « motif élémentaire » et représenter les vecteurs définissant ces translations.

2. **Étude du pavage**

   a. Par quelle transformation du plan passe-t-on du « carreau » numéroté 1 au « carreau » numéroté 2 ?

   *On ajoutera les éléments permettant de définir cette transformation sur le pavage de **l'annexe** 2 **à rendre avec la copie**.*

   b. Par quelle transformation du plan passe-t-on du « carreau » numéroté 1 au « carreau » numéroté 3 ?

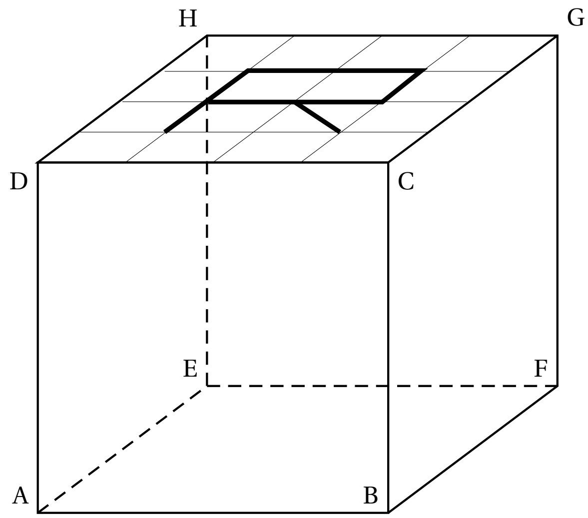
   *On ajoutera sur le pavage de **l'annexe** 2 **à rendre avec la copie** les éléments permettant de définir cette transformation.*

   c. On passe du « carreau numéroté 4 au « carreau » numéroté 5 en appliquant successivement deux transformations. Quelles sont ces transformations ?

   *On ajoutera sur le pavage de **l'annexe** 2 **à rendre avec la copie** les éléments permettant de définir ces transformations.*

Partie B : Modèle en perspective

On souhaite paver une cour afin de réaliser un pavage identique à celui représenté dans la partie A. On fabrique dans ce but des pavés cubiques identiques au pavé ABCDEFGH représenté ci-dessous en perspective parallèle. Un motif représentant un « R » stylisé est inscrit dans la face carrée supérieure de chacun de ces pavés comme cela est représenté ci-dessous.



Dans l'annexe 3 à rendre avec la copie, on a commencé à représenter en perspective centrale le pavé représenté ci-dessus en perspective parallèle. Les points a, b, c, ... représentent respectivement les points A, B, C, ...

On complètera au fur et à mesure la représentation du pavé ***sur l'annexe*** *3* ***à rendre avec la copie.***

On laissera apparents les traits de construction.

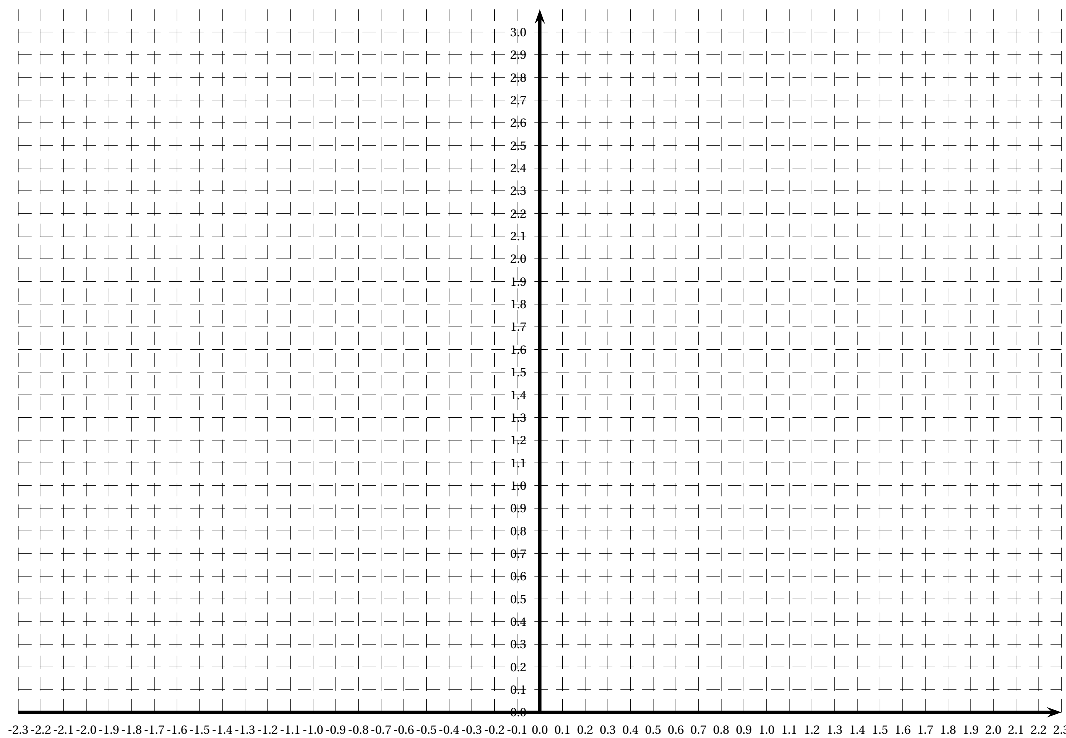
1. La face ABCD se situe dans un plan frontal. Construire le point e en justifiant la construction.
2. Dans la représentation en perspective parallèle, les droites (BF) et (CG) sont parallèles. Dans la représentation en perspective centrale, les droites (bf) et (cg) ne le sont pas. Pourquoi et où se coupent-elles ?
3. Représenter le cube $abcdefgh$.
4. Construire le point m, image du centre de la face supérieure CDHG du cube. En déduire le quadrillage de la face supérieure CDHG du cube.
5. Terminer la représentation du pavé en perspective centrale. On repassera le motif « R » stylisé en couleur.

Annexe 1 à rendre avec la copie

EXERCICE 1

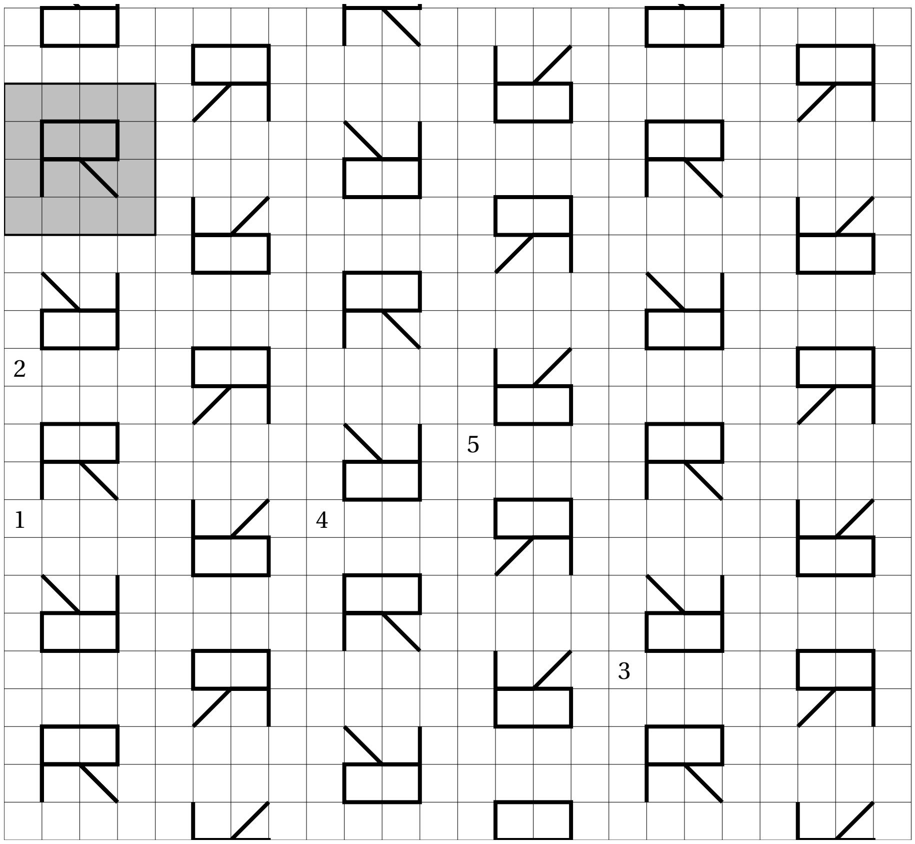
x	-2	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	0,5	1
$f(x)$							

Annexe 1 à rendre avec la copie



Annexe 2 à rendre avec la copie

EXERCICE 3 - Partie A



EXERCICE 3 - Partie B

ligne d'horizon

× f

a×

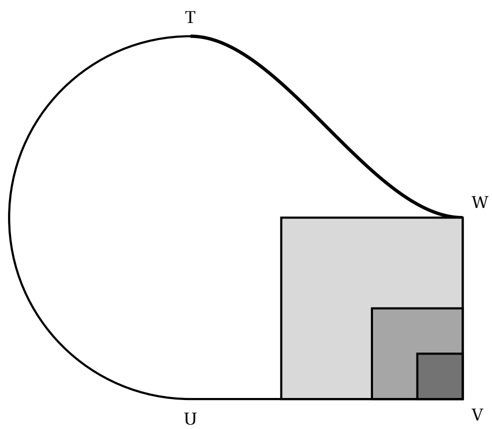
× b

Baccalauréat STD2A 7 septembre 2017
Métropole–La Réunion

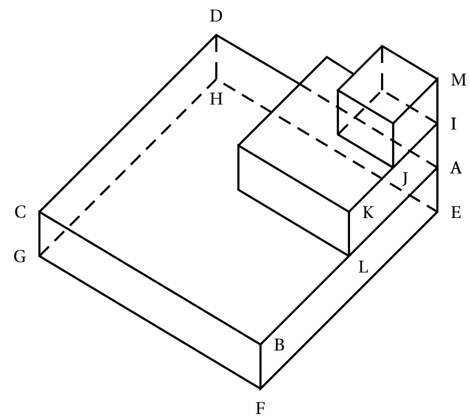
EXERCICE 1 **9 points**

Un architecte a conçu un bassin aquatique comportant trois marches.
La « Vue de dessus » de ce bassin et une représentation en perspective parallèle de ses trois marches sont données ci-dessous.
Les parties grisées de la « Vue de dessus » figurent les emplacements des trois marches.

« Vue de dessus »



« Les trois marches du bassin »



Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante

Le contour du bassin représenté dans la « vue de dessus » est constitué du demi-cercle de diamètre [TU], des deux segments [UV] et [VW] et d'une courbe $\mathscr{C}$, reliant T à W, étudiée dans la partie A.
On a de plus : TU = 8 m ; UV = 6 m et VW = 4 m.
Les trois marches de la piscine sont des pavés droits à bases carrées, de côtés respectifs 4 m, 2 m et 1 m. Ces trois pavés droits sont empilés de sorte que les points E, A, I, et M soient alignés. L est le milieu de l'arête [AB]. J est le milieu de l'arête [IK]. Chacune des trois marches a une hauteur de 40cm.

Partie A : Contour du bassin

Une partie du contour du bassin est représentée dans le repère orthonormal de l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.

1. Par lecture graphique, donner une représentation paramétrique du demi-cercle de diamètre [TU].
2. La courbe $\mathscr{C}$ reliant T à W qui complète le contour du bassin représente un polynôme de degré 3 défini sur l'intervalle $[0 ; 6]$ par
   $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ou a, b, c et d sont des réels.
   Pour que le raccordement soit parfait, la courbe $\mathscr{C}$ doit passer par les points T(0 ; 8) et W(6 ; 4) et ses tangentes en chacun de ces points doivent être horizontales.
   a. Après avoir précisé les valeurs de $f(0)$ et $f'(0)$, déterminer les valeurs de c et d.
   b. Justifier que les réels a et b sont solutions du système $\left\{\begin{array}{rcl} 54a+9b &=& 1\\ 9a+b &=& 0\end{array}\right.$.
   c. Déterminer les valeurs de a et b.
3. On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ par

$$f(x) = \frac{1}{27}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 8.$$

a. On note f' la dérivée de f. Calculer $f'(x)$.

b. Justifier que la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle $[0\,;\,6]$.

c. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 3.

d. Dans le repère de l'**annexe 1 à rendre avec la copie**, tracer les tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ au point T, au point W et au point d'abscisse 3 puis tracer l'allure de la courbe $\mathscr{C}$.

Partie B : Étude des marches du bassin

Sur l'**annexe 1 à rendre avec la copie**, on a représenté la marche ABCDEFGH en perspective centrale.
a, b, c, d, e , f, g et h sont les images respectives des points A, B, C, D, E, F, G et H.
L'arête (ae) se situe dans un plan frontal.

1. Justifier que les droites (ab) et (cd) sont sécantes en un point que l'on nommera k_1.
On admet que, de même, les droites (cb) et (ad) sont sécantes en un point nommé k_2.

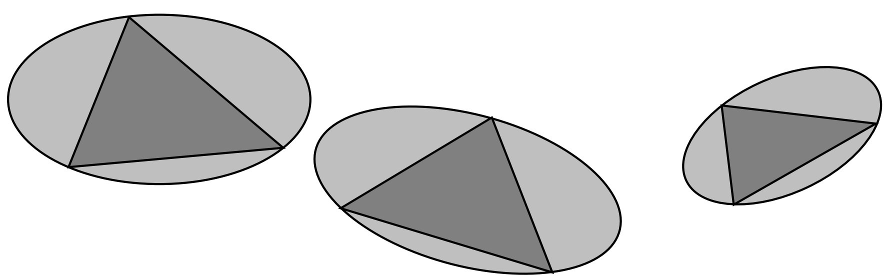
2. Sur **l'annexe 1 à rendre avec la copie**, tracer la droite (k_1k_2).
Que représente cette droite dans la représentation en perspective centrale ?

3. Que représente le centre de la face ABCD pour la marche dont l'un des sommets est le point K ? Justifier.

4. Compléter la représentation en perspective centrale de l'**annexe 1 à rendre avec la copie**, en construisant l'image de la marche dont l'un des sommets est le point K.
On laissera apparents les traits de construction et on repassera en couleur la marche dont l'un des sommets est le point K.

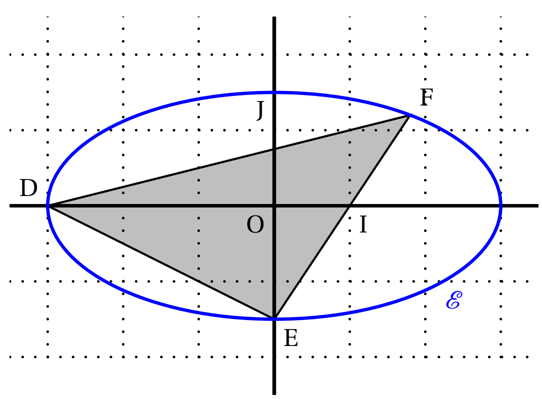
EXERCICE 2 **6 points**

Un artiste concoit des vitraux bicolores de forme elliptique comme ceux représentés ci-dessous.



Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante

Le premier vitrail est représenté ci-dessous dans un repère orthonormal (O, I, J). La courbe $\mathscr{C}$ passant par les points D, E et F est une ellipse de centre O.
Les points D et E sont deux des sommets de l'ellipse $\mathscr{E}$.



Partie A : Étude d'un premier vitrail

1. Donner l'équation réduite de l'ellipse $\mathscr{E}$ sachant que les coordonnées des points D et E sont D$(3\,;0)$ et E$(0\,;\,-1,5)$.
2. On admet que les coordonnées du point F sont F(1,8 ; 1,2).
   a. Vérifier que le point F appartient bien à l'ellipse $\mathscr{E}$.
   b. Le triangle DEF est-il rectangle en E ? Justifier.
   Sur l'**annexe 2 à rendre avec la copie**, on a représenté, dans un repère orthonormal (O, I, J), l'ellipse F de centre O qui donne sa forme à un second vitrail. Les points A(4 ; 0) et B(0 ; 2) sont deux sommets de l'ellipse F. On cherche le point C de l'ellipse F tel que le triangle ABC soit rectangle en B.

Partie B : Étude d'un second vitrail

1. Tracer le triangle ABC dans le repère de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.
2. On admet que l'ordonnée du point C est solution de l'équation (E) :

$$17y^2 - 4y - 60 = 0.$$

   a. Résoudre l'équation (E) dans $\mathbb{R}$. En déduire l'ordonnée du point C.
   b. Déterminer l'abscisse du point C.

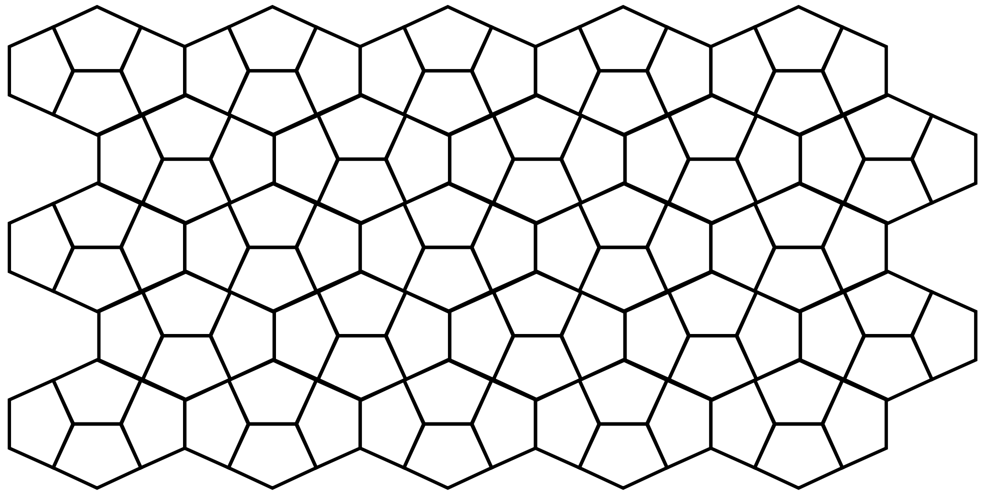
Partie C : Ombres au sol

L'artiste souhaite exposer ses œuvres en les faisant reposer sur des pieds comme le montre la représentation en perspective parallèle de l'annexe 2 à rendre avec la copie.
Les trois pieds [AA], [BB] et [CC] sont verticaux et de même hauteur. Le sol de la salle d'exposition est plat et horizontal.
Pour éclairer son œuvre, l'artiste utilise un projecteur représenté par le segment [SL]. Le pied du projecteur est vertical et repose sur le sol en S. La source lumineuse se situe en L au-dessus du plan de la table.

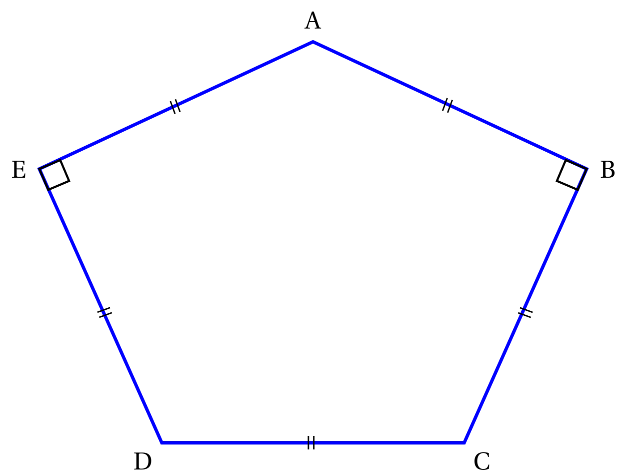
1. Justifier que les droites (LA) et (SA) sont sécantes. À quoi correspond leur point d'intersection ?
2. Construire l'ombre au sol du pied $[AA']$.
3. Construire puis repasser en couleur l'ombre au sol du triangle ABC.
   On laissera apparents les traits de construction.

EXERCICE 3 **5 points**

Certaines rues de la ville du Caire sont pavées d'une facon bien particulière. En géométrie, on parle ainsi de « pavages du Caire ». À l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, on a construit un « pavage du Caire » représenté ci-dessous.



Dans cet exercice, on étudie le cas particulier ou le pentagone qui constitue le motif élémentaire de ce type de pavage possède deux angles droits et cinq cotés de même longueur comme sur la figure ci-dessous.



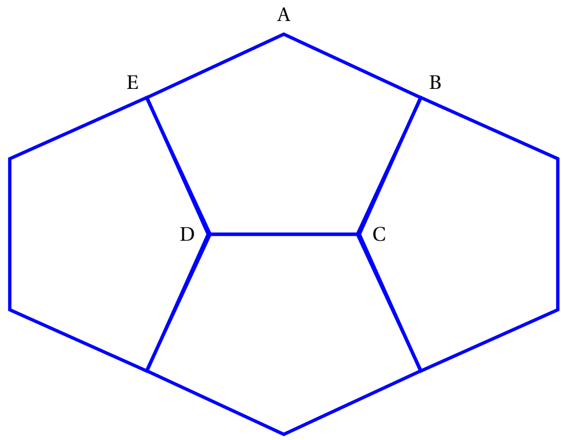
Partie A : Le pentagone

Dans cette partie, on suppose que AB = 3 cm.

1. Calculer la longueur AC.
2. À l'aide du théorème d'Al-Kashi, déterminer la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{\text{CAD}}$.
   On arrondira le résultat au degré.
3. Les angles $\widehat{\text{EAB}}$ et $\widehat{\text{EDC}}$ sont-ils égaux ? Justifier.
4. Déterminer l'aire du pentagone ABCDE. On arrondira le résultat au cm^2.

Partie B : Le pavage

1. Quatre pentagones identiques permettent de former un hexagone comme le montre la figure ci-dessous.



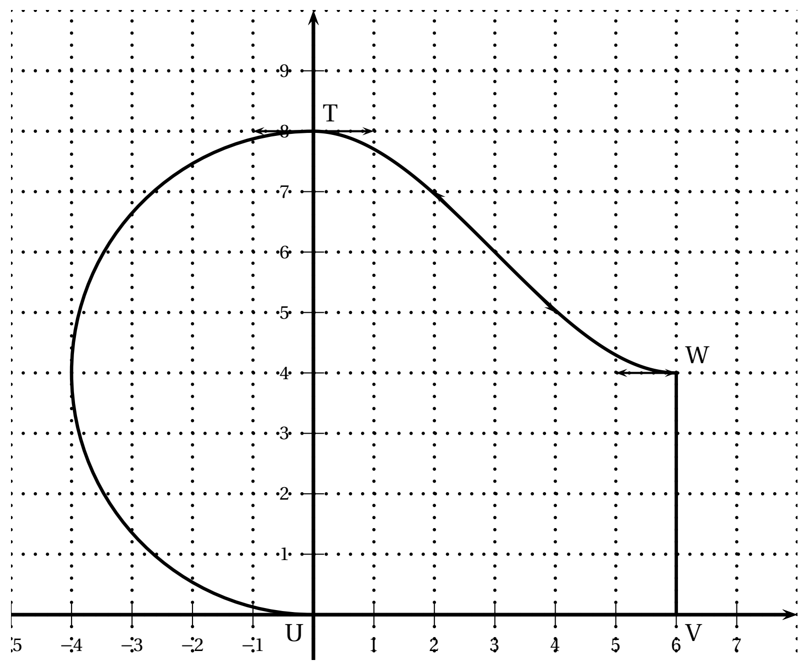
a. Quelles transformations permettent d'obtenir cet hexagone à partir du pentagone ABCDE ?

b. L'hexagone obtenu précédemment permet de paver le plan comme le montre la figure de **l'annexe 3 à rendre avec la copie**. Définir, à l'aide des points A, A_1, A_2, A_3, A_4 et A_5, les vecteurs des translations qui permettent de paver le plan à partir de cet hexagone.

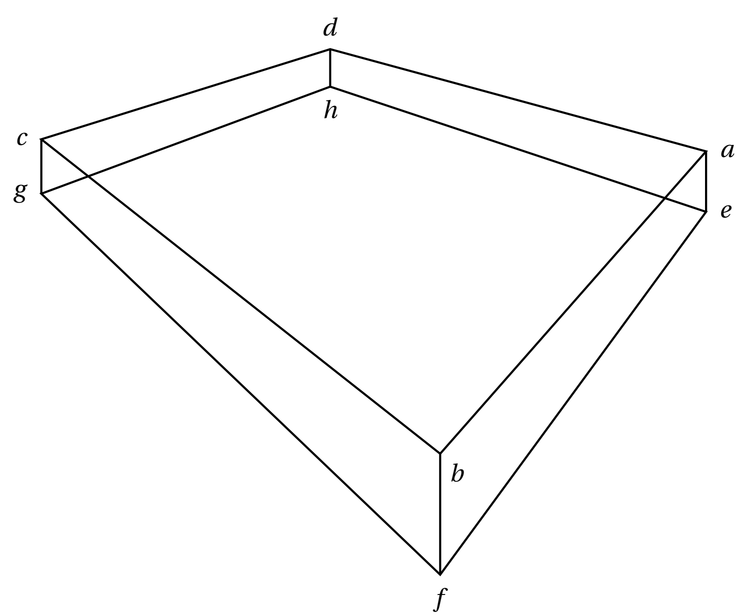
2. Identifier une autre facon de regrouper quatre pentagones identiques pour réaliser un motif qui permette de paver le plan en utilisant uniquement des translations.
*On repassera en couleur ce motif sur la figure de l'**annexe 3 à rendre avec la copie**.*

Annexe 1 à rendre avec la copie

EXERCICE 1 - Partie A

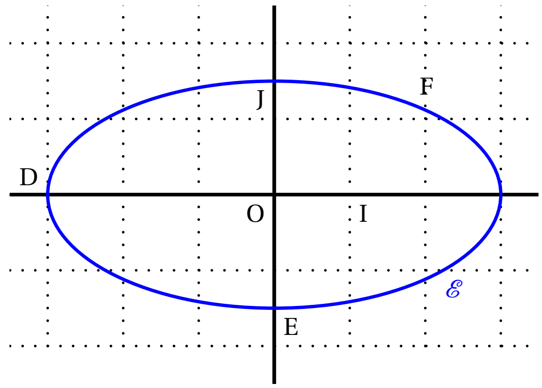


EXERCICE 1 – partie B

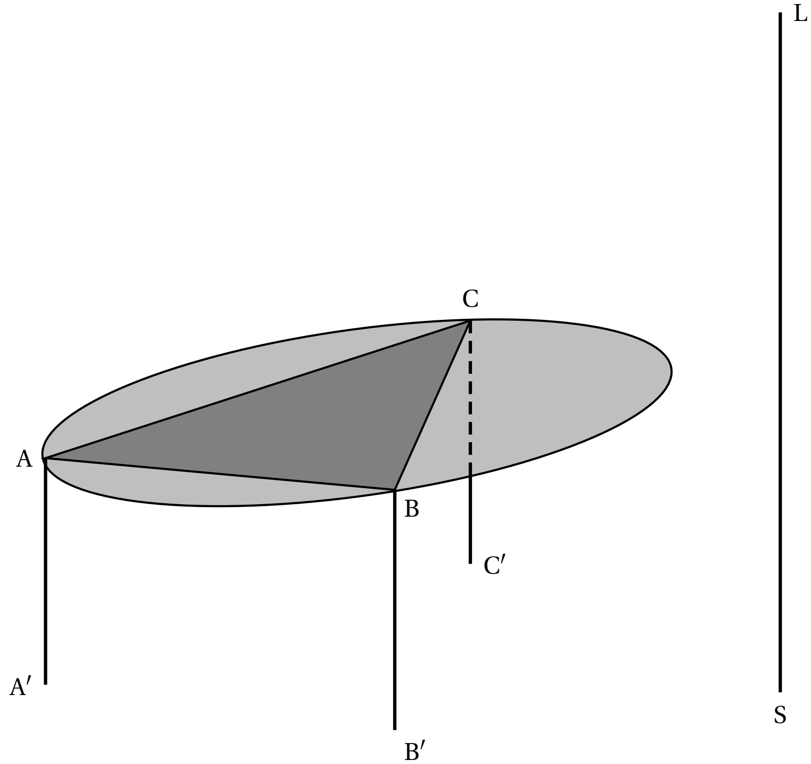


Annexe 2 à rendre avec la copie

EXERCICE 2 – partie B

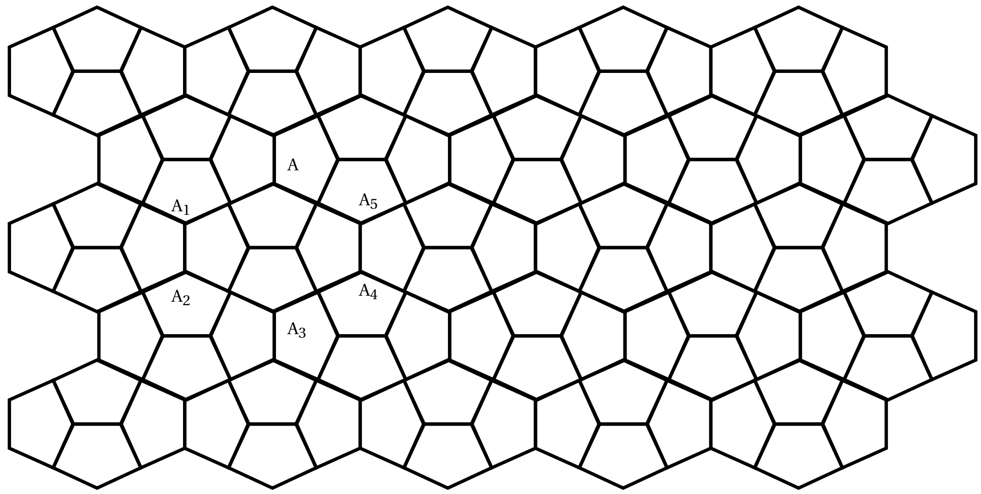


EXERCICE 2 – partie C



Annexe 3 à rendre avec la copie

EXERCICE 3 – Partie B



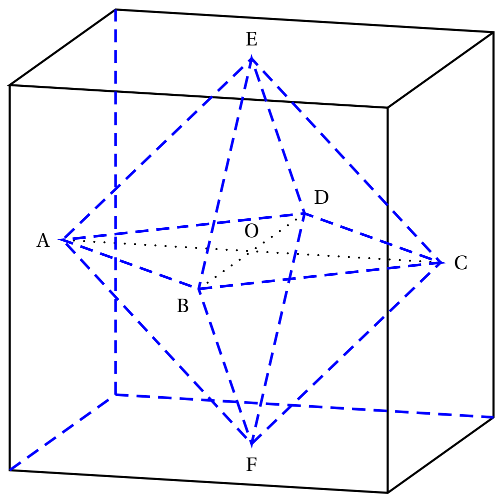
Baccalauréat Nouvelle Calédonie 28 novembre 2017
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **8 points**

Dans les jeux de rôles, on utilise différents types de dés en plus du classique dé à six faces afin d'obtenir des résultats différents. Les polyèdres réguliers, connus aussi sous le nom de « solides de Platon », permettent d'obtenir des dés équiprobables, chaque face ayant la même probabilité de sortir à chaque tirage. Par exemple, un dé à huit faces a la forme d'un octaèdre régulier.

Partie A : Étude de l'octaèdre régulier

Un octaèdre régulier peut-être obtenu à partir d'un cube en prenant pour sommets de l'octaèdre les centres des faces du cube.
On a représenté ci-dessous, en perspective parallèle, un octaèdre régulier ABCDEF inscrit dans un cube dont l'arête mesure 2 cm.
Le point O est le point d'intersection des diagonales du quadrilatère ABCD.



On admet que $\left(O\,;\,\overrightarrow{OA},\,\overrightarrow{OB},\,\overrightarrow{OE}\right)$ est un repère orthonormal de l'espace.

1. a. Donner les coordonnées des sommets de l'octaèdre régulier ABCDEF dans le repère orthonormal de l'espace $\left(O\,;\,\overrightarrow{OA},\,\overrightarrow{OB},\,\overrightarrow{OE}\right)$.
   b. Que peut-on dire de la sphère de centre O passant par A ?
   c. Calculer la longueur AE de l'arête de l'octaèdre régulier ABCDEF.
2. Les droites (AE) et (DF) sont-elles orthogonales ? Justifier.
3. Calculer le volume de l'octaèdre régulier ABCDEF. *On arrondira le résultat au* cm^3.
   On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule :
   $V = \dfrac{B \times h}{3}$ **où B est l'aire de la base de la pyramide et h la hauteur relative à cette base.**

Partie B : Représentation de l'octaèdre régulier en perspective centrale

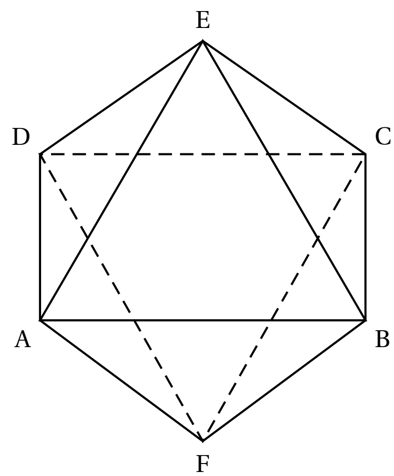
On souhaite représenter l'octaèdre régulier ABCDEF en perspective centrale.
On appelle a, b, c, ... les images des points A, B, C, ... Les segments $[ab]$ et $[bc]$ sont tracés sur l'**annexe 1 à rendre avec la copie**.
Le plan (ABC) est horizontal.
Les segments [AB] et [OE] sont dans des plans frontaux.

On complètera au fur et à mesure la figure de l'annexe 1 *à rendre avec la copie.*

1. **a.** Construire le point d.
   b. Construire le point e.
   c. Terminer la construction de l'octaèdre $abcdef$.
2. Comment s'appelle le point d'intersection des droites (ad) et (be) ?

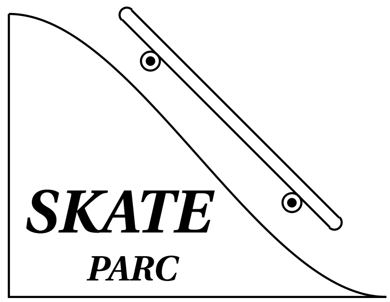
Partie C : Invariant par rotation

1. L'octaèdre ABCDEF est invariant par une rotation d'axe (EF).
   Quel est l'angle minimal non nul de cette rotation ?
2. On a représenté ci-dessous l'octaèdre régulier ABCDEF en perspective parallèle.
   La face ABE est dans un plan frontal.
   Donner sans justification une rotation d'axe différent de [EF] et d'angle non nul par laquelle l'octaèdre est invariant. On précisera l'axe et l'angle de cette rotation.



EXERCICE 2 **5 points**

La mairie d'un village fait appel à un graphiste pour le logo du nouveau skate-parc. Le graphiste propose le modèle suivant :



Partie A : Étude de la rampe de skateboard

Afin d'étudier au mieux ce logo, on se place dans le repère orthonormal (O, I, J) de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**. Dans ce repère, la rampe de skateboard est constituée du segment horizontal [OA], du segment vertical [OB] et de la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f reliant le point A au point B.

Les points A et B ont pour coordonnées respectives A(4 ; 0) et B(0 ; 3).

Les tangentes à $\mathscr{C}$ en A et B sont horizontales.

La fonction f est définie sur l'intervalle [0 ; 4] par : $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où a, b, c et d sont des nombres réels à déterminer.

1. Donner l'expression $f'(x)$ de la fonction dérivée de f.
2. **a.** Écrire un système d'équations vérifié par les nombres réels a, b, c et d.

   b. Résoudre ce système d'équations.
3. On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle [0 ; 4] par

$$f(x) = \frac{3}{32}x^3 - \frac{18}{32}x^2 + 3.$$

4. **a.** Compléter le tableau de valeurs de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.
   On arrondira les résultats au dixième.

   b. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère de l'**annexe 2 à rendre avec la copie**.

Partie B : Étude de quelques éléments de la planche de skateboard

1. Les roues de la planche de skateboard sont constituées de deux cercles de centres respectifs C(1,5 ; 2,5) et D(3 ; 1) et de même rayon OJ.

   a. Donner une équation cartésienne du cercle de centre C et de rayon 0,1.

   b. Donner une représentation paramétrique du cercle de centre D et de rayon 0,1.
2. La planche est constituée de deux segments parallèles à la droite (CD) reliés par deux demi-cercles. On appelle E le point d'abscisse 2 situé sur la rampe de skateboard.

   a. Calculer l'ordonnée du point E.

   b. La tangente à la rampe au point E est-elle parallèle à la planche de skateboard ?

EXERCICE 3 **7 points**

Dans cet exercice, les deux parties peuvent être traitées de manière indépendante.
L'unité de longueur est le centimètre.

Partie A : Étude de la maille *Pétale* M_1 représentée ci-contre

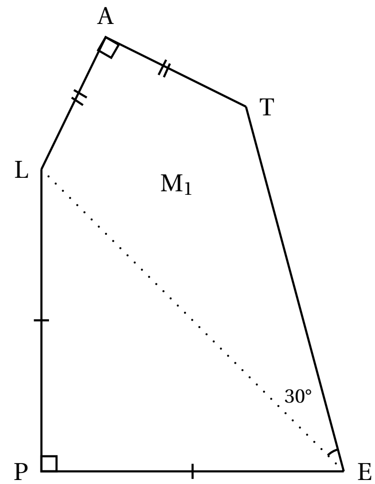
La maille *Pétale* M_1 est constituée :

- d'un triangle PLE rectangle et isocèle en P tel que PE = PL = 4.
- d'un triangle LET tel que tel que $\widehat{LET} = 30°$ et TE = 5.
- d'un triangle LAT rectangle et isocèle en A.

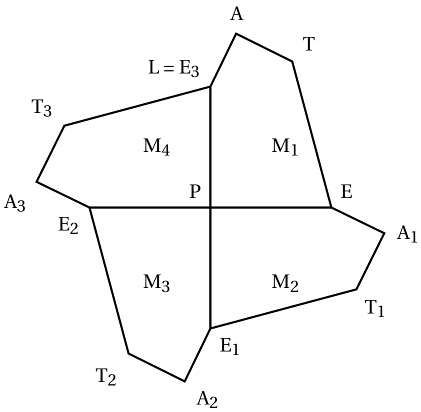
1. Calculer la longueur LE.

2. En appliquant la formule d'Al-Kashi dans le triangle LET, calculer la longueur LT.
On arrondira le résultat au dixième.

3. Calculer la longueur TA.
On arrondira le résultat au dixième.



Partie B : Motif *Décor* et vitrail



1. En utilisant les mailles *Pétale* M_1, M_2, M_3 et M_4 on réalise le motif *Décor* représenté dans la figure ci-contre.

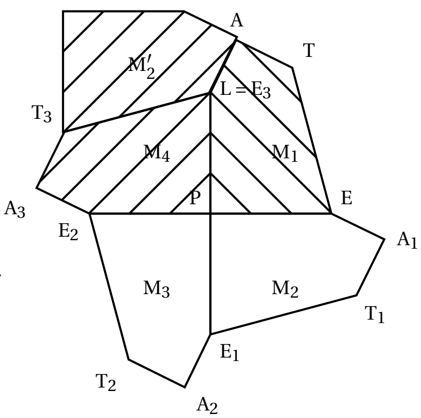
Par quelles transformations obtient-on le motif *Décor* à partir de la maille *Pétale* M_1 ? On utilisera des points présents dans la figure ci-contre pour définir ces transformations.

2. Démontrer que le triangle AA_1A_2 est isocèle et rectangle en A_1.

3. On réalise, à partir du motif *Décor*, un vitrail moderne représenté dans l'**annexe 3 à rendre avec la copie**.

a. On admet que la somme des angles d'un quadrilatère quelconque vaut 360°.
Justifier que $\widehat{\text{PLA}} + \widehat{\text{ATE}} = 285°$.

b. En déduire que les mailles *Pétale* M_1, M'_2 et M_4 s'ajustent parfaitement autour du point L = E_3 ainsi que cela est représenté dans la figure ci-contre.

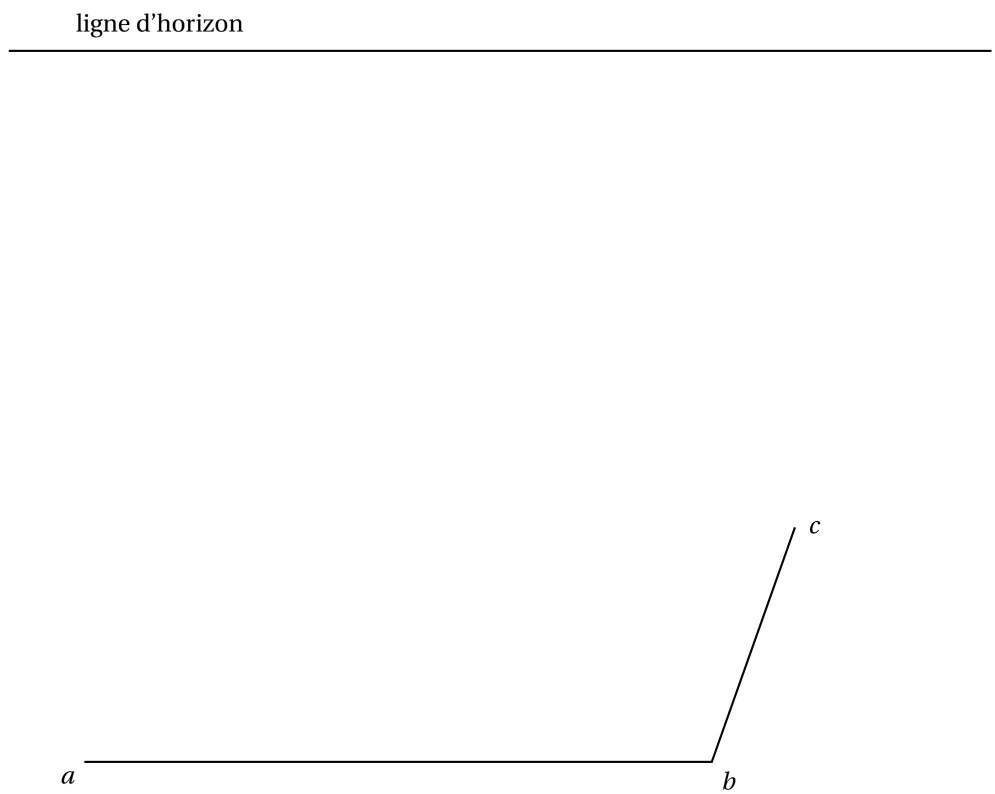


c. Par quelles transformations peut-on obtenir ce vitrail en utilisant le motif *Décor* ?
Pour définir ces transformations, on placera leurs éléments caractéristiques sur la figure de l'**annexe 3 à rendre avec la copie**.

4. On peut aussi réaliser ce vitrail à partir d'un autre motif constitué de quatre mailles. Colorier un de ces motifs sur l'**annexe 3 à rendre avec la copie**.

Annexe 1 à rendre avec la copie

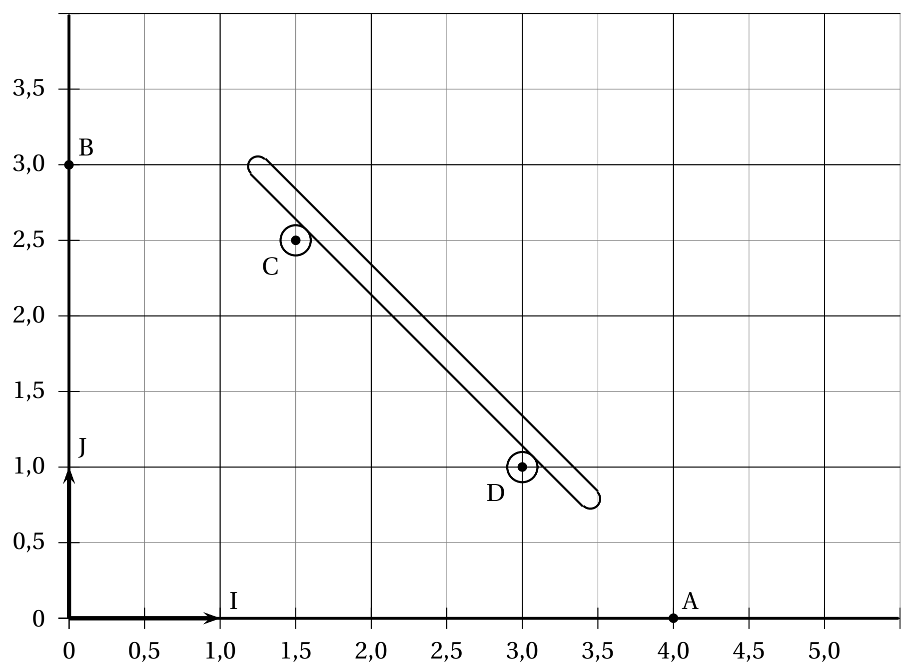
EXERCICE 1 - Partie B



Annexe 2 à rendre avec la copie

EXERCICE 2 - Partie A

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$f(x)$									



Annexe 3 à rendre avec la copie

EXERCICE 3 - Partie B