Correction du baccalauréat Antilles-Guyane juin 2013
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **5 points**

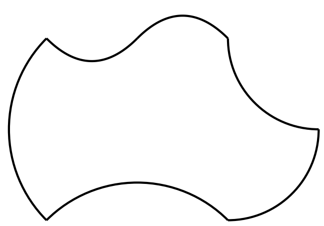
1. L'équation $25x^2+4y^2=100$ donne bien pour respectivement $y=0$ et $x=0$ les sommets donnés.
2. On a $x^2+x-2=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-2=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}=$ (identité : $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$), $\left[\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{2}\right]\left[\left(x+\frac{1}{2}\right)-\frac{3}{2}\right]=(x+2)(x-1)$. On a donc :
   - si $x=0$, alors $y=-2$, donc A est fausse ;
   - le minimum de la courbe est obtenu pour $x=-\frac{1}{2}$; il est égal à $\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-2=-\frac{9}{4}$, donc B est fausse ;
   - la droite d'équation $x=\frac{-2+1}{2}$ ou $x=-\frac{1}{2}$ est axe de symétrie de la parabole, donc D est fausse.
   - pour $x=-2$, on a $y=0$, donc C est vraie.
3. Réponse C
4. Réponse C : $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{w}=2\times2+1\times(-4)=4-4=0$: les vecteurs sont orthogonaux.
5. On peut éliminer A et B trop clairs.
   Pour C : $0+3\,000+3\,200+2\,200+8\,000+5\,000=21\,400$
   Pour D : $0+3\,000+3\,200+2\,200+7\,000+5\,000=20\,400$. C'est donc D

EXERCICE 2 **5 points**

1. Les droites (ae) et (ah) coupent la ligne de fuite respectivement en F_1 et F_2.
2. La verticale contenant h coupe la droite (cF_1) en g.
   L'horizontale contenant g coupe (bF_1) en f qui doit être sur la verticale contenant e.
   Les droites (AH) et (BG) sont parallèles : donc les droites (ae) et (bg) sont sécantes en F_2. On construit g de la même façon que f : intersection de la verticale contenant h et de la droite (bF_2).
3. Le point k est le milieu du segment $[bc]$.
   P est le centre du carré BCGF, donc p est le point commun auxdiagonales $[cf]$ et $[bg]$.
4. f est le point commun à la verticale contenant k et à l'horizontale contenant i.
   n est le point commun à la droite iF_2 et à la verticale contenant p.
   m est le point commun à l'horizontalecontenant n et à la droite iF_1.

EXERCICE 3 **10 points**

Dans cet exercice on s'intéresse à la réalisation d'un pavé autobloquant.



Partie A

1. **a.** Dans le repère orthonormal $IA^2 = (-6-0)^2 + (0-(-6))^2 = 2 \times 36 = \left(6\sqrt{2}\right)^2$. Donc le rayon du cercle est $IA = IE = 6\sqrt{2}$.

   b. Une équation de ce cercle est :
   $(x - x_I)^2 + \left(y - y_I\right)^2 = R^2$, soit
   $(x-0)^2 + (y+6)^2 = 2 \times 36 \iff x^2 + y^2 + 12y = 36.$

   c. Voir à la fin.

2. On a $\overrightarrow{AI}\,(6, -6)$ et $\overrightarrow{EI}\,(6, 6)$, d'où $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{EI} = 6 \times 6 + (-6) \times 6 = 0$. Les vecteurs sont orthogonaux, les droites (AI) et (EI) sont perpendiculaires, le triangle AIE est rectangle en I.

3. **a.** Le milieu de [IF] est le milieu de [AE] de coordonnées $(-6\,;\,-6)$; les coordonnées de F sont donc $(-12\,;\,-6)$.

   b. On a déjà vu que [IF] et [AE] ont le même milieu, donc le quadrilatère IAFE est un parallélogramme.
   On a vu que $IA = IE = R$, donc le parallélogramme est un losange.
   On a aussi vu que AIE est rectangle en I, donc le losange est un carré.

   c. Puisque IAFE est un carré l'angle $\widehat{FEI}$ est droit. La droite (FE) perpendiculaire en E au rayon [TE] est donc la tangente en E au cercle.

   d. On a bien $-6 = -(-12) - 18$, et $-12 = -(-6) - 18$, ce qui montre que $y = -x - 18$ est une équation de la droite (FE).

4. **a.** E et D ont la même ordonnée, donc la droite (ED) est horizontale ; sa médiatrice est donc la verticale qui passe par le milieu de [ED] : c'est donc l'axe des ordonnées.
   J est simplement le milieu de [DE] et a pour coordonnées $(0\,;\,-12)$.

   b.
   - Comme AFEI est un carré (AE) est perpendiculaire à (EI) qui sont donc les deux tangentes aux deux arcs de cercle.
     De façon évidente $FE = FI = FD = 6 = FO'$, O′ étant le centre de l'arc $\overset{\frown}{ED}$. F est donc le centre du carré IEO′D.
   - On trace donc l'arc de centre $O'(0\,;\,-18)$ et de rayon $6\sqrt{2}$. Voir à la fin.

5. Voir à la fin.

Partie B

1. **a.** On a $\overrightarrow{AI}\,(6\,;\,-6)$: le coefficient directeur est donc égal à $\dfrac{-6}{6} = -1$.

   b. On a $f'(x) = 2ax + b$, d'où :
   $f'(-6) = -1.\ 2a \times (-6) + b = -12a + b = -1$;
   A est un point de la parabole, donc $0 = a \times (-6)^2 + b \times (-6) + c$ soit $0 = 36a - 6b + c$;
   O est un point de la parabole, donc $0 = a \times (0)^2 + b \times (0) + c$ soit $0 = c$.
   $36a = 6b$ ou $6a = b$.
   En remplaçant dans la première équation trouvée :
   $-12a + 6a = -1$ soit $-6a = -1$ et enfin $a = \dfrac{1}{6}$, puis $b = 6a = 1$.

   c. On a donc :
   $\left\{\begin{array}{lcl} -1 & = & -12a + b \\ 0 & = & 36a - 6b + c \\ 0 & = & c \end{array}\right.$, d'où en remontant les équations

$36a - 6b = 0$ ou $6a = b$. En remplaçant dans la première équation trouvée :

$-12a + 6a = -1$ soit $-6a = -1$ et enfin $a = \dfrac{1}{6}$, puis $b = 6a = 1$.

d. En déduire l'expression de la fonction f. On a donc $f(x) = \dfrac{1}{6}x^2 + x$.

2. a. Le sommet correspond à un nombre dérivé nul, soit :

$\dfrac{1}{6} \times 2x + 1 = 0$ soit $x + 3 = 0$ et $x = -3$.

$f(-3) = \dfrac{1}{6} \times (-3)^2 - 3 = \dfrac{3}{2} - 3 = -\dfrac{3}{2}$.

b. Voir à la fin.

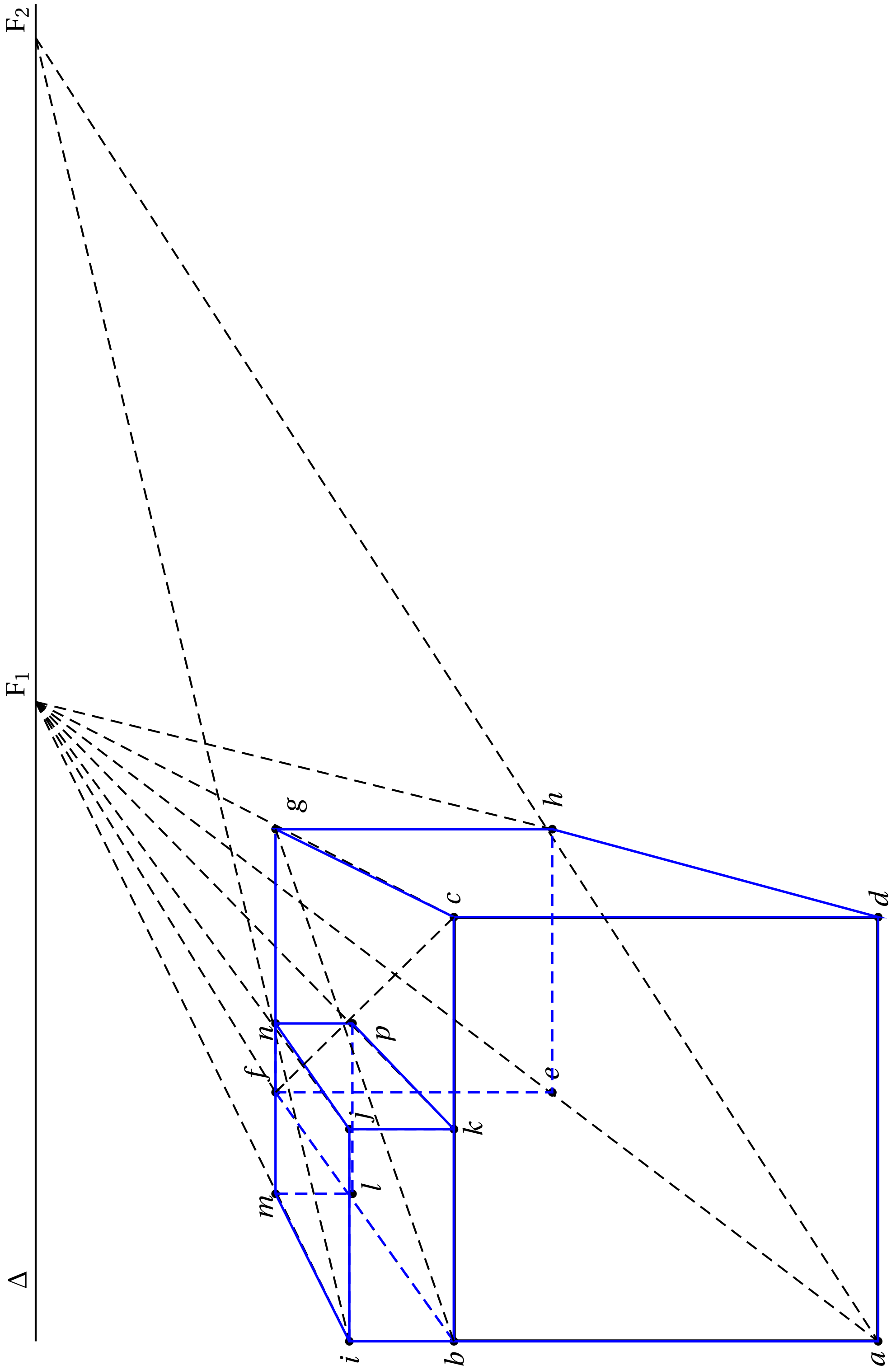
3. a. On a $g'(x) = -\dfrac{2}{6}x + 1 = -\dfrac{1}{3}x + 1$.

$g(0) = 0$ et $g(6) = \dfrac{6^2}{6} + 6 = 6 + 6 = 12$.

$g'(0) = 1$.

b. On a $f'(0) = 1$ et $g'(0) = 1$, ce qui montre que les nombres dérivés en 0 sont égaux ce qui signifie que les tangentes en O à ces deux paraboles sont identiques.

ANNEXE 1 (à rendre avec votre copie)



ANNEXE 2 (à rendre avec votre copie)