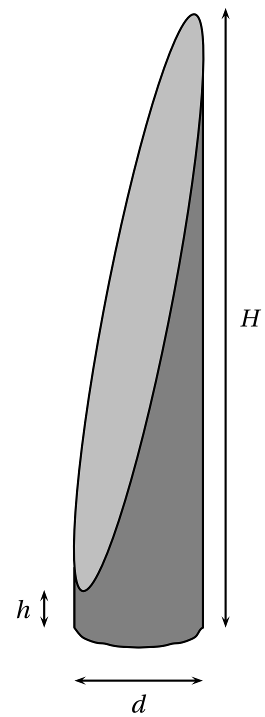
∽ Baccalauréat Polynésie 16 juin 2014 ∾
Sciences et technologies du design et des arts appliqués

EXERCICE 1 **7 points**

Les trois parties de cet exercice sont largement indépendantes



Un miroir est composé d'une glace reposant sur un support cylindrique à base circulaire. Ce cylindre est tronqué en biais par rapport à l'horizontale.
La section oblique du cylindre correspondant à la glace forme une ellipse $\mathscr{E}$.
On appelle respectivement h et H les distances entre le plan de la base du cylindre et les sommets inférieur et supérieur de $\mathscr{E}$.
On note d le diamètre du cylindre.
On donne :
$H = 145$ cm
$h = 9$ cm
$d = 32$ cm

On a représenté les vues de profil et de dessus du miroir en Annexe 1.

Partie A

1. Le schéma représentant la vue de coupe suivant un plan vertical est donné en Annexe 1.
   Indiquer dans les cadres prévus à cet effet les trois dimensions manquantes, représentées par des flèches.
2. **a.** Calculer la longueur exacte de SS$'$. En déduire la longueur arrondie au centimètre du grand axe de l'ellipse $\mathscr{E}$.
   b. Donner, sans justifier, la longueur du petit axe de $\mathscr{E}$.

Partie B

On admet pour la suite que le contour de la glace représente une ellipse $\mathscr{E}$ dont les axes mesurent 140 cm et 32 cm.

1. Sachant que l'aire d'une ellipse dont les *demi-axes* ont pour mesures a et b est égale à πab, calculer au cm^2 près l'aire de $\mathscr{E}$.
2. La glace comporte une couche de verre de 4 mm d'épaisseur. Elle a ainsi la forme d'un solide ayant pour base une ellipse, et une hauteur de 4 mm.
   a. Calculer le volume de verre utilisé, au cm^3 près.
   b. Sachant que le verre a une masse volumique de 2,5 g/cm^3, déterminer la masse de la glace, arrondie au kg près.

Partie C

On considère le repère orthonormal vérifiant les conditions suivantes :

- L'origine du repère est située au centre de $\mathscr{E}$
- L'axe des abscisses est confondu avec le grand axe de $\mathscr{E}$
- L'unité de longueur est le centimètre.

On rappelle que le grand axe et le petit axe de $\mathscr{E}$ mesurent respectivement 140 cm et 32 cm.

1. a. Déterminer une équation de $\mathscr{E}$ dans ce repère.

b. Soit M le point de coordonnées M(42 ; 12,8).
Montrer par un calcul que le point M appartient à $\mathscr{E}$.

2. Afin de réaliser un tracé de $\mathscr{E}$, on utilise un paramétrage. On considère que le paramétrage suivant

$$\left\{\begin{array}{lcl} x(t) & = & 70\cos t \\ y(t) & = & 16\sin t \end{array}\right.$$

constitue un paramétrage de l'ellipse lorsque t désigne un angle dont la mesure en degrés décrit l'intervalle $[0 ; 360]$.

a. Compléter le tableau situé en Annexe 1, en arrondissant les valeurs trouvées au centième près.

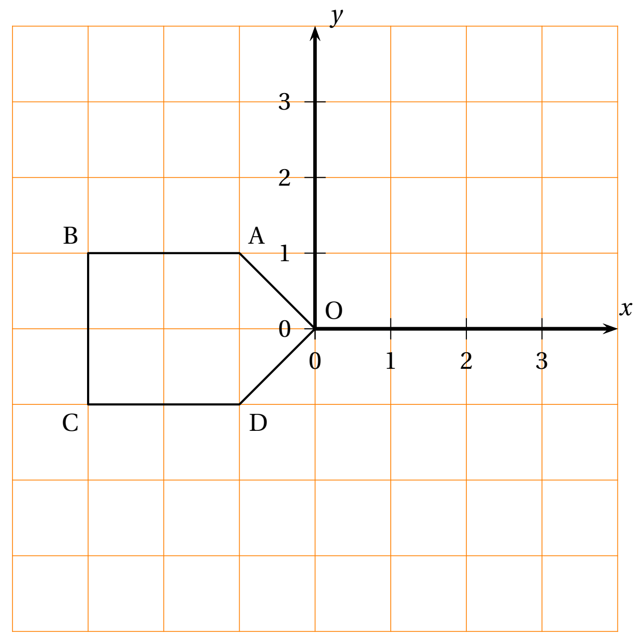
b. Construire dans le repère donné en Annexe 1 l'arc de l'ellipse correspondant aux valeurs du tableau, puis compléter le tracé de $\mathscr{E}$.

Exercice 2 — 8 points

Dans cet exercice, on s'intéresse au pavage du plan à l'aide d'un motif élémentaire dont la construction est décrite ci-après.
Les dessins demandés seront réalisés sur l'annexe 2.

Partie A

Sur la figure ci-dessous, on a représenté un pentagone O, A, B, C, D dans un repère orthonormé.



1. Quelles sont les coordonnées des points O, A, B, C, D ?

2. Soient A_2, B_2, C_2, D_2 les images respectives de A, B, C, D par la symétrie centrale de centre O.

a. Tracer sur l'annexe 2, le pentagone O, A, B, C, D et le pentagone O, A_2, B_2, C_2, D_2 en faisant figurer le nom des points sur le dessin.

b. Lire graphiquement les coordonnées du point C_2.

3. Soient B_1 et C_1 les images respectives de B et C par la rotation d'angle 90 ° et de centre O.

a. Quelles sont leurs coordonnées ?

b. Quelles sont les images de A et D par cette rotation ?

4. Soient B_3 et C_3 les images respectives de B et C par la rotation d'angle −90 ° et de centre O.

a. Quelles sont leurs coordonnées ?

b. Quelles sont les images de A et D par cette rotation ?

5. Tracer sur l'annexe 2 les deux pentagones O, D, B_1, C_1, A_2 et O, D_2, B_3, C_3, A, puis surligner les côtés du polygone P = [A, B, C, D, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2, D_2, B_3, C_3], qui constitue le motif du pavage que l'on souhaite construire.

a. Quels sont tous les axes de symétrie de ce motif P ?

b. En déduire une autre méthode pour construire le motif à partir du pentagone 0, A, B, C, D sans utiliser de rotation.

Partie B

On souhaite procéder à un pavage du plan.

1. Soit t_1 la translation qui transforme C en C_3.

a. Préciser les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u}$ de cette translation.

b. Combien d'autres couples de points de la forme $\left(M, M'\right)$, où M et M' sont des sommets du polygone P tels que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{u}$, peut-on identifier ?

c. Tracer sur l'annexe 2 l'image P′ du motif P par la translation t_1.

2. Soit t_2 la translation de vecteur $\overrightarrow{v}\,(-4\ ;\ 2)$.

a. Combien de couples de points de la forme $\left(M, M'\right)$, où M et M' sont des sommets du polygone P tels que $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{v}$, peut-on identifier ?

b. Tracer sur l'annexe 2, les images par la translation t_2 des deux motifs P et P′.

3. Donner deux translations nécessaires pour recouvrir tout le plan à l'aide du motif P.

EXERCICE 3 **5 points**

Un fabriquant de lunettes FAMO veut étudier un verre teinté.

Partie A : Étude du pouvoir d'atténuation du verre

1. Un rayon lumineux traversant ce verre plat épais de 1 cm perd 30 % d'intensité lumineuse en traversant ce verre.

a. Pour une intensité de 10 candélas, calculer l'intensité lumineuse après le verre.

b. Soit I l'intensité avant le verre et I' après le verre (I et I' sont exprimées en candélas). Justifier que $I' = 0,7I$.

2. Le pouvoir d'atténuation est fonction de l'épaisseur du verre. Soit I l'intensité avant le verre et I' après le verre pour une épaisseur x cm (I et I' sont exprimées en candélas). On a la formule suivante :

$$I' = 0,7^x I.$$

On veut diviser par deux l'intensité lumineuse.

a. Montrer que calculer l'épaisseur du verre revient à résoudre l'équation :

$$0,7^x = 0,5.$$

b. Résoudre cette équation, et fournir une valeur approchée de la solution au centième.

Partie B : Amincissement du verre

Le fabriquant, voulant améliorer l'épaisseur de ce verre, se propose de l'amincir. Cependant un défaut apparaît : chaque rayon incident arrivant perpendiculairement au verre plat est réfracté avec un angle. On se propose de calculer cet angle.
Le rayon lumineux avant le verre est symbolisé par le vecteur $\overrightarrow{AB}$ et le rayon réfracté est noté $\overrightarrow{BC}$.
Des mesures sont réalisées. Dans un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, on obtient les coordonnées suivantes : A(0 ; 1), B(3 ; 1) et C(6 ; 3).

1. Placer dans un repère orthonormé $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ les points A, B et C.

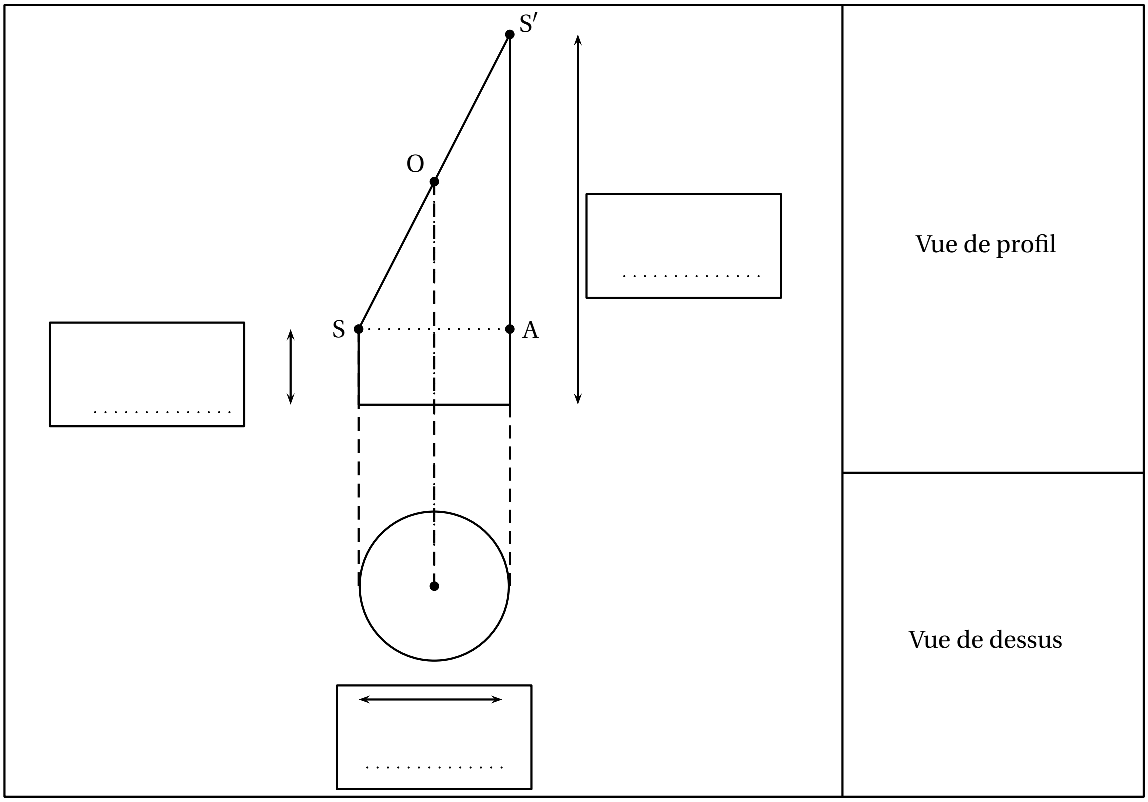
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$.

3. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.

4. En déduire la valeur de l'angle $\widehat{CBA}$. On arrondira le résultat au degré près.

Annexe 1 (À remettre avec votre copie)

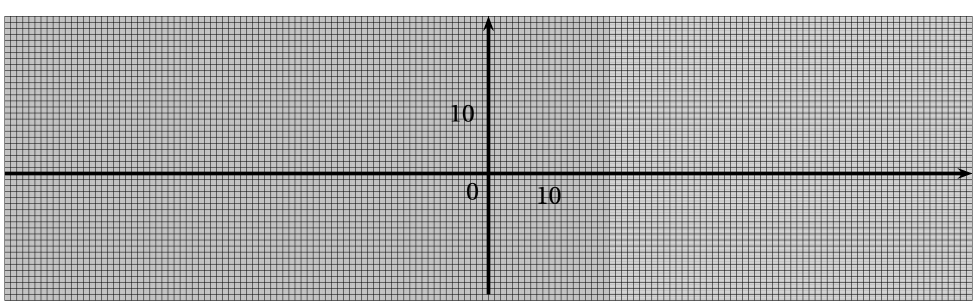
Question A 1.



Question C 2. a.

t (degrés)	0	10	20	30	50	70	90
$x = 70\cos t$							
$y = 16\sin t$							

Question C 2. b.



Annexe 2 (à remettre avec votre copie)