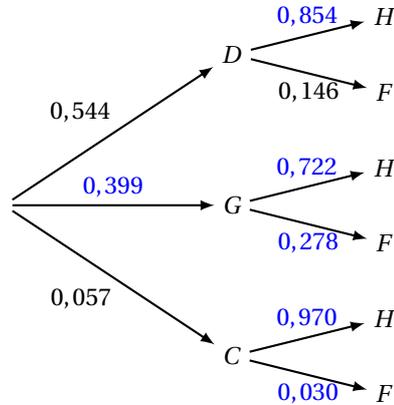


H « le député est un homme ».

F « le député est une femme ».

La probabilité d'un évènement A est notée $p(A)$. La probabilité d'un évènement A sachant que B est réalisé est notée $p_B(A)$. **Dans cet exercice, on arrondira chaque résultat à 0,001.**

1. Complétons l'arbre de probabilité ci-dessous :



2. $p(D) = 0,544, p_D(H) = 1 - 0,146 = 0,854$.

3. (a) L'évènement $D \cap F$ signifie le député choisi est « une députée appartenant à la famille de droite ».

(b) $p(D \cap F) = 0,544 \times 0,146 = 0,079$.

4. **première solution** On interroge une femme députée au hasard, la probabilité qu'elle appartienne à la formation de droite est $p_F(D) = \frac{p(D \cap F)}{p(F)}$.

Calculons d'abord $p(F)$. $p(F) = p(D \cap F) + p(G \cap F) + p(C \cap F)$ donc

$$p(F) = 0,544 \times 0,146 + 0,399 \times 0,278 + 0,057 \times 0,030 = 0,079 + 0,111 + 0,002 = 0,192$$

Maintenant, nous avons $p_F(D) = \frac{p(D \cap F)}{p(F)} = \frac{0,079}{0,192} = 0,415$.

Autre possibilité de déterminer $p(F)$. Dans l'Assemblée, il y a 111 femmes (46+ 64+1) sur un total de 577. La probabilité que le député choisi soit une femme est $\frac{111}{577} \approx 0,192$

seconde solution On considère comme univers l'ensemble des femmes, députées à l'Assemblée Nationale. Le tirage ayant lieu au hasard la loi de probabilité est la loi équirépartie et par conséquent la probabilité d'un évènement A est $\frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$ Il y a 46 députées appartenant à une formation de droite sur un total de 111¹ la probabilité $p(\text{« elle appartient à une formation de droite »}) = \frac{46}{111} \approx 0,414$

5. Les évènements D et F sont indépendants si et seulement si $p(D \cap F) = p(D) \times p(F)$.

$$p(D) \times p(F) = 0,544 \times 0,192 = 0,104.$$

Ceci est différent de $p(D \cap F) = 0,079$. Par conséquent les évènements ne sont pas indépendants.

Exercice n° 3

8 points

Le tableau ci-dessous indique les effectifs de population en France et en Allemagne du 1^{er} janvier 2000 au 1^{er} janvier 2009. Ces effectifs sont donnés en millions d'habitants, arrondis à 0,01.

Effectifs au 1 ^{er} janvier	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
France	58,86	59,27	59,69	60,10	60,51	60,96	61,40	61,80	62,13	62,47
Allemagne	82,16	82,26	82,44	82,54	82,53	82,50	82,44	82,31	82,22	82,00

Source : Institut National d'Études Démographiques – base de données des pays développés.

Les parties A, B et C sont indépendantes.

1. pour le calcul de 111, voir au-dessus

Partie A : évolution de la démographie en France

	A	B	C
1	année	population (en millions d'habitants)	taux d'évolution (en %)
2	2000	58,86	
3	2001	59,27	0,70
4	2002	59,69	
5	2003	60,10	
6	2004	60,51	
7	2005	60,96	
8	2006	61,40	
9	2007	61,80	
10	2008	62,13	
11	2009	62,47	

1. La formule que l'on peut entrer dans la cellule C3 et recopier sur la plage C4 : C11 pour obtenir les taux annuels d'évolution de la population française est

$$= \frac{B3}{B2} - 1 = \frac{B3 - B2}{B2}$$

remarque Dans les deux formules proposées, on peut aussi fixer la colonne donc écrire \$ B.

2. Calculons le taux global d'augmentation de la population française entre les années 2000 et 2009. Le taux global d'augmentation entre 2000 et 2009 est

$$\frac{\text{valeur 2009} - \text{valeur 2000}}{\text{valeur 2000}} = \frac{62,47 - 58,86}{58,86} \approx 0,0613 \approx 6,13\%$$

3. Calculons le taux d'augmentation annuel moyen de la population française sur cette même période. Entre 2000 et 2009, il y a eu neuf augmentations. Si t est le taux d'augmentation moyen annuel alors $(1 + t)^9 = 1,0613$; Il en résulte $t = 1,0613^{\frac{1}{9}} - 1 \approx 0,0066 \approx 0,66\%$

Partie B : prévision de la démographie en France

année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
rang (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
population (y_i)	58,86	59,27	59,69	60,10	60,51	60,96	61,40	61,80	62,13	62,47

Une représentation graphique du nuage de points de coordonnées $(x_i; y_i)$ est donnée dans **l'annexe à rendre avec la copie**.

- (a) À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite \mathcal{D} qui réalise un ajustement affine du nuage de points $(x_i; y_i)$ obtenu par la méthode des moindres carrés est $y = 0,41x + 58,9$.
(b) La droite \mathcal{D} est tracée sur le graphique donné dans **l'annexe à rendre avec la copie**.
- En utilisant la droite \mathcal{D} , déterminons une estimation de la population française en 2012. Le rang est 12

graphiquement environ 63,8 millions

par le calcul $y = 0,41 \times 12 + 58,9 = 63,82$

Une estimation de la population française en 2012 est d'environ 68,3 millions d'habitants.

Partie C : prévision de la démographie en Allemagne

année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
rang (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
population (y_i)	82,16	82,26	82,44	82,54	82,53	82,50	82,44	82,31	82,22	82,00

Une représentation graphique du nuage de points de coordonnées $(x_i; y_i)$ est donnée dans **l'annexe à rendre avec la copie**.

- On n'envisage pas d'ajustement affine de ce nuage de points car les points ne sont pas alignés ou ne sont pas orientés dans une même direction.

2. Soit f la fonction définie sur $[0 ; 13]$ par $f(x) = -0,02x^2 + 0,16x + 82,18$.

(a) Calculons $f'(x)$. $f'(x) = -0,02 \times 2x + 0,16 = -0,04x + 0,16$ Étudions les variations de la fonction f .

signe de $f'(x)$ $f'(x) > 0 \iff 0 < x < 4$ et $f'(x) < 0 \iff 4 < x < 13$

variations Si pour tout $x \in I$, $f'(x) \geq 0$ alors f est croissante sur I ; ici f est croissante sur $[0 ; 4]$ Si pour tout $x \in I$, $f'(x) \leq 0$ alors f est décroissante sur I ; ici f est décroissante sur $[4 ; 13]$

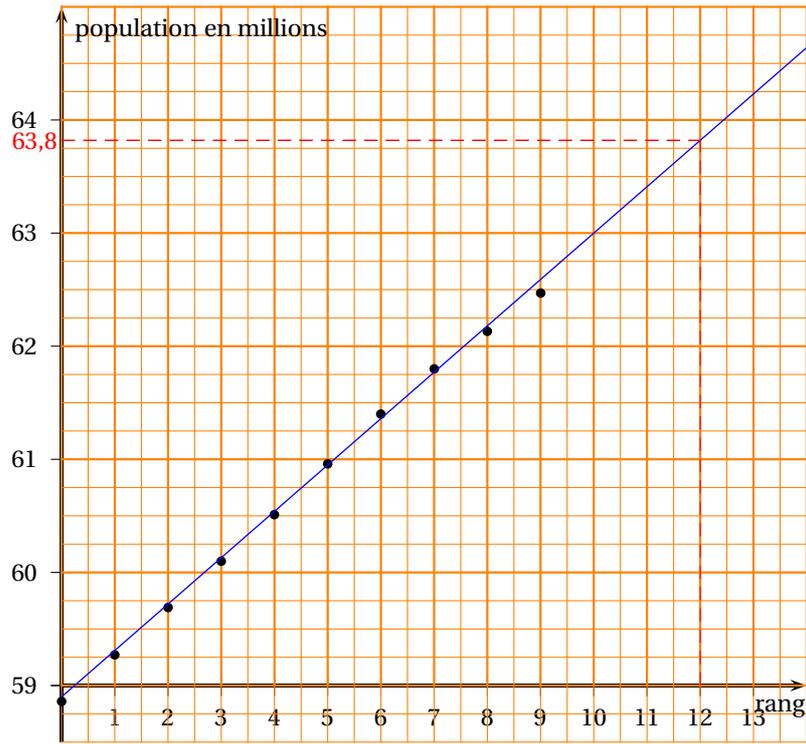
(b) La courbe représentative de la fonction f est construite dans le repère donné dans **l'annexe à rendre avec la copie**.

(c) On suppose que la courbe représentative de la fonction f réalise un ajustement fiable de ce nuage de points. Une estimation de la population allemande en 2012 est $f(12)$.

$$f(12) = -0,02 \times 12^2 + 0,16 \times 12 + 82,18 = 81,22$$

Une estimation de la population allemande en 2012 est de 81,22 millions d'habitants

Exercice n° 3 – Partie B : prévision de la démographie en France



Annexe à rendre avec la copie

Exercice n° 3 – Partie C : prévision de la démographie en Allemagne

