Correction du Baccalauréat STG Mercatique Polynésie juin 2009

Exercice 1 **5 points**

Partie A :

Le chiffre d'affaires d'une entreprise est de 50 000 € en 2008. Le chiffre d'affaires a baissé de 9 % par rapport à 2005.

1. Le coefficient multiplicateur correspondant à cette baisse est $1 - 9\,\% = 0,91$. Si x est le chiffre d'affaires de 2005, on a : $0,91x = 50000$ donc $x = \dfrac{50\,000}{0,91} \approx \boxed{54\,945}$.

2. Soit t le taux annuel moyen entre 2005 et 2008. On a alors $(1+t)^3 = 0,91$ donc $1 + t = 0,91^{\frac{1}{3}}$ d'où $t = 0,91^{\frac{1}{3}} - 1 \approx -0,03$, soit $\boxed{-3\,\%}$.

Partie B :

Le salaire annuel d 'un employé est de 15 240 €. Ce salaire sera augmenté de 0,7 % par an.

3. Après trois ans, le salaire de l'employé est $15240 \times (1 + 0,7\,\%)^3 = 15240 \times 1,07^3 \approx \boxed{15\,562}$.

Partie C :

On considère la série statistique ci-contre :

x_i	5	7	9	11	13
y_i	26	22	15	12	7

4. À la calculatrice, on trouve que les coordonnées du point moyen sont $\boxed{(9\,;\,16{,}4)}$ (moyennes des coordonnées des différents points)

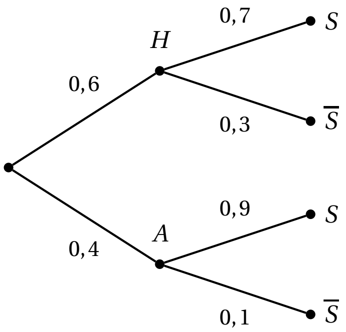
5. À la calculatrice, on trouve que l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés est $\boxed{y = -2,4x + 38}$.

Exercice 2 **5 points**

Commençons par traduire les hypothèses en termes de probabilités :

$p(H) = 60\,\% = 0,6$; $p(A) = 40\,\% = 0,4$; $p_A(S) = 70\,\% = 0,7$ et $p_A(S) = 90\,\% = 0,9$.

1. Voici l'arbre de probabilités (complété par les résultats de la question 2.) associé à cette expérience (la somme des probabilités issues d'un même nœud valant 1) :



2. D'après l'énoncé, $p_A(S) = 0,9$.
   $p_A\left(\overline{S}\right) = 1 - p_A(S) = 0,1$
   $p_H(S) = 0,7$ d'après l'énoncé.
3. L'évènement : $A \cap \overline{S}$ correspond à l'événement « Le tirage au sort a désigné un client de la formule AVENTURE insatisfait ».
   On a alors : $P\left(A \cap \overline{S}\right) = p_A\left(\overline{S}\right) \times p(A) = 0,1 \times 0,4 = \boxed{0,04}$.
4. On veut calculer $p\left(\overline{S}\right)$.
   $\overline{S} = \left(\overline{S} \cap H\right) \cup \left(\overline{S} \cap A\right)$ qui est une réunion d'événements incompatibles.
   Par conséquent : $p\left(\left(\overline{S} \cap H\right) \cup \left(\overline{S} \cap A\right)\right) = p\left(\overline{S} \cap H\right) + p\left(\overline{S} \cap A\right)$
   $= \times p_H(S) \times p(H) + p_A(S) \times p(A) = 0,3 \times 0,6 + 0,1 \times 0,4 = 0,18 + 0,04 = \boxed{0,22}$.

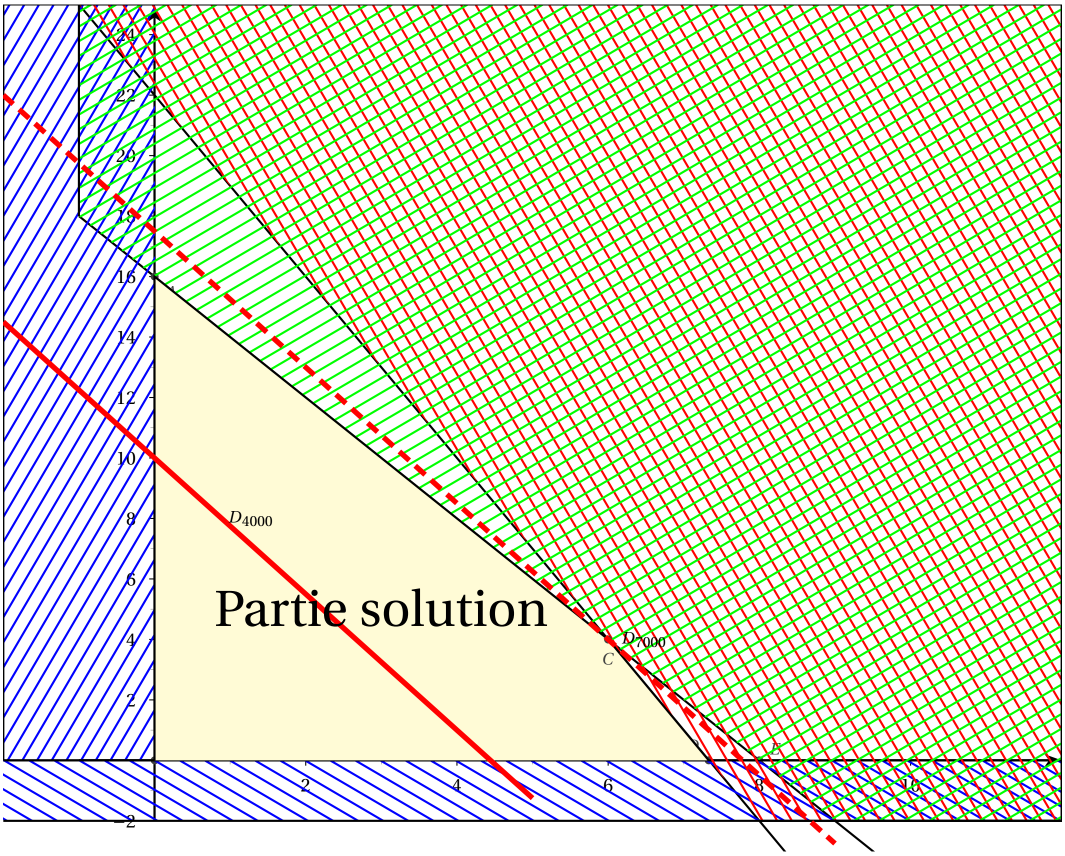
5. Il s'agit de calculer $p_{\overline{S}}(A)$.

$p_{\overline{S}}(A) = \dfrac{p\left(A \cap \overline{S}\right)}{p\left(\overline{S}\right)} = \dfrac{0,04}{0,22} = \dfrac{4}{22} = \dfrac{2}{11} \approx \boxed{0,18}$ à 0,01 près par défaut.

EXERCICE 3 **5 points**

1. Le type A requiert trois médecins et le type B un seul médecin, et il y a seulement 22 places disponibles.
Ces informations se traduisent par : $3x + y \leqslant 22$, soit : $\boxed{y \leqslant -3x + 22}$.
Le type A nécessite 1 000 kg de matériel et le type B 500 kg de matériel ; on ne peut embarquer que 8 000 kg.
Donc : $1\,000x + 500y \leqslant 8000$, soit : $500y \leqslant -1\,000x + 8000$, ou $y \leqslant -\dfrac{1\,000}{500}x + \dfrac{8\,000}{500}$. D'où : $\boxed{y \leqslant -2x + 16}$.
De plus, x et y sont des entiers naturels, donc : $\boxed{x \geqslant 0}$ et $\boxed{y \geqslant 0}$.

2. Traçons la droite d_1 d'équation : $y = -3x + 22$: elle passe, par exemple, par les points (4 ; 10) et (5 ; 7).
Traçons la droite d_2 d'équation : $y = -2x + 16$: elle passe, par exemple, par les points (0 ; 16) et (7 ; 2).
Les solutions de l'inéquation $y \leqslant -3x + 22$ sont les couples (x ; y), coordonnées des points situés en dessous de la droite d_1.
Les solutions de l'inéquation $y \leqslant -2x + 16$ sont les couples (x ; y) coordonnées des points situés en dessous de la droite d_2.
Les solutions du système sont les couples de coordonnées des points situés dans la partie non hachurée du système. (voir graphique), c'est-à-dire l'intérieur du polygone OACD (en jaune sur la figure).



3. a. $N = 900x + 400y$.

   b. La droite (D) correspondant à 4 000 malades traités a pour équation : $900x + 400y = 4000$.

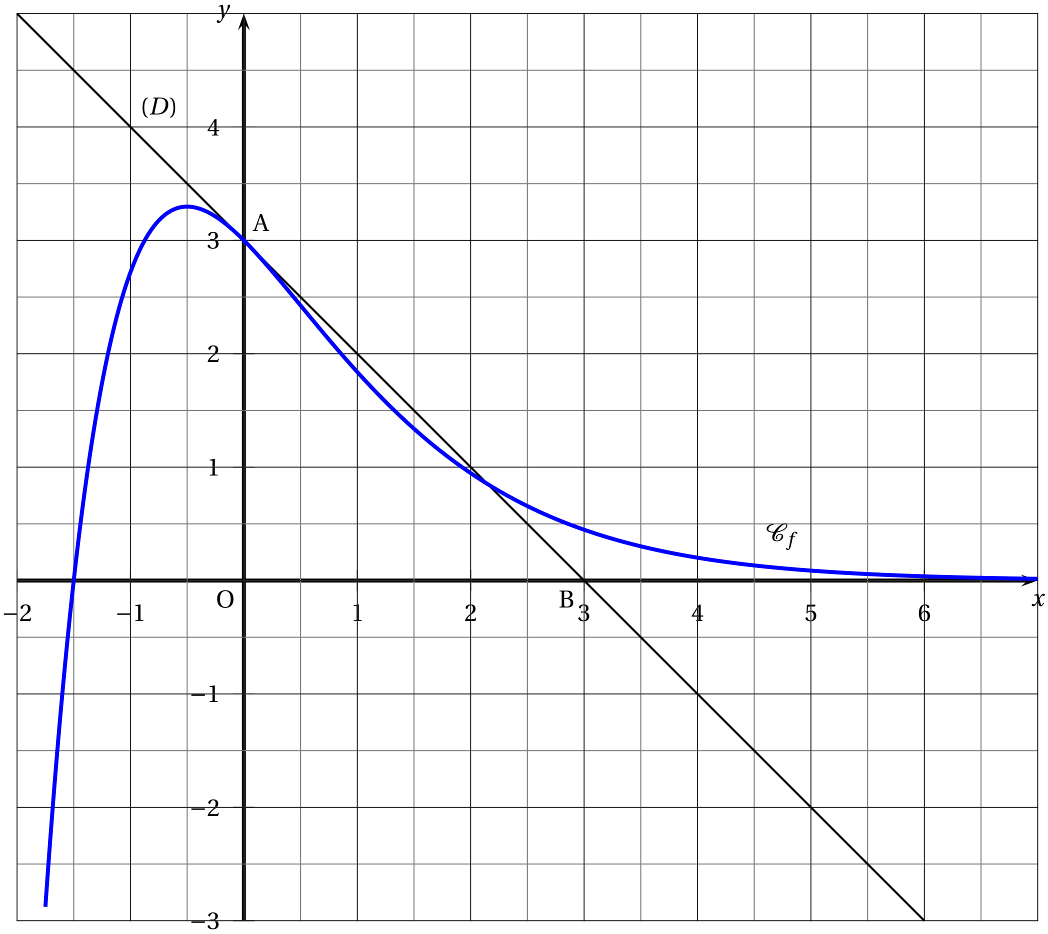
   Cette équation peut s'écrire : $9x + 4y = 40$ ou $4y = -9x + 40$ ou $y = -\dfrac{9}{4}x + 10$. Cette droite passe, par exemple, par les points (0 ; 10) et (4 ; 1). [en rouge sur le dessin]

4. a. Un couple (x ; y) permettant d'obtenir le nombre de malades maximum est un couple de coordonnées d'un point appartenant à la droite (D) ayant l'ordonnée à l'origine la plus grande tout en respectant les contraintes du problème (cette droite doit avoir au moins un point commun avec l'ensemble de solutions du système d'inéquations).

   b. La droite vérifiant toutes les conditions précédentes est la droite passant par le point d'intersection C des droites d_1 et d_2. Les coordonnées de C sont (6 ; 4). Le maximum correspond donc à $x = 6$ et à $y = 4$.

5. Il faudra mobiliser 6 unités de type A et 4 unités de type B. Le nombre maximal de malades qui peuvent être traités est : $900 \times 6 + 400 \times 4 = 7000$.

EXERCICE 4 **5 points**



1. Par lecture graphique :

   a. Par lecture graphique, on trouve $\boxed{f(0) = 3}$.

   b. Par définition, $f'(0)$ est le coefficient directeur de la droite D, qui passe par A et B. Par conséquent : $f'(0) = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{0-3}{3-0} = -1$: $\boxed{f'(0) = -1}$.

2. On admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (2x+3)\mathrm{e}^{-x}.$$

a. $f(7) = 17\mathrm{e}^{-7} \neq 0$ donc E **n'appartient pas** à la courbe $\mathscr{C}_f$.

b. $f = u \times v$ avec $u(x) = (2x+3)$ et $v(x) = \mathrm{e}^{-x}$.
On a : $u'(x) = 2$ et $v'(x) = -\mathrm{e}^{-x}$ car $v = \mathrm{e}^{w}$ avec $w(x) = -1$ donc $v' = w'\mathrm{e}^{w}$.
Alors : $f' = u'v+uv'$ d'où $f'(x) = 2\mathrm{e}^{-x}+(2x+3)\times(-\mathrm{e}^{-x}) = [2-(2x+3)]\mathrm{e}^{-x} = \boxed{(-2x-1)\mathrm{e}^{-x}}$.

c. Pour tout x, $\mathrm{e}^{-x} > 0$ donc $f(x)$ est du signe de $-2x-1$.
$f - 2x - 1 = 0$ pour $x = -\dfrac{1}{2}$.
$-2x-1$ est positif pour $x \leqslant -\dfrac{1}{2}$ et négatif pour $x \geqslant -\dfrac{1}{2}$.

d. On en déduit le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$2\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}$	$\searrow$	