

Baccalauréat STG C. G. R. H. Antilles–Guyane  
Correction septembre 2011

**EXERCICE 1**

**6 points**

Le tableau suivant, extrait d'une feuille de tableur, indique le nombre d'habitants de l'unité urbaine de Paris (source : INSEE) pour les quatre années 1968, 1990, 1999 et 2006.

	A	B	C	D	E
1	Année	1968	1990	1999	2006
2	Rang de l'année $x$	0	22	31	38
3	Population $y$	8 368 500	9 318 821	9 644 507	10 142 983

**Partie I**

1. La formule entrée dans la cellule C2 pour obtenir par recopie vers la droite, le rang de l'année est :

a. <del>=C1-BT</del>	b. <del>(=C1-\$B\$1)</del>	c. <del>= \$C\$1-BT</del>	d. <del>=1990-1968</del>
----------------------	----------------------------	---------------------------	--------------------------

Dans les questions suivantes, on exprimera les résultats en pourcentages arrondis à 0,1 %.

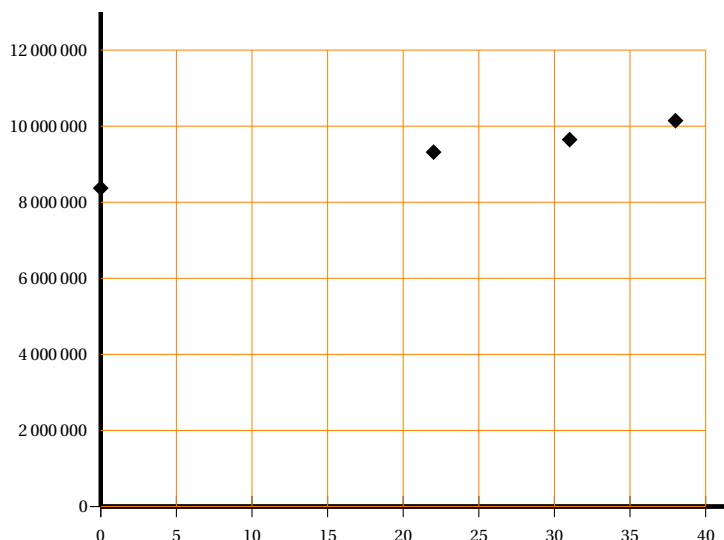
2. Calculons le taux d'évolution global de cette population entre 1968 et 2006. Le taux global d'augmentation entre 1968 et 2006 est

$$\frac{\text{valeur 2006} - \text{valeur 1968}}{\text{valeur 1968}} = \frac{10\,142\,983 - 8\,368\,500}{8\,368\,500} \approx 0,212 \approx 21,2\%$$

3. Calculons le taux d'augmentation annuel moyen de cette population entre 1968 et 2006. Entre 1968 et 2006, il y a eu trente huit augmentations. Si  $t$  est le taux d'augmentation moyen annuel alors  $(1+t)^{38} = 1,212$ ; Il en résulte  $t = 1,212^{\frac{1}{38}} - 1 \approx 0,005 \approx 0,5\%$

**Partie II**

On a représenté dans un repère le nuage de points représentant la population  $y$  en fonction du rang de l'année  $x$  :



1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite  $\mathcal{D}$  qui réalise un ajustement affine du nuage de points  $(x_i; y_i)$  obtenu par la méthode des moindres carrés est  $y = 45038x + 8344079$
2. On considère comme ajustement affine du nuage la droite d'équation  $y = 45000x + 8344100$ . On suppose cet ajustement valable jusqu'en 2020.
- En utilisant la droite  $\mathcal{D}$ , déterminons une estimation de la population de l'unité urbaine parisienne en 2012. Le rang est 44.  $y = 45000 \times 44 + 8344100 = 10\,324\,100$ .  
Une estimation de la population de l'unité urbaine parisienne en 2012 est de 10 324 100 habitants.
  - Déterminons en quelle année la population de l'unité urbaine parisienne dépassera les 11 millions d'habitants. Donnons à  $x$  différentes valeurs et remplaçons les dans l'équation de la droite. Nous trouvons pour  $x = 59$ , 10 999 100 et pour  $x = 60$ , 11 044 100.  
En 2028, la population de l'unité urbaine parisienne dépassera les 11 millions d'habitants.

**EXERCICE 2****8 points**

Une entreprise décide de fabriquer et commercialiser un produit. Sa capacité maximale de production mensuelle est de 25 tonnes. Le coût, en euros, d'une production mensuelle de  $x$  tonnes est modélisé par

$$C(x) = x^3 - 36x^2 + 432x$$

sur l'intervalle  $[0; 25]$ .

**Partie I : Étude du coût moyen**

On rappelle que le coût moyen de fabrication noté  $C_M$  est donné en fonction de  $x$  par

$$C_M(x) = \frac{C(x)}{x} = x^2 - 36x + 432.$$

1. On désigne par  $C'_M$  la fonction dérivée de la fonction  $C_M$ .  $C'_M(x) = 2x - 36$ .

2. Étudions le signe de  $C'_M$ .  $2x - 36 > 0$  si et seulement si  $x > 18$ .

$$C'_M(x) \leq 0 \text{ si } x \in [0; 18], \quad C'_M(x) \geq 0 \text{ si } x \in [18; 25].$$

Étudions les variations de la fonction  $C_M$  sur l'intervalle  $[0; 25]$ .

Si pour tout  $x \in I$ ,  $f'(x) \leq 0$  alors la fonction  $f$  est décroissante sur  $I$ ;  $C_M$  est donc décroissante sur  $[0; 18]$ .

Si pour tout  $x \in I$ ,  $f'(x) \geq 0$  alors  $f$  est croissante sur  $I$ ;  $C_M$  est donc croissante sur  $[18; 25]$ .

Dressons un tableau de variations. *non demandé explicitement*

$x$	0	18	25		
$C'_M$		-	0	+	
Variations de $C_M$	432		108		157

3. Le coût moyen minimum en euros par tonnes est de 108 €. Il est obtenu pour la fabrication de 18 tonnes du produit.

**Partie II : Étude du bénéfice**

Après une étude de marché, l'entreprise décide de vendre son produit 160 euros la tonne. On admet que tout produit fabriqué est vendu le mois de sa fabrication.

1. Calculons pour  $x \in [0; 25]$  le bénéfice mensuel  $B(x)$ , en euros, pour la vente mensuelle de  $x$  tonnes de ce produit.

$$\text{Le bénéfice est égal à la différence entre la recette et les coûts. } B(x) = 160x - (x^3 - 36x^2 + 432x) = -x^3 + 36x^2 - 272x.$$

2. Calculons ce bénéfice, en euros, pour la vente de 5 tonnes de ce produit, c'est-à-dire  $B(5)$ .

$$B(5) = -5^3 + 36 \times 5^2 - 272 \times 5 = -585. \text{ Pour la fabrication et la vente de 5 tonnes, le déficit s'élève à 585 euros.}$$

*On a représenté en annexe (à rendre avec la copie) la courbe de la fonction  $B$  dans un repère orthogonal.*

*Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique (on laissera apparents les tracés nécessaires aux lectures graphiques).*

3. Pour déterminer graphiquement, le bénéfice réalisé lorsque l'entreprise vend 15 tonnes de son produit sur un mois, lisons l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 15. Elle vaut environ 650. Le bénéfice est d'environ 650 euros.

4. Pour déterminer quelles sont les valeurs de la production mensuelle pour lesquelles le bénéfice est de 400 euros, traçons la droite d'équation  $y = 400$  et lisons les abscisses des points d'intersection de la courbe avec cette droite. Nous obtenons comme valeurs environ 13,3 ou environ 24.

5. Le bénéfice mensuel maximum réalisé par l'entreprise est d'environ 970 €. La production mensuelle est alors d'environ 19,3 tonnes.

6. Les valeurs de la production mensuelle pour lesquelles l'entreprise est déficitaire sont les abscisses des points pour lesquels la courbe est située en dessous de l'axe des abscisses. Nous lisons  $[0; \approx 10,8]$ .

**EXERCICE 3****6 points**

On interroge un groupe de 1 200 étudiants titulaires d'un baccalauréat STG et ayant poursuivi leurs études. 60 % de ces étudiants sont des filles.

Parmi ces étudiants :

- 55 % ont poursuivi leurs études en BTS.  $\frac{55 \times 1\,200}{100} = 660$
- 264 étudient à l'université.
- La moitié des étudiants de l'université sont des garçons.  $\frac{264}{2} = 132$
- 45 % des étudiants de BTS sont des garçons.  $\frac{45 \times 660}{100} = 297$

1. Voir le tableau donné en annexe. nombre de filles :  $\frac{60 \times 1\,200}{100} = 720$ , les autres valeurs s'obtiennent par soustraction.
2. Pour chaque étudiant interrogé les informations sont portées sur une fiche individuelle. On choisit une fiche au hasard parmi les 1 200 renseignées. Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie. La probabilité d'un événement  $A$  est donc  $p(A) = \frac{\text{nombre d'éléments de } A}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$ . Ici, le nombre d'éléments de l'univers est 1 200

- a. Calculons la probabilité des événements suivants :

$A$  : « la fiche choisie concerne un étudiant de l'université ». Il y a 264 étudiants à l'université donc :

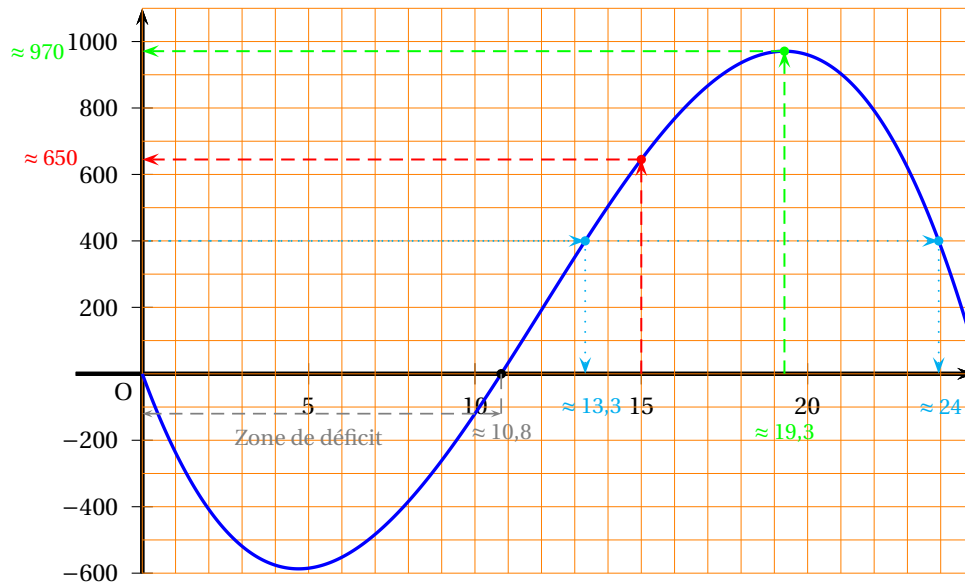
$$P(A) = \frac{264}{1\,200} = \frac{11}{50} = 0,22$$

$G$  : « la fiche choisie est celle d'un garçon ». Il y a 60 % de filles donc 40 % de garçons.  $P(G) = 0,4 = \frac{2}{5}$

- b. L'événement  $A \cap G$  est l'événement « la fiche choisie est celle d'un garçon étudiant à l'université ». Calculons sa probabilité. Il y a 132 garçons étudiant à l'université donc  $P(A \cap G) = \frac{132}{1\,200} = \frac{11}{100} = 0,11$
- c. L'événement  $A \cup G$  est l'événement « la fiche choisie est celle d'un garçon ou d'un étudiant à l'université ». Calculons sa probabilité.  $P(A \cup G) = P(A) + P(G) - P(A \cap G) = 0,22 + 0,4 - 0,11 = 0,51$ .
- d. Calculons la probabilité que la fiche choisie concerne un étudiant de l'université, sachant qu'il s'agit d'une fille. Dans le groupe interrogé, il y a 720 filles et parmi elles 132 étudient à l'université. La probabilité de l'événement « la fiche concerne un étudiant à l'université » sachant que c'est une fille  $F$  est donc :
 
$$P_F(A) = \frac{132}{720} \approx 0,18.$$

## ANNEXE (à rendre avec la copie)

## Courbe de l'exercice 2



## Tableau de l'exercice 3

	BTS	Université	Autres formations	Total
Filles	363	132	225	720
Garçons	297	132	51	480
Total	660	264	276	1 200