Baccalauréat STG CGRH Nouvelle-Calédonie
10 novembre 2011 correction

EXERCICE 1 **6 points**

L'exercice 1 comporte deux parties : la partie A est un QCM, la partie B est indépendante de la partie A.

Partie A - QCM

1. En janvier 2008, Anna a placé la somme de 800 euros, à intérêts composés au taux annuel de 4 %. Au bout de cinq ans, quel sera le montant total des intérêts acquis à l'euro près ?

a. ~~973~~
valeur obtenue en 2013

b. ~~160~~
intérêts simples

c. $\boxed{173}$
$973 - 800 = 173$

2. Anna réalise une feuille de calcul pour visualiser l'évolution de son capital de 800 euros pendant cinq ans :

	A	B	C
1	Année	Rang de l'année	Capital (en euros)
2	2008	0	800
3	2009	1	
4	2010	2	
5	2011	3	
6	2012	4	
7	2013	5	

Sur cette feuille de calcul, une formule qu'elle peut entrer dans la cellule C3 et recopier vers le bas jusqu'à la cellule C7 est :

a. $\boxed{= \text{C2 * 1,04}}$

b. ~~= C2 *1,04~~
valeur constante référence absolue

c. ~~= C2*1,04^B2~~
C2 doit être une référence absolue C2

3. Anna veut augmenter son capital de 24 % en cinq ans. Le taux annuel moyen t, auquel elle doit placer son capital, est :

a. ~~$t = 2,48\,\%$~~

b. ~~$t = 4,80\,\%$~~

c. $\boxed{t = 4,40\,\%}$

coefficient multiplicatif global : 1,24, 5 évolutions $(1+t)^5 = 1,24$ d'où $t = 1,24^{\frac{1}{5}} - 1 = 0,0440$

Partie B

L'évolution du produit net bancaire, en centaines de millions d'euros, de la banque d'Anna est donnée entre 2000 et 2010 par le tableau suivant :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Chiffre d'affaires y_i	112	123	141	154	168	184	200	221	241	260	295

1. À l'aide de la calculatrice, déterminons une équation de la droite D d'ajustement affine de y en x. Les coefficients étant arrondis à 10^{-2} près, l'équation est $\boxed{y = 17,54x + 103,14}$
2. On suppose que, jusqu'en 2020, cette droite réalise un bon ajustement du chiffre d'affaires en fonction du rang de l'année.
   a. Déterminons le produit net bancaire que la banque peut espérer atteindre en 2015. En 2015, le rang est 15, remplaçons x par cette valeur dans l'équation de la droite. $y = 17,54 \times 15 + 103,14 \approx 366,24$.
   Le produit net bancaire en 2015 serait d'environ $\boxed{\text{366,24 centaines de millions d'euros}}$.

b. Déterminons à partir de quelle année le produit net bancaire sera supérieur à 350 centaines de millions d'euros. Pour $x = 14$, nous obtenons 348,7. C'est donc en $\boxed{2015}$ que le produit net bancaire serait supérieur à 350 centaines de millions d'euros.

EXERCICE 2 **6 points**

Un établissement scolaire compte 122 élèves en première STG. Ces élèves sont répartis en deux spécialités : 94 sont en Communication et les autres en Gestion.
On désigne par :

C : l'évènement « L'élève est en première STG spécialité Communication »,

G : l'évènement « L'élève est en première STG spécialité Gestion »,

U : l'évènement « L'élève envisage des études supérieures à l'université ou dans un IUT »,

S : l'évènement « L'élève envisage des études supérieures en STS »,

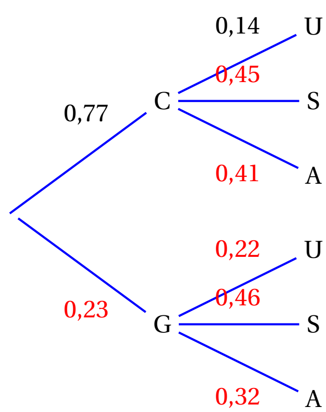
A : l'évènement « L'élève ne sait pas encore vers quelles études il se dirigera ».

Les résultats numériques sont arrondis à 10^{-2} près.

1. La loi est l'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement A est $\text{P(A)} = \frac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'éléments de l'univers}}$.
$\text{P(C)} = \dfrac{94}{122} \approx 0,77$.

2. Déterminons la probabilité de S sachant C, notée $\text{P}_\text{C}(\text{S})$ et la probabilité $\text{P}_\text{G}(\text{U})$.
$\text{P}_\text{C}(\text{S}) = 0,45$ car parmi les élèves qui sont en Communication, 45 % souhaitent aller en STS
$\text{P}_\text{G}(\text{U}) = 0,22$ car parmi ceux qui sont en Gestion, 22 % préfèrent aller à l'université ou en IUT

3. Construisons l'arbre de probabilité :



4. C ∩ S est l'évènement « L'élève est en première STG spécialité Communication et envisage des études supérieures en STS »,. Calculons sa probabilité. $\text{P}(\text{C} \cap \text{S}) = \text{P(C)} \times \text{P}_\text{C}(\text{S}) = 0,77 \times 0,45 \approx 0,35$

5. Calculons la probabilité, P(A), que l'élève de STG intérrogé ne sache pas encore vers quelles études il se dirigera.

$$\text{P(A)} = \text{P}(\text{C} \cap \text{A}) + \text{P}(\text{G} \cap \text{A}) = 0,77 \times 0,41 + 0,23 \times 0,32 = 0,3893$$

L'affirmation est fausse. Dans cet établissement, environ 39 % des élèves de première STG ne savent pas encore vers quelles études ils se dirigeront.

EXERCICE 3 **8 points**

Un professionnel propose le stockage de photos anciennes sur des CD. Il peut produire au maximum 18 CD par jour et on note x le nombre de CD produits par jour.
Le coût journalier, exprimé en euros, pour un nombre entier x de CD produits est donné par $f(x)$ où f est la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,18]$ par

$$f(x) = x^2 + x + 15.$$

Partie A : Étude de la fonction f et du coût journalier de production

1. Le coût fixe journalier correspond à $x = 0$. Le coût fixe est de $\boxed{15 \text{ €}}$.
Le coût journalier pour 10 CD produits est $f(10)$; $f(10) = 10^2 + 10 + 15 = 125$. Le coût pour 10 CD est de $\boxed{125 \text{ €}}$.

2. Calculons $f'(x)$. $f'(x) = \boxed{2x+1}$.

3. Étudions le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,18]$.
Pour tout $\boxed{x \in [0\,;\,18] \quad f'(x) > 0}$ comme somme d'un nombre positif et d'un nombre strictement positif.
On peut aussi résoudre l'inéquation $2x+1 > 0$. L'expression est positive pour $x > -\frac{1}{2}$
Si pour tout $x \in \mathrm{I}$, $f'(x) \geqslant 0$ alors f est croissante sur I. f est croissante sur $[0\,;\,18]$
Dressons le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0\,;\,18]$.

x	0		18
$f'(x)$		+	
Variations de f	15	$\nearrow$	357

4. Complétons le tableau de valeurs :

x	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
$f(x)$	15	21	35	57	87	125	171	225	287	357

5. Traçons la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,18]$.
Partie B : Application économique

Tous les CD produits sont vendus au prix unitaire de 17 euros.

a. i. Soit $\mathrm{R}(x)$ la recette journalière, en euros, pour la vente journalière de x CD. La recette est proportionnelle au nombre de CD vendus. $\boxed{\mathrm{R}(x) = 17x.}$

ii. Voir le graphique précédent.

iii. Le professionnel réalisera un bénéfice si la recette est supérieure au coût. Graphiquement si la courbe représentative de R est au dessus de celle de f. Nous lisons $x > 1$. Pour réaliser un bénéfice non nul, il doit vendre au moins deux CD.

iv. Graphiquement, il aura un bénéfice maximal, lorsque la distance, entre les deux courbes, pour un x fixé sera la plus grande.

Nous l'estimons à 8 ou 9 CD fabriqués et vendus.

b. i. Calculons le bénéfice B réalisé pour x CD vendus.
Le bénéfice est la différence entre les recettes et les coûts.

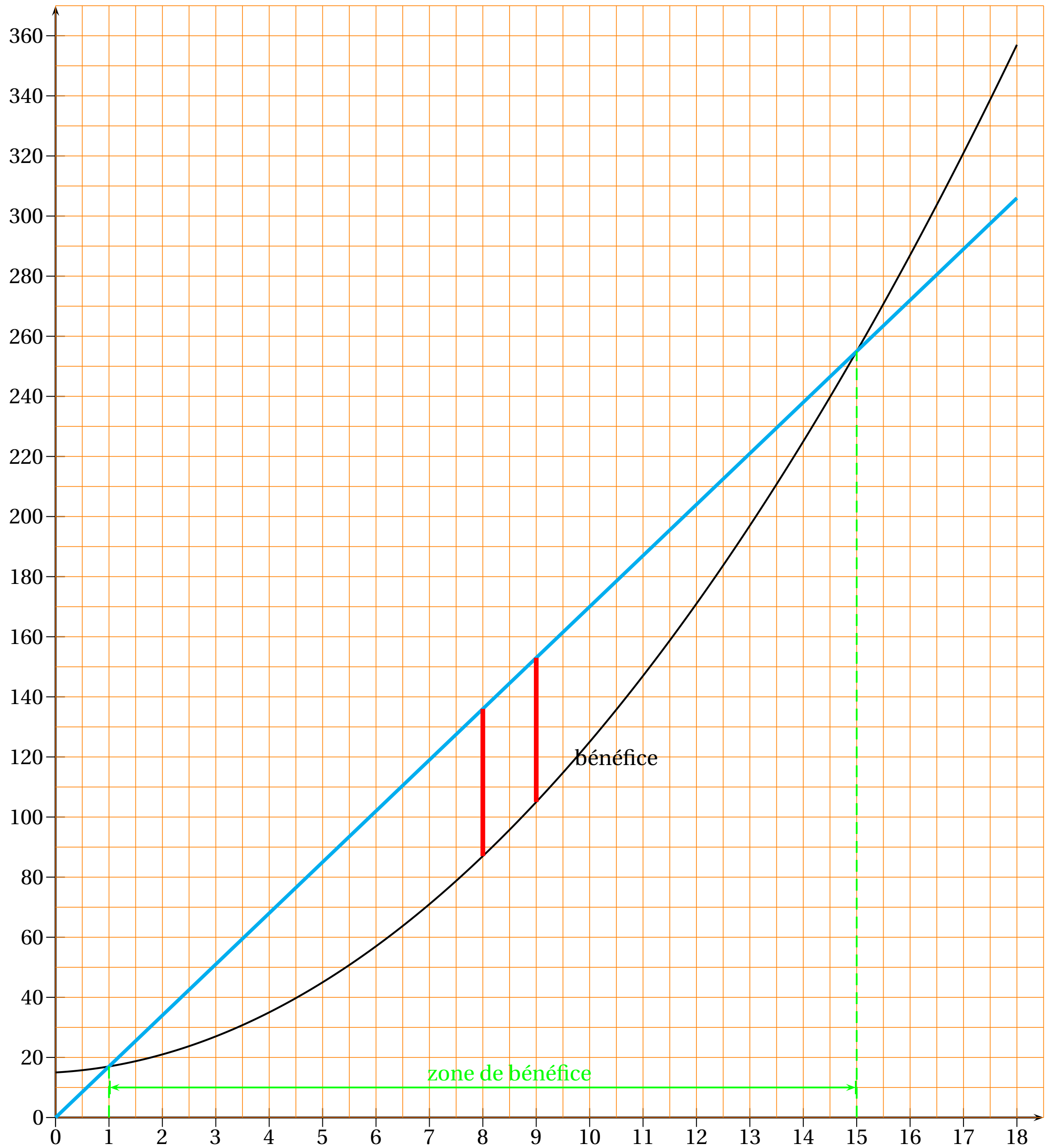
$$\begin{aligned}\mathrm{B}(x) &= \mathrm{R}(x) - f(x)\\ &= 17x - (x^2 + x + 15)\\ &= 17x - x^2 - x - 15\\ &= -x^2 + 16x - 15\end{aligned}$$

ii. Calculons la dérivée de la fonction B. $\boxed{\mathrm{B}'(x) = -2x + 16}$.

iii. Étudions les variations de la fonction B.
$-2x + 16 > 0 \iff x < 8$. La fonction B est croissante sur $[0\,;\,8]$ et décroissante sur $[8\,;\,18]$

iv. D'après les variations de B, la valeur de x pour laquelle le bénéfice maximal est atteint est $\boxed{8}$.
Ce résultat confirme l'estimation de la question 1. d.

v. Le bénéfice maximal vaut $\mathrm{B}(8)$. $\mathrm{B}(8) = -8^2 + 16 \times 8 - 15 = -64 + 128 - 15 = 49$. Il réalise un bénéfice maximal de $\boxed{49 \text{ euros}}$ pour la fabrication et la vente de 8 CD.


360
340
320
300
280
260
240
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
bénéfice
zone de bénéfice