Baccalauréat STG CGRH Polynésie septembre 2011 Correction

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **5 points**

En 2009, l'étude de la fréquentation d'un site P2P (pair-à-pair) québécois donne les résultats suivants :

NationalitéÂge	Québécois	Non québécois	Total
compris entre 20 et 29 ans	25 667	75 907	101 574
inférieur à 19 ans ou supérieur à 30 ans	36 032	97 268	133 300
Total	61 699	173 175	234 874

Le tableau précédent est complété par les marges.
On choisit au hasard un utilisateur répertorié sur le site P2P. On note Q et A les événements suivants :
Q : « l'utilisateur est québécois » ;
A : « l'âge de l'utilisateur est compris entre 20 et 29 ans ».
L'univers est l'ensemble des utilisateurs du site P2P. La loi mise sur cet univers est la loi équirépartie, la probabilité d'un événement A est définie par $P(\text{A}) = \dfrac{\text{nombre d'éléments de A}}{\text{nombre d'eléments de } \Omega}$. Le nombre d'éléments de Ω est 234 874.

1. Calculons la probabilité de l'événement Q. Les Québécois fréquentant le site sont au nombre de 61 699,
   $P(\text{Q}) = \dfrac{61\,699}{234\,874} \approx 0,26$.
2. Calculons la probabilité de l'événement A $\cap$ Q. Les Québécois fréquentant le site, âgés entre 20 et 29 ans, sont au nombre de 25 667,
   $P(\text{A} \cap \text{Q}) = \dfrac{25\,667}{234\,874} \approx 0,11$.
3. Calculons la probabilité de l'événement A sachant que l'événement Q est réalisé.
   $P_{\text{Q}}(\text{A}) = \dfrac{P(\text{A} \cap \text{Q})}{P(\text{Q})} = \dfrac{0,11}{0,26} \approx 0,42$
4. L'âge de l'utilisateur choisi n'est pas compris entre 20 et 29 ans.
   Calculons la probabilité qu'il soit québécois. L'univers ici est l'ensemble des personnes dont l'âge est inférieur à 19 ans ou supérieur à 29 ans. La probabilité mise sur cet univers est aussi l'équiprobabilité. Le nombre d'éléments de cet univers est 133 300 et le nombre d'utilisateurs québécois dont l'âge est inférieur à 19 ans ou supérieur à 29 ans est 36 032.
   La probablité est $\dfrac{36\,032}{133\,300} \approx 0,27$

EXERCICE 2 **7 points**

Partie 1

Monsieur Économe décide de se constituer une épargne. Le 1er juillet 2011, il déposera sur un compte rémunéré au taux annuel de 2,5 % la somme de 500 €. Ensuite, le 1er juillet de chacune des années suivantes, il déposera 100 € sur ce compte. On a reproduit ci-dessous une feuille de calcul réalisée à l'aide d'un tableur, qui donne la valeur, au centime d'euro près, du capital qui sera acquis par Monsieur Économe au 1er juillet de chaque année jusqu'en 2015.

	A	B	C	D	E	F
1	Date	01/07/2011	01/07/2012	01/07/2013	01/07/2014	01/07/2015
2	Valeur en €	500	612,50	727,81	846,01	967,16

1. À une évolution au taux de 2,5 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,025.
   a. La valeur du capital au 01/07/2012 est obtenu en effectuant $500 \times 1{,}025 + 100$.
   b. La valeur du capital au 01/07/2016 après le dépôt de 100 € est : $967{,}16 \times 1{,}025 + 100 = 1\,091{,}34$.
2. Dans la cellule C2 pour que, en recopiant vers la droite, on obtienne les valeurs indiquées dans la ligne 2, nous devons saisir $\boxed{\text{=B2*1,025+100}}$ ou $\boxed{\text{=B\$2*1,025+100}}$.
3. Calculons le taux moyen annuel de l'évolution du capital de M. Économe entre le 01/07/2011 et le 01/07/2015.
   Déterminons le coefficient multiplicateur global, CMG, entre le 01/07/2011 et le 01/07/2015.
   CMG=$\frac{967{,}16}{500} \approx 1{,}934\,32$. Si t est le taux moyen d'évolution, son capital à chaque évolution est multiplié par $(1+t)$.
   Entre le 01/07/2011 et le 01/07/2015, il y a eu 4 évolutions, il a donc été multiplié par $(1+t)^4$. $(1+t)^4 = 1{,}934\,32$ d'où $t = (1,93432)^{\frac{1}{4}} - 1 \approx 0{,}18$. Le capital a augmenté environ de 18 % par an.

Partie II

Monsieur Économe veut maintenant calculer les montants des capitaux qu'il obtiendra chaque année s'il n'effectue qu'un seul versement initial d'un montant de 800 € le 1er juillet 2011 sur ce compte rémunéré au taux annuel de 2,5 %.
On note u_n le capital acquis au 1er juillet de l'année $2011+n$. Ainsi $u_0 = 800$.

1. $u_1 = 800 \times 1{,}025 = 820$.
2. La suite (u_n) est une suite géométrique car chaque terme se déduit du précédent en le multipliant par 1,025.
   Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est $u_n = u_0 q^n$.
   Il en résulte $u_n = 800 \times (1{,}025)^n$ pour tout entier naturel n.
3. Au 01/07/2015 $n = 4$, par conséquent calculons u_4. $u_4 = 800 \times (1{,}025)^4 \approx 883{,}05$. Le capital acquis à la même date grâce au placement de la Partie 1 est supérieur à celui acquis grâce à ce placement.
4. En 2021 le capital acquis dépassera pour la première fois 1 000 € avec cette deuxième formule de placement. En effet $u_9 = 999{,}09$ et $u_{10} = 1\,024{,}07$.

EXERCICE 3 **8 points**

La courbe $\mathscr{C}_f$ tracée sur l'**annexe** est la représentation graphique, dans un repère du plan, d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3~;~8]$. **Cette annexe est à rendre avec la copie**.

Partie I
Les questions de cette partie seront traitées par lecture sur la courbe donnée en annexe.

1. Complétons le tableau de valeurs suivant :

x	-3	0	3
$f(x)$	-6	1,5	0

   Nous lisons l'ordonnée des points de la courbe dont on nous a donné l'abscisse.
2. L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = -1$ avec la précision permise par le graphique est $\{-1{,}4~;~3{,}6~;~6{,}4\}$.
   Nous lisons les abscisses des points d'intersection de la courbe avec la droite d'équation $y = -1$.
3. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Dressons le tableau de signe de la fonction f' sur l'intervalle $[-3~;~8]$.
   Si la fonction f est croissante sur I, alors $f' > 0$ sur I et si la fonction f est décroissante sur I, $f' < 0$ sur I

x	-3		1		5		8
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Partie II
Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[-3~;~8]$ par

$$g(x) = 0,5x^2 - x - 1,5.$$

1. On note g' la fonction dérivée de la fonction g.

a. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-3~;~8]$, $g'(x) = 0,5(2x) - 1 = x - 1$.

b. Déterminons le signe de $g'(x)$ sur l'intervalle $[-3~;~8]$. $x - 1 > 0 \iff x > 1$.
Si $x \in [-3~;~1[$ $g'(x) < 0$ et si $x \in]1~;~8]$ $g'(x) > 0$
Déterminons le sens de variation sur $[-3~;~8]$
Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.
Pour $x \in]1~;~8]$ $g'(x) > 0$, par conséquent g est strictement croissante sur cet intervalle.
Si pour tout $x \in I$ $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.
Pour $x \in [-3~;~1[$ $g'(x) < 0$, par conséquent g est strictement décroisssante sur cet intervalle.
Dressons le tableau de variation de la fonction g sur cet intervalle.

x	-3		1		8
g'		$-$	0	$+$	
Variations de g	6	$\searrow$	-2	$\nearrow$	6

2. Complétons le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$g(x)$	6	2,5	0	$-1,5$	-2	$-1,5$	0	2,5	6

3. On note $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g dans un repère. La courbe $\mathscr{C}_g$ est tracée dans le même repère que la courbe $\mathscr{C}_f$ sur l'annexe.

4. Résolvons par lecture graphique l'inéquation $g(x) \leqslant f(x)$.
Les solutions de cette inéquation sont les abscisses des points pour lesquels la courbe $\mathscr{C}_g$ est en dessous de $\mathscr{C}_f$ ou en lesquels les courbes se coupent.
Nous lisons l'intervalle $[-1~;~3]$

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

Courbe $\mathscr{C}_f$ de l'exercice 3