# ∽ Baccalauréat STG C.G.R.H Métropole ∾
# 20 juin 2013 correction

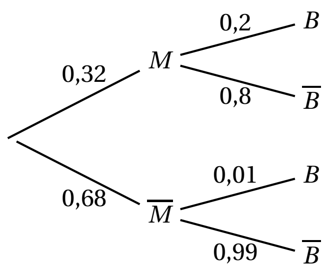
La calculatrice (conforme à la circulaire N°99-186 du 16-11-99) est autorisée.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

**EXERCICE 1** **6 points**

Le supermarché Baprix distribue en caisse un ticket à gratter à chaque acheteur. Les tickets gagnants donnent droit à des bons de réduction à utiliser la semaine suivante.
Le gérant veut augmenter ses ventes le mardi. Ce jour-là, un ticket sur cinq donne droit à un bon de réduction. Les autres jours de la semaine, un ticket sur 100 donne droit à un bon de réduction.
On interroge un client choisi au hasard. Celui-ci a acheté une seule fois chez Baprix la semaine précédente.
Cette semaine là, 32 % des achats se sont faits le mardi.
On désigne par $M$ l' événement : « le client a fait ses achats le mardi de la semaine précédente » et par $B$ l'événement « le client a obtenu un bon de réduction la semaine précédente ».
$\overline{M}$ et $\overline{B}$ désignent respectivement les événements contraires de $M$ et de $B$.
*Les résultats seront donnés sous forme décimale et arrondis à 0,001 près.*

1. D'après l'énoncé, la probabilité que le client ait obtenu un bon de réduction, sachant qu'il a fait ses achats le mardi de la semaine précédente est 0,2 car ce jour-là, un ticket sur cinq donne droit à un bon de réduction.

2. Construisons un arbre de probabilité décrivant la situation.




   Calculons la probabilité $p(M \cap B)$ que le client ait fait ses achats le mardi de la semaine précédente et obtenu un bon de réduction à cette occasion.

   $p(M \cap B) = p(M) \times p_M(B) = 0,32 \times 0,2 = 0,064$.

3. $\overline{M} \cap B$ est l'événement : « le client n'a pas fait ses achats le mardi et a obtenu un bon de réduction ».

   Calculons sa probabilité. $p(\overline{M} \cap B) = p(\overline{M}) \times p_{\overline{M}}(B) = 0,68 \times 0,01 = 0,0068 \approx 0,007$.

4. Calculons $p(B)$.

   $p(B) = p(M \cap B) + p(\overline{M} \cap B) = 0,064 + 0,007 = 0,071$.

5. Le client interrogé a un bon de réduction. Y a-t-il plus de 80 % de chances qu'il ait fait ses achats le mardi de la semaine précédente ?

   Pour y répondre, calculons la probabilité qu'il ait fait ses achats le mardi de la semaine précédente sachant qu'il a un bon de réduction c'est-à-dire $p_B(M)$.

   $p_B(M) = \dfrac{p(M \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0,064}{0,071} \approx 0,901$.

   La réponse est donc oui.

**EXERCICE 1** **7 points**

Le tableau ci-dessous donne le nombre d'abonnements annuels à un stade depuis 2006.

| Année | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année : $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Nombre d'abonnements : $y_i$ | 12 310 | 13 150 | 13 300 | 12 855 | 13 820 | 14 490 | 15 005 |

**Les parties I, II et III sont indépendantes.**

**I – Étude statistique**
Les données ci-dessus sont représentées par le nuage de points figurant en ***annexe 1 à rendre avec la copie.***
On a représenté sur le même graphique la droite $\mathcal{D}$ qui réalise un ajustement affine de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés.

1. En utilisant la calculatrice, une équation de la droite $\mathcal{D}$ où les coefficients sont arrondis à 0,1 près est

   $y = 403{,}0x + 11\,949{,}3$.

2. On considère que cet ajustement reste valide jusqu'en 2013 inclus. Calculons le nombre d'abonnements que l'on peut prévoir pour 2013 si la tendance observée se confirme.

   Pour 2013 le rang est 8, remplaçons donc $x$ par 8 dans l'équation de la droite $y = 403{,}0 \times 8 + 11\,949{,}3 = 15\,173{,}3$ .

   Il est possible de prévoir 15 173 abonnements.

**II –Étude des taux d'évolution**

1. Déterminons $T$, le taux global d'évolution du nombre d'abonnements entre 2006 et 2012.

   Le taux d'évolution $t$ est défini par $t = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$.

   $T = \dfrac{15\,005 - 12\,310}{12\,310} \approx 0{,}218\,927\,7$.

   Le taux d'évolution global, à 1 % près, entre 2006 et 2012 est d'environ 22 %.

2. Montrons que le taux annuel moyen d'évolution de ce nombre d'abonnements au cours de la période observée est d'environ 3,35 %.

   En appelant $t_m$ le taux moyen, le coefficient multiplicateur global est aussi $(1 + t_m)^6$ puisque le nombre d'abonnements a subi 6 évolutions durant cette période.

   $(1 + t_m)^6 = 1{,}218\,927\,7$ par conséquent $t_m = 1{,}218\,927\,7^{\frac{1}{6}} - 1 \approx 0{,}033\,546$.

   Le taux moyen annuel entre 2006 et 2012 est d'environ 3,35 %.

**III – Étude d'une suite**
Le gérant du stade veut modéliser l'évolution du nombre d'abonnements dans les années futures en utilisant une suite géométrique $(u_n)$. Il estime que le nombre d'entrées va augmenter de 3 % par an.
$u_n$ représente le nombre d'abonnements lors de l'année 2012+$n$. On a donc $u_0 = 15\,005$.
Pour ses calculs, il utilise un tableur dont un extrait figure dans l'***annexe 1 à rendre avec la copie.***
Le format des cellules a été choisi pour que tous les nombres soient arrondis à l'unité.

**Les questions suivantes constituent un questionnaire à choix multiples (QCM).**
Pour chaque question, trois réponses sont proposées, **une seule réponse est correcte.**

*Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie.*

*Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.*

1. La raison de la suite géométrique est égale à :
   - ~~0,03~~
   - $\boxed{1{,}03}$
   - ~~103~~
2. La formule à entrer en cellule D3, qui, recopiée vers le bas, permettra d'obtenir l'estimation du nombre d'entrées entre 2013 et 2017 est :
   - $\boxed{\text{=D2*(1+A\$2)}}$
   - ~~=D$2*(1+A$2)~~
   - ~~=D2*(1 +$A2)~~
3. Le nombre d'abonnés devrait dépasser 17 000 :
   - $\boxed{\text{en 2017}}$
   - ~~en 2015~~
   - ~~jamais~~

**EXERCICE 3** **7 points**

Un artisan fabrique des meubles qu'il vend au prix de 150 euros l'un. Chaque semaine, il en produit au maximum 16. On suppose que l'artisan vend tous les meubles qu'il fabrique.
Le coût de fabrication de $x$ meubles, charges de l'entreprise incluses, exprimé en euros, est noté $C(x)$. La fonction C est définie sur l'intervalle [1 ; 16].

**Partie A :** lectures graphiques
Dans le graphique donné dans ***l'annexe 2 à rendre avec la copie,*** on a représenté la fonction de coût C et la fonction recette R respectivement par les courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{R}$.
Répondre aux questions suivantes en utilisant ce graphique.

1. Le coût de fabrication de 6 meubles est de 600 euros. Nous lisons l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 6 ; de la même manière nous pouvons estimer le coût de fabrication de 13 meubles à 2 000 €. (les traits en cyan)
2. Il n'est pas rentable pour l'artisan de fabriquer et vendre 13 meubles car le coût est supérieur à la recette. L'ordonnée du point d'abscissse 13 appartenant à la courbe des coûts est supérieure à l'ordonnée du point de la droite des recettes.
3. Pour un coût de fabrication de 900 euros, l'artisan fabrique 8 meubles. Lisons l'abscisse du point de la courbe d'ordonnée 900. (traits en rouge)
4. Pour que l'entreprise soit bénéficiaire, la courbe des coûts doit être en dessous de la droite des recettes et nous ne tenons compte que des nombres entiers, par conséquent l'artisan doit fabriquer entre 2 et 12 meubles, ces valeurs incluses.

**Partie B :** étude du bénéfice
Le bénéfice est donné par $B(x)$ où $B$ est la fonction définie sur l'intervalle $[1~;~16]$ par :

$$B(x) = -10x^2 + 140x - 180$$

1. Pour tout $x \in [1~;~16] \quad B'(x) = -10(2x) + 140 = -20x + 140$, où $B'$ désigne la dérivée de la fonction $B$.
2. Étudions le signe de $B'(x)$. Sur $\mathbb{R}$, $-20x + 140 > 0 \iff x < 7$.
   Si $x \in [1~;~7[$ $B'(x) > 0$, si $x \in ]7~;~16]$ $B'(x) < 0$.
   Étudions les variations de la fonction $B$.
   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors $f$ est strictement croissante sur $I$.
   Pour $x \in [1~;~7[$ $B'(x) > 0$ par conséquent $B$ est strictement croissante sur cet intervalle.
   Si pour tout $x \in I$ $f'(x) < 0$ alors la fonction $f$ est décroissante sur $I$.
   Pour $x \in ]7~;~16]$ $B'(x) < 0$, par conséquent $B$ est strictement décroisssante sur cet intervalle.
   En résumé, $B$ est strictement croissante sur$[1~;~7[$ et strictement décroisssante sur $]7~;~16]$.
3. $B$ admettant un maximum pour $x = 7$, l'artisan doit fabriquer par semaine 7 meubles pour que son bénéfice soit maximum.
4. Le bénéfice maximum est de 310 €.
5. L'artisan souhaite augmenter son bénéfice maximum. Pour ce faire, il réorganise son mode de production.
   Le bénéfice est alors donné par la fonction $F$ définie sur l 'intervalle $[1~;~16]$ par :

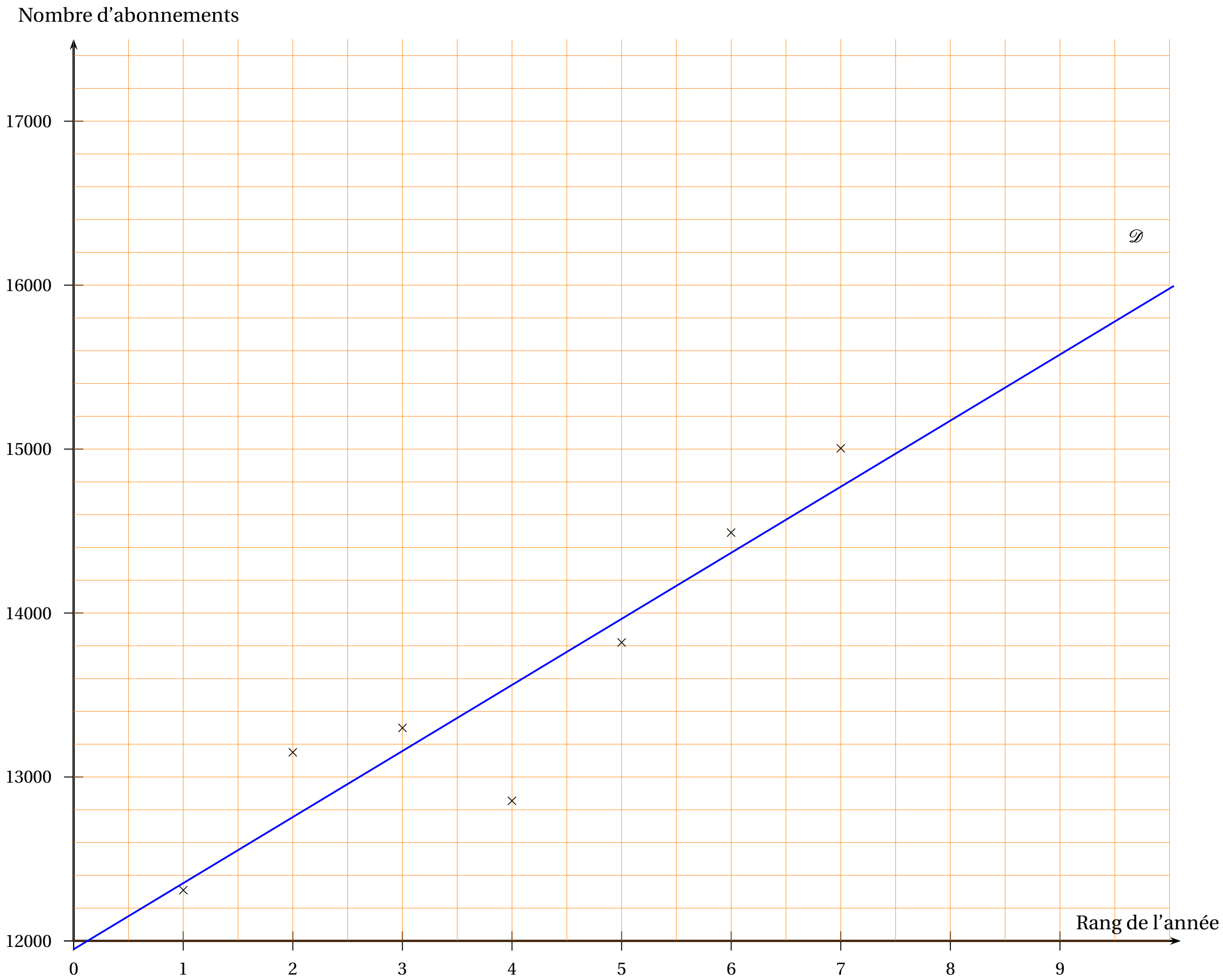
   $$F(x) = -10x^2 + 150x - 180.$$

   Le bénéfice maximum va augmenter car F(7)=380.

**annexe 1 à rendre avec la copie.**

**EXERCICE 2**

**Partie I**




**Partie II**

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | Taux | Année | $n$ | Nombre d'entrées $u_n$ |
| 2 | 3 % | 2012 | 0 | 15 005 |
| 3 | | 2013 | 1 | 15 455 |
| 4 | | 2014 | 2 | 15 919 |
| 5 | | 2015 | 3 | |
| 6 | | 2016 | 4 | |
| 7 | | 2017 | 5 | |

**Annexe 2 à rendre avec la copie.**

**EXERCICE 3**