# ∾ Baccalauréat STG Mercatique Antilles–Guyane ∾<br>septembre 2008

Coefficient 3 et 4 pour gestion des systèmes d'information — Durée 3 heures

La calculatrice est autorisée.

**EXERCICE 1** — **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM)
Pour chaque question, trois réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte.
On vous demande de recopier sur votre copie celle que vous pensez correcte. Aucune justification n'est demandée.
*Chaque bonne réponse rapporte un point, chaque réponse fausse retire* 0,5 *point, une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.*

1. On place un capital de 100 euros à 3,8 % par an à intérêts composés.
   Pour tout entier naturel $n$, on note $D_n$ le capital obtenu au bout de $n$ années,
   On a donc $D_0 = 100$.
   La suite $(D_n)$ ainsi obtenue est :

   **a.** arithmétique de raison $1,038$ **b.** géométrique de raison $1,038$ **c.** géométrique de raison $3,8$

2. Le prix de l'immobilier dans une ville a augmenté de 22 % en un an.
   Le taux d'évolution mensuel moyen équivalent, arrondi à 0,001 %, est de :

   **a.** 1,833 % **b.** 1,017 % **c.** 1,671 %

3. Pour tout nombre réel $x$ strictement positif, la fonction $f$ définie par :
   $f(x) = x^2 - \ln(x)$ admet pour fonction dérivée la fonction $f'$ définie par :

   **a.** $f'(x) = \dfrac{2x^2-1}{x}$ **b.** $f'(x) = \dfrac{2x-1}{x}$ **c.** $f'(x) = x^2 - \dfrac{1}{x}$

4. On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes. Sachant que la carte tirée est un cœur, la probabilité que ce soit un roi est :

   **a.** $\dfrac{1}{2}$ **b.** $\dfrac{1}{4}$ **c.** $\dfrac{1}{8}$

**EXERCICE 2** — **6 points**

L'évolution des ventes d'un produit fabriqué par une entreprise est donnée dans le tableau suivant :

| Année | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Ventes $y_i$ (en millions d'unités) | 200 | 202 | 213 | 225 | 233 | 241 | 247 | 252 |

**Partie A**

1. Représenter graphiquement le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
   1 cm pour une année sur l'axe des abscisses ;
   1 cm pour 10 millions sur l'axe des ordonnées (graduer l'axe des ordonnées à partir de 190).

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points, Placer G dans le repère précédent.

On cherche à faire une prévision pour l'année 2009. Dans ce but, on propose deux modèles.

**Partie B : Modèle affine**

1. Déterminer, à l'aide d'une calculatrice, une équation de la droite $(D)$ d'ajustement de $y$ en $x$ par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients à l'unité).
2. Tracer cette droite dans le repère précédent.

**Partie C : Modèle exponentiel**

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $[0~;~10]$ par : $f(x) = 199\text{e}^{0,04x}$.

1. Quel est le sens de variation de $f$ sur l'intervalle $[0~;~10]$ ? Justifier la réponse.
2. Recopier et compléter le tableau ci-dessous (on arrondira à l'unité) :

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | 216 | | | | | | | | |

3. Tracer la courbe $(\mathscr{C})$ représentative de la fonction $f$ dans le repère précédent.

**Partie D**

Indiquer pour chacun des deux modèles, les prévisions que l'on peut effectuer sur le nombre de ventes du produit durant l'année 2009.

**EXERCICE 3** **5 points**

Soit $f$ la fonction définie sur l'intervalle $[1~;13]$ par :

$$f(x) = x\ln(x) - 3x + 10.$$

Une entreprise fabrique du dissolvant chimique. Lorsque l'entreprise fabrique $x$ centaines de litres par jour, le coût moyen de production du litre est égal à $f(x)$ ($x$ est compris entre 1 centaine et 13 centaines). Ce coût est exprimé en euros.

1. Si l'entreprise produit 500 litres par jour, quel sera le coût moyen de production du litre, en euros, arrondi au centime ?
2. Montrer que $f'(x) = \ln(x) - 2$ où $f'$ désigne la fonction dérivée de $f$ sur l'intervalle $[1~;13]$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$ puis établir le tableau de variations de $f$ sur l'intervalle $[1~;13]$.
4. En déduire le nombre de litres à produire par jour pour que le coût moyen de production du litre soit minimum. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée au litre près.

   Préciser alors la valeur arrondie au centime du coût moyen de production du litre correspondant.

**EXERCICE 4** **5 points**

À l'aide d'une machine, un supermarché contrôle l'authenticité de 2 000 billets de banque. Les coupures de 20 € représentent 40 % de l'ensemble des billets contrôlés. On a détecté 5 fausses coupures. Les billets de 20 € représentent 60 % des fausses coupures.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant. Faire figurer le détail des calculs sur votre copie.

| | Coupure de 10 € | Coupure de 20 € | Coupure de 50 € | Total |
|---|---|---|---|---|
| Billets falsifiés | | | 2 | |
| Billets authentiques | 600 | | | |
| Total | | | | 2 000 |

Dans les questions suivantes, les réponses seront données sous la forme d'une fraction irréductible.

Un billet est choisi au hasard parmi les 2 000 billets contrôlés.

On considère les évènements suivants :

$F$ : « le billet choisi est falsifié » ;
$C$ : « le billet choisi est une coupure de 50 € » ;
$V$ : « le billet choisi est une coupure de 20 € ».

2. Définir par une phrase l'évènement $V \cap F$ et calculer $p(V \cap F)$.
3. Calculer la probabilité conditionnelle de $F$ sachant $C$ notée $p_C(F)$.
4. Calculer $p(F)$. Peut-on dire que les évènements $F$ et $C$ sont indépendants ? Justifier la réponse.