Durée : 3 heures

Baccalauréat STG - Mercatique - CFE - GSI
Antilles-Guyane septembre 2011

EXERCICE 1 **4 points**

Monsieur Prévoyant place un capital de 3 000 euros sur un compte rémunéré à intérêts composés.
Le taux de placement est de 3 % l'an.
Tous les ans, au premier janvier, il ajoute 50 euros sur ce compte.
Soit C_n le capital, en euros, après n années de placement. On a ainsi $C_0 = 3000$.

1. Justifier que $C_1 = 3140$.
2. Déterminer C_2.
3. Justifier que pour tout entier naturel n, $C_{n+1} = 1,03C_n + 50$.
4. Monsieur Prévoyant veut utiliser une feuille de calcul d'un tableur pour déterminer son capital en fonction du nombre d'années de placement.

	A	B
1	Taux de placement en %	3
2	Ajout annuel (en euros)	50
3		
4	Nombre d'années de placement	Capital en euros au bout de n années
5	0	3 000,00
6	1	
7	2	
8	3	
9	4	

Le format des cellules B5 à B9 est monétaire avec 2 décimales.

   a. Indiquer une formule à entrer en B6 qui, par recopie vers le bas, permet de compléter la plage de cellules B6 : B9.

   b. Quel est le capital au bout de 4 années de placement ?

EXERCICE 2 **6 points**

L'INSEE publie le tableau suivant, donnant l'espérance de vie à la naissance des individus de sexe masculin (hors autres critères) selon l'année de naissance.

Année de naissance	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Age moyen au décès (y_i)	75,3	75,5	75,8	75,9	76,7	76,8	77,2	77,4	77,6

1. Déterminer le taux d'évolution de l'espérance de vie des hommes entre 2000 et 2008.
   On donnera une valeur approchée à 0,01 % près.
2. Déterminer le taux d'évolution annuel moyen de l'espérance de vie des hommes entre 2000 et 2008. On donnera une valeur approchée à 0,01 % près.
3. Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ dans un repère orthogonal.
   Sur l'axe des abscisses, on placera 0 à l'origine et on choisira 2 cm pour une unité.
   Sur l'axe des ordonnées, on placera 75 à l'origine et on choisira 5 cm pour un an.

4. Calculer les coordonnées du point moyen G de cette série statistique et le placer dans le repère précédent (les coordonnées seront arrondies, si besoin, au dixième).

5. *Dans cette question, les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés.*

Donner une équation de la droite de régression (D) de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients au centième si nécessaire.

Tracer la droite (D) dans le repère précédent.

6. Quelle estimation peut-on faire quant à l'espérance de vie des hommes nés en 2010 ?

EXERCICE 3 **4 points**

Un magazine publie une étude comparative sur des téléphones portables proposant l'accès illimité à internet. Toutes les personnes interrogées possèdent un téléphone portable.
Parmi les personnes interrogées, 60 % ont acheté un téléphone de marque Alpha.
Parmi les personnes ayant acheté un téléphone de marque Alpha, 80 % ont choisi un accès internet illimité.
Parmi les personnes n'ayant pas acheté un téléphone de marque Alpha, 70 % ont choisi l'accès internet illimité.
On choisit une personne au hasard parmi les personnes interrogées. On appelle p la probabilité associée à cette expérience aléatoire.
On note :

A l'évènement : « le téléphone de cette personne est de marque Alpha »,

I l'évènement : « le téléphone offre un accès internet illimité ».

On note $\overline{A}$ l'évènement contraire de l'évènement A.

1. Déduire des informations de l'énoncé :

a. Les probabilités $p(A)$ et $p\left(\overline{A}\right)$ des évènements A et $\overline{A}$.

b. La probabilité $p_A(I)$ de l'évènement I sachant A.

c. La probabilité $p_{\overline{A}}(I)$ de l'évènement I sachant $\overline{A}$.

2. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.

3. Calculer les probabilités $p(A \cap I)$ et $p\left(\overline{A} \cap I\right)$ des évènements $A \cap I$ et $\overline{A} \cap I$.

4. Démontrer que $p(I) = 0,76$.

5. On sait que la personne choisie possède un téléphone avec un accès illimité à internet.

Quelle est la probabilité pour que ce téléphone soit de marque Alpha ? On donnera une valeur approchée de ce dernier résultat à 10^{-2} près.

EXERCICE 4 **6 points**

Une entreprise fabrique des tables de jardin. La production est comprise entre 0 et 30 tables par jour. Toutes les tables fabriquées sont supposées vendues.

Partie A

On considère la fonction C définie sur l'intervalle $[1 ; 30]$ par

$$C(x) = x^2 + 50x + 100.$$

Le coût de production, exprimé en euros, de x tables fabriquées est égal à $C(x)$.

1. Quel est le coût de production, en euros, de 10 tables ?
2. Calculer le coût unitaire, en euros, pour 10 tables produites.

Partie B

À chaque quantité x de tables produites, on associe le coût unitaire, $\dfrac{C(x)}{x}$, exprimé en euros.
On modélise ce coût par la fonction f, définie sur l'intervalle $[1\,;\,30]$ par $f(x) = \dfrac{C(x)}{x}$.
On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,30]$ et on note f' sa fonction dérivée.
La courbe représentative de f est donnée dans le repère fourni en annexe.

1. Déterminer graphiquement une valeur approchée de $f(5)$ et de $f(25)$.
2. D'après le graphique, pour quelles quantités de tables produites, le coût unitaire, en euros, est-il inférieur ou égal à 80 ?

Partie C

1. Démontrer que $f(x) = x + 50 + \dfrac{100}{x}$ pour tout réel x de l'intervalle $[1\,;\,30]$.
2. Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[1\,;\,30]$, $f'(x) = \dfrac{(x-10)(x+10)}{x^2}$.
3. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1\,;\,30]$ et dresser le tableau de variation de f.
4. Préciser la quantité de tables à fabriquer par jour pour que le coût unitaire soit minimal.

   Quel est ce coût minimal ?

Annexe

À rendre avec la copie

EXERCICE 4