∾ Baccalauréat STG Mercatique Métropole ∾ septembre 2007

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **4 points**

Le tableau ci-dessous donne la dépense médicale en soins hospitaliers, en France, en milliards d'euros.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang x_i	0	1	2	3	4	5
Dépense en soins hospitaliers en milliards d'euros	47,6	52,7	54,8	58	64,3	67,1

Source : France, portrait social, édition 2005-2006

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ avec $0 \leqslant i \leqslant 5$ est représenté en annexe 1 où la graduation en ordonnée débute à 40 milliards.

1. Déterminer les coordonnées, arrondies au dixième, du point moyen G.
   Placer le point G sur le graphique de l'annexe 1.

   On souhaite réaliser un ajustement affine.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement obtenue par la méthode des moindres carrés. (Arrondir les coefficients au centième).

   À partir des calculs ci-dessus, on décide de réaliser un ajustement affine à l'aide de la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 3,9x + 47,7$.
3. Tracer la droite $\mathcal{D}$ sur le graphique de l'annexe 1.
4. En supposant que le modèle reste valable dans les trois années suivantes, prévoir la dépense en soins hospitaliers en 2008. Indiquer la méthode utilisée.

EXERCICE 2 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Relever sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Une réponse juste rapporte 1 *point ; une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent de point.*

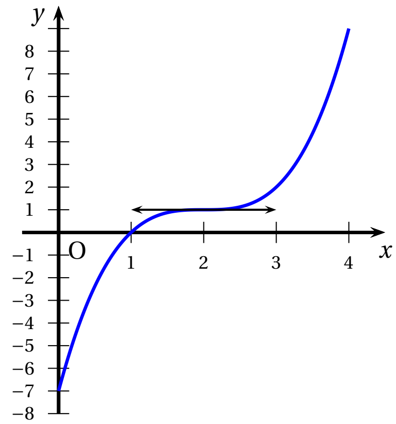
1. On note f la fonction définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 4,5 + \mathrm{e}^{-2x+1}$.
   On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'ensemble $\mathbb{R}$.
   La fonction f' est définie pour tout nombre réel x par :

   a. $f'(x) = -4,5 - 2\mathrm{e}^{-2x+1}$ **b.** $f'(x) = 1 + \mathrm{e}^{-2x+1}$
   c. $f'(x) = 1 + \mathrm{e}^{-2}$ **d.** $f'(x) = 1 - 2\mathrm{e}^{-2x+1}$.

2. On considère l'équation $2 + \ln(x) = 0$ sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
   Elle admet comme solution sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$:

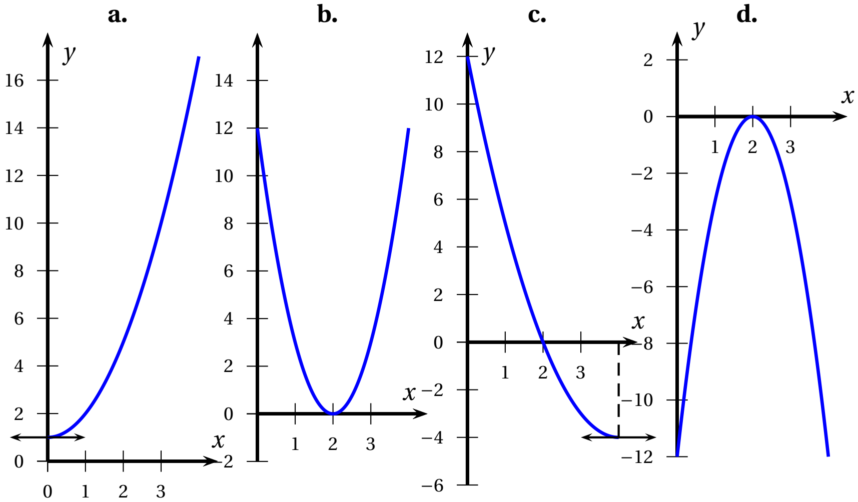
   a. e^{-2} **b.** $\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}$ **c.** pas de solution **d.** $-\ln 2$

3. La représentation graphique d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0 ; 4]$ est donnée ci-contre.
On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; 4]$.



Une représentation graphique possible de la fonction g' est la courbe :

a. **b.** **c.** **d.**



4. Soit x un nombre réel strictement positif.
Le nombre réel $\ln(2x+2)-\ln(x+1)$ est égal à :

a. $\ln(2)$ **b.** $\ln(x+1)$ **c.** $\dfrac{\ln(2x+2)}{\ln(x+1)}$ **d.** 2

EXERCICE 3 — 5 points

Formulaire		
Suite arithmétique u de raison r	Premier terme $u(0)$ $u(n+1) = u(n)+r$	$u(0)+u(1)+\cdots+u(n) = (n+1)u(0)+\dfrac{n(n+1)}{2}$ $u(0)+u(1)+\cdots+u(n) = \dfrac{(n+1)(u(0)+u(n))}{2}$
Suite géométrique u de raison q	Premier terme $u(0)$ $u(n+1) = qu(n)$	$u(0)+u(1)+\cdots+u(n) = u(0)\dfrac{q^{n+1}-1}{q-1}$

Pierre se constitue une tirelire afin d'acheter un vélo qui coûte 150 €.
Après un dépôt initial dans cette tirelire de 8 €, il décide qu'à la fin de chaque mois, il déposera une somme de plus en plus grande : la somme déposée à la fin de chaque mois sera augmentée de 2 € par rapport à celle du mois précédent. Ainsi, à la fin du premier mois, il déposera 10 € et la tirelire contiendra 18 €.

On note $p(0)$ le dépôt initial et $p(n)$ la somme déposée à la fin du n-ième mois. On obtient ainsi une suite notée p.

1. Calculer $p(1)$ et $p(2)$.

2. Montrer que la suite p est arithmétique et donner sa raison. En déduire que $p(n) = 2n + 8$.

3. **a.** Quelle somme totale contiendra la tirelire au bout de deux mois ?

b. Montrer que la somme totale contenue dans la tirelire au bout de n mois est $(n+1)(n+8)$.

4. Un ami de Pierre lui fait remarquer qu'il devra attendre 9 mois pour pouvoir acheter son vélo.
Justifier cette affirmation.

EXERCICE 4 **7 points**

Partie I

En annexe 2, à rendre avec la copie, on a construit dans un repère orthonormal les droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$ d'équations respectives $\mathcal{D}$: $x + y = 6$ et $\mathcal{D}'$: $x + 2y = 8$.
Déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées $(x\,;\,y)$ vérifient le système S :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x & \geqslant & 0 \\ y & \geqslant & 0 \\ x+y & \geqslant & 6 \\ x+2y & \geqslant & 8 \end{array}\right.$$

On hachurera la partie de plan qui ne convient pas sans aucune justification.

Partie II

Une école de cirque souhaite renouveler son matériel de jonglage.
Elle veut acheter au moins 24 diabolos et au moins 32 massues.
Un grossiste lui propose :

- des lots A de 4 diabolos et 4 massues ;
- des lots B de 4 diabolos et 8 massues.

On note x le nombre de lots A achetés et y le nombre de lots B achetés. Les nombres x et y sont deux nombres entiers positifs ou nuls.

1. Montrer, en justifiant la réponse, que le système S est un système d'inéquations traduisant les contraintes d'achat.

2. À l'aide du graphique de l'annexe 2 ou d'un calcul, répondre aux questions suivantes :

a. L'école de cirque peut-elle acheter 2 lots A et 3 lots B ?

b. Si l'école de cirque achète 3 lots A, combien devra-t-elle acheter de lots B au minimum ?

Partie III

Un lot A coûte 180 € et un lot B coûte 200 €.

1. Soient x et y deux nombres entiers positifs ou nuls. On suppose que l'école achète x lots A et y lots B. Exprimer sa dépense en fonction de x et y.

2. Le gestionnaire de l'école de cirque utilise un tableur pour déterminer le couple $(x\,;\,y)$ qui correspond à la dépense minimale.

En annexe 3, à rendre avec la copie, on donne le tableau obtenu par le gestionnaire. Ainsi, la cellule G7 donne le coût en euros de 3 lots A et 5 lots B.

Le prix d'un lot A est donné en B1 et celui d'un lot B est donné en B2.

La formule « =$B$1 *$A4+$B$2 *B$3 » a été entrée dans la cellule B4, recopiée vers la droite, puis vers le bas sur la plage B4 :J14.

a. Donner la formule contenue dans la cellule C4.

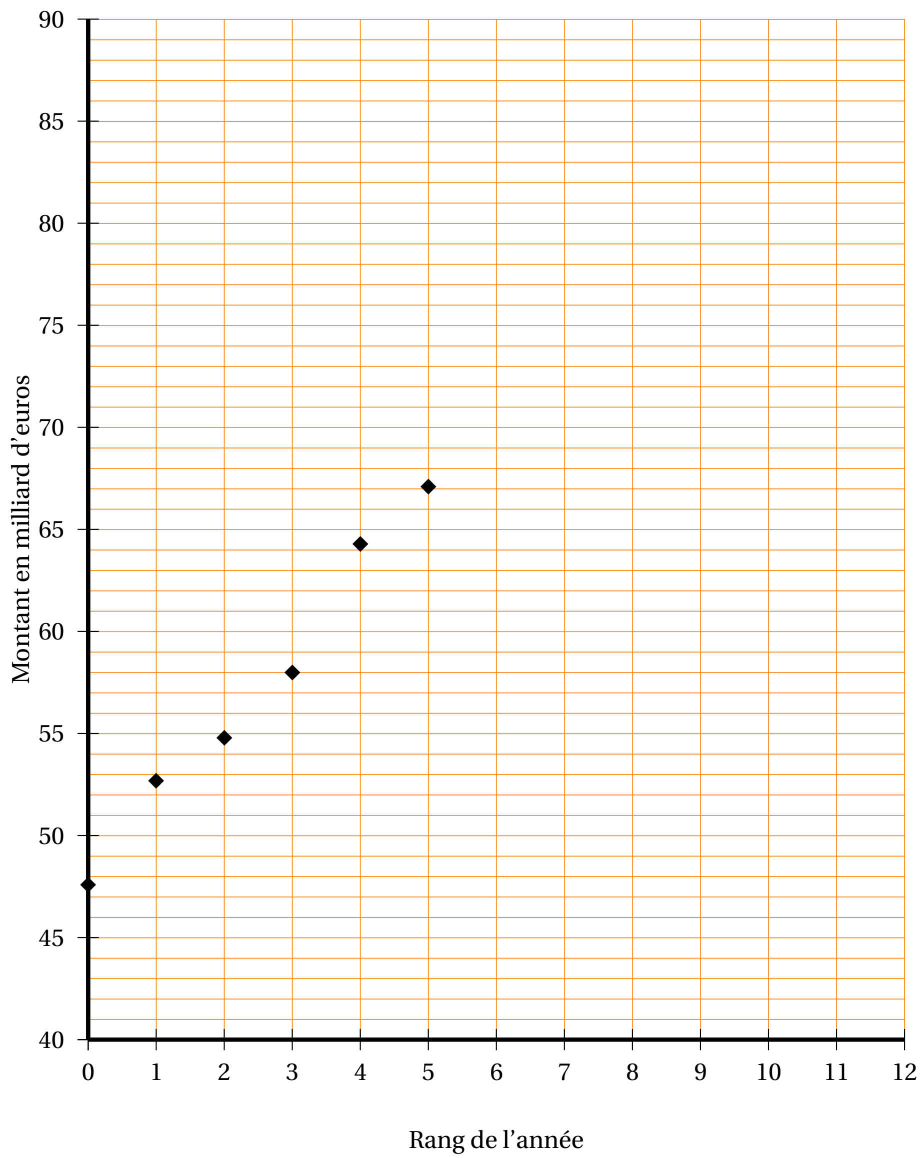
b. Donner la formule contenue dans la cellule B5.

3. Certaines cellules du tableau, en annexe 3, à rendre avec la copie, correspondent à des couples qui ne vérifient pas les contraintes du système S. À l'aide du graphique de l'annexe 2, barrer les cellules qui ne conviennent pas.

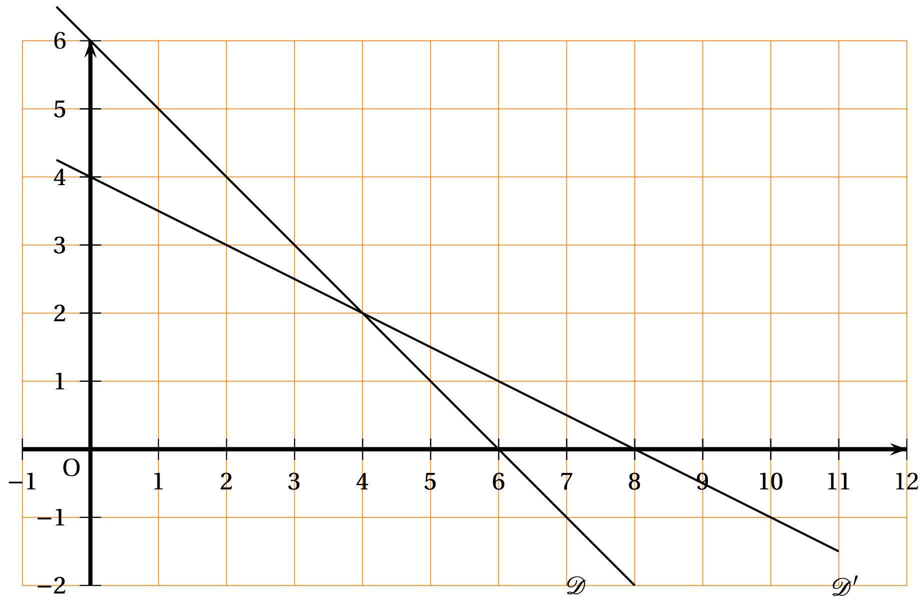
4. En déduire le nombre de lots A et le nombre de lots B qui correspondent à la dépense minimale.

Annexe 1

À rendre avec la copie



Annexe 2
À rendre avec la copie



Annexe 3
A rendre avec la copie

Dépense, en euros, occasionnée par l'achat de x lots A et y lots B :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Prix d'un lot A :	180								
2	Prix d'un lot B :	200								
3	y / x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
4	0	0	200	400	600	800	1 000	1 200	1 400	1 600
5	1	180	380	580	780	980	1 180	1 380	1 580	1 780
6	2	360	560	760	960	1 160	1 360	1 560	1 760	1 960
7	3	540	740	940	1 140	1 340	1 540	1 740	1 940	2 140
8	4	720	920	1 120	1 320	1 520	1 720	1 920	2 120	2 320
9	5	900	1 100	1 300	1 500	1 700	1 900	2 100	2 300	2 500
10	6	1 080	1 280	1 480	1 680	1 880	2 080	2 280	2 480	2 680
11	7	1 260	1 460	1 660	1 860	2 060	2 260	2 460	2 660	2 860
12	8	1 440	1 640	1 840	2 040	2 240	2 440	2 640	2 840	3 040
13	9	1 620	1 820	2 020	2 220	2 420	2 620	2 820	3 020	3 220
14	10	1 800	2 000	2 200	2 400	2 600	2 800	3 000	3 200	3 400