Baccalauréat STG Mercatique septembre 2008
Métropole–La Réunion

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **6 points**

Cet exercice est un test vrai/faux.

Pour chacune des quatre propositions, relever le numéro de la proposition et dire si elle est vraie ou fausse. Aucune justification n'est demandée.

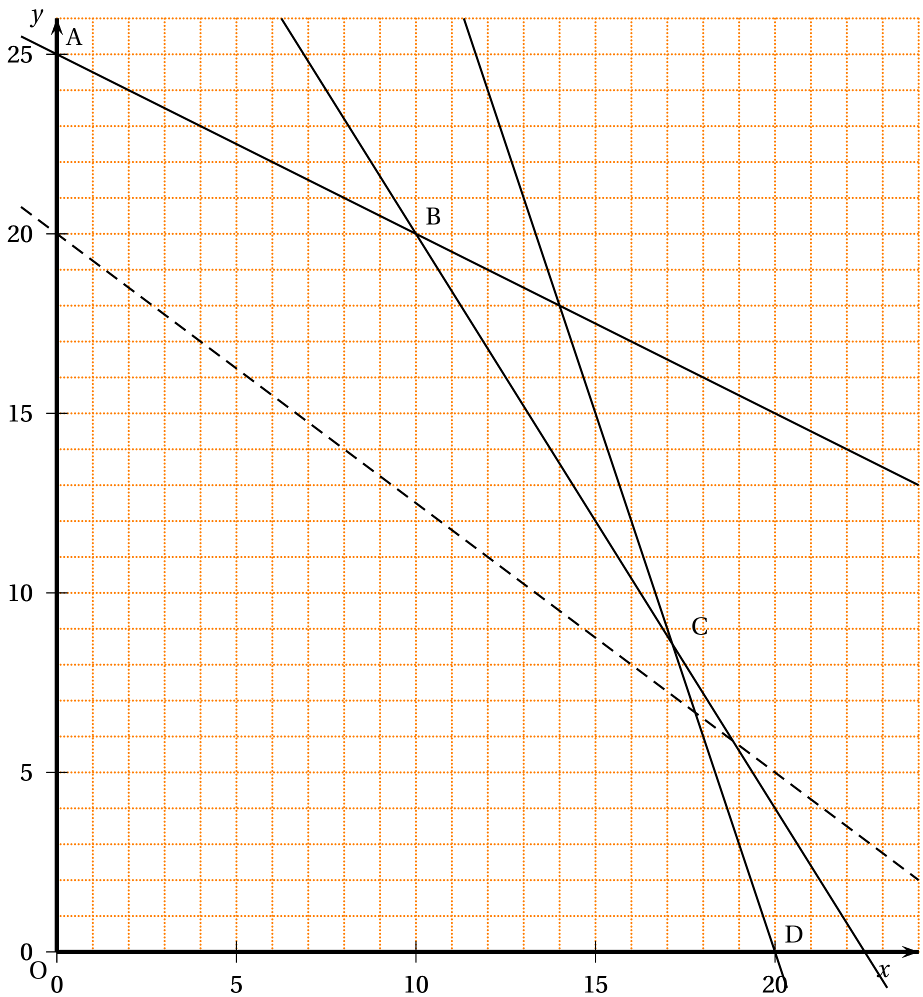
Une réponse juste rapporte $1,5$ *point ; une réponse fausse enlève* $0,5$ *point ; l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice est ramenée à* 0.

Un groupe d'élèves décide de faire des gâteaux et de les vendre pour récolter de l'argent pour tir voyage scolaire.
Ils pensent confectionner des gâteaux au yaourt et des gâteaux au chocolat, et les vendre respectivement 6 € et 8 € pièce. Ils disposent en quantités nécessaires des yaourts, du chocolat, du beurre, de la levure et de l'huile, mais n'ont que 4,8 kg de farine, 5,4 kg de sucre et 150 œufs.

La préparation d'un gâteau au yaourt nécessite 240 g de farine, 240 g de sucre et 3 œufs.
La préparation d'un gâteau au chocolat nécessite 80 g de farine, 150 g de sucre et 6 œufs.

Les élèves notent x le nombre de gâteaux au yaourt fabriqués, et y le nombre de gâteaux au chocolat fabriqués. Ils supposent que tous les gâteaux fabriqués seront vendus. Ils souhaitent gagner le plus d'argent possible.
Ils réalisent un graphique permettant de traiter ce problème. Ce graphique est donné à la page suivante.
Les points A, B, C et D ont pour coordonnées respectives $(0\,;25)$, $(10\,;20)$, $\left(\dfrac{120}{7}\,;\,\dfrac{60}{7}\right)$ et $(20\,;0)$.
Les couples d'entiers $(x\ ;\ y)$ respectant les contraintes sont les coordonnées des points à coordonnées entières situés à l'intérieur du pentagone OABCD ou sur ses côtés.
La droite d'équation $6x + 8y = 160$ est tracée en pointillés. Elle correspond aux cas où la recette est de 160 €.

Proposition 1 : La contrainte liée à la quantité de farine disponible peut se traduire par : $3x + y \leqslant 60$.
Proposition 2 : La droite (BC) est associée à la contrainte liée au nombre d'œufs.
Proposition 3 : En fabriquant 19 gâteaux au yaourt et 4 gâteaux au chocolat, toutes les contraintes sont respectées.
Proposition 4 : En respectant toutes les contraintes, le maximum d'argent gagné lors de la vente sera de 220 €.



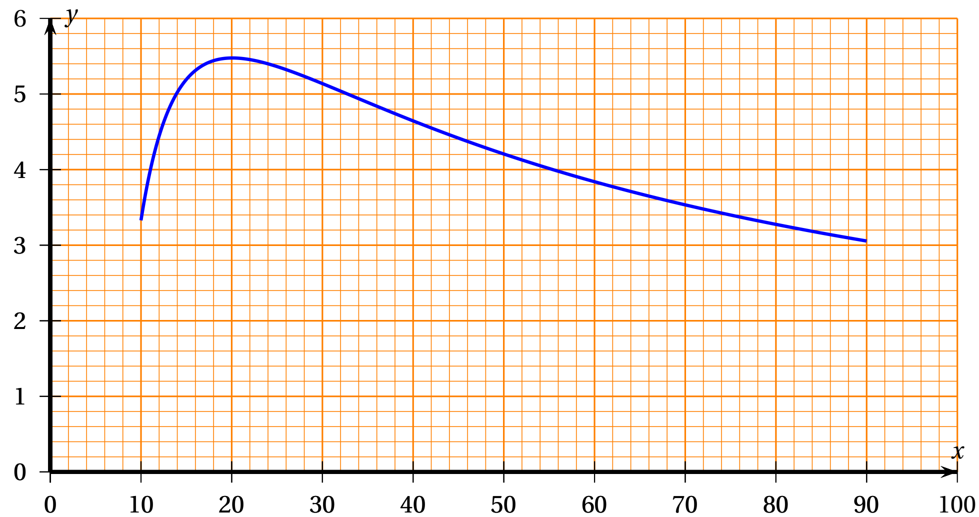
EXERCICE 2 **6 points**

On rappelle que si u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I, et si v ne s'annule pas sur I, alors la fonction $\frac{u}{v}$ est dérivable sur I et sa fonction dérivée est donnée par la formule : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

On se propose d'étudier la capacité pulmonaire moyenne de l'être humain de 10 à 90 ans.
On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[10\,;\,90]$ par

$$f(x) = \frac{110\ln(x) - 220}{x}.$$

On admet que, pour un être humain d'âge x, en années, appartenant à l'intervalle $[10\ ;\ 90]$, sa capacité pulmonaire moyenne, en litres, peut être modélisée par $f(x)$.
Une représentation graphique de la fonction f est donnée ci-dessous.



1. Répondre avec la précision permise par la représentation graphique.
   a. À quel âge la capacité pulmonaire moyenne est-elle maximale ?
   Quelle est cette capacité maximale ?
   b. À quels âges la capacité pulmonaire moyenne est-elle supérieure ou égale à 5 litres ?
2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.
   a. Montrer que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[10 ; 90]$,
   $f'(x) = \dfrac{110(3 - \ln(x))}{x^2}$.
   b. Résoudre sur l'intervalle $[10 ; 90]$ l'équation $3 - \ln(x) = 0$.
   Donner une valeur arrondie de la solution au dixième.
   c. On considère sur l'intervalle $[10 ; 90]$ l'inéquation $3 - \ln(x) > 0$.
   Montrer que l'ensemble des solutions de cette inéquation est $\left[10 ; \mathrm{e}^3\right[$.
   En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[10 ; 90]$.
   d. Indiquer comment retrouver les résultats de la question **1.**.

EXERCICE 3 **8 points**

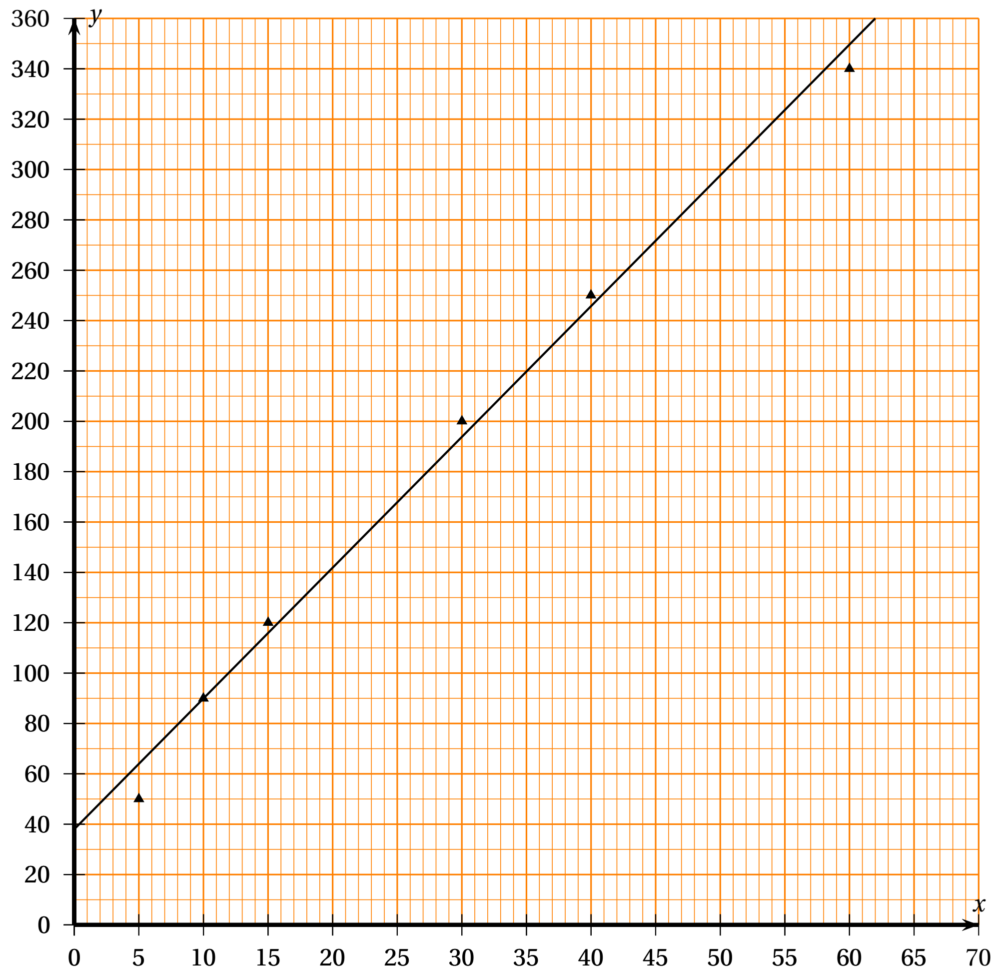
Les rations journalières conseillées sur des sacs de croquettes pour chien des marques Topdog et Friskas sont données ci-dessous.

Poids du chien x_i (kg)	5	10	15	30	40	60
Ration journalière conseillée y_i (g)	50	90	120	200	250	340

Les parties I et II sont indépendantes.

Partie I

1. Déterminer s'il y a proportionnalité entre le poids du chien et la ration journalière conseillée.
   Justifier.
2. Le chien de Julie pèse 26 kg. Julie souhaite calculer la ration journalière conseillée.
   Une représentation graphique du nuage de points $\left(x_i ; y_i\right)$ est donnée ci-dessous.



Julie a obtenu par la méthode des moindres carrés la droite d'ajustement de y en x, et l'a tracée. Déterminer la ration journalière conseillée pour le chien de Julie.

Partie II

Formulaire		
Suite arithmétique (u_n) de raison r	Premier terme u_1, $u_{n+1} = u_n + r$	$u_1 + u_2 + \cdots + u_n = nu_1 + \dfrac{n(n-1)r}{2}$
Suite géométrique (u_n) de raison q	Premier terme u_1, $u_{n+1} = qu_n$	$u_1 + u_2 + \cdots + u_n = u_1 \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$.

Le chien d'Arthur pèse 30 kg et mange des croquettes Topdog.
Arthur décide de changer pour la marque Friskas. Mais la transition doit être progressive.
Arthur suit les recommandations des deux marques et donne à son chien une ration journalière de 200 g.

Arthur choisit de donner le premier jour 20 g de croquettes Friskas, et le reste de la ration, soit 180 g, en croquettes Topdog; puis il étudie deux programmes d'alimentation :

— premier programme : augmenter la part de croquettes Friskas de 15 g par jour.
— second programme : augmenter chaque jour de 20 % la part de croquettes Friskas présente dans la ration.

Dans les deux cas, la ration quotidienne reste au total à 200 g.

Arthur utilise un tableur pour étudier les deux programmes d'alimentation de son chien. La feuille de calcul est donnée à la page suivante. Le format d'affichage est un format numérique à 0 décimale.

1. Premier programme

a. Donner une formule qui, entrée dans la cellule B3, permet par recopie vers le bas d'obtenir la plage de cellules B3 :B14.

b. Donner une formule qui, entrée dans la cellule C2, permet par recopie vers le bas d'obtenir la plage de cellules C2 :C14.

c. Calculer la quantité totale de croquettes Topdog que doit prévoir Arthur dans ce premier programme d'alimentation durant la période de transition.

2. Second programme

a. Une formule entrée dans la cellule D3 a permis d'obtenir la plage de cellules D3 :D16 par recopie vers le bas. Cette formule permet de limiter la ration de croquettes Friskas à 200 g.

Recopier la seule des trois formules ci-dessous qui peut convenir.

=D2 * 1,20   SI(D2 * 1,20 > 200 ; 200 ; D2 * 1,20)   = D2*1,2Â2

b. Soit u la suite géométrique de premier terme $u_1 = 20$ et de raison $1,2$.

Calculer la somme des treize premiers termes $u_1 + u_2 + \cdots + u_{13}$.

c. Montrer que la quantité totale de croquettes Topdog utilisées pendant la période de transition dans le second programme est à l'unité près égale à 1 630 g.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Avant la période de transition, il reste à Arthur un sac de 2 kg de croquettes Topdog. Il souhaite en utiliser le plus possible durant la période de transition entre les deux marques de croquettes. Lequel des deux programmes d'alimentation Arthur choisira-t-il ? Justifier.

	A	B	C	D	E
1	Jour	Premier programme Quantité de croquettes Friskas (g)	Premier programme Quantité de croquettes Topdog (g)	Second programme Quantité de croquettes Friskas (g)	Second programme Quantité de croquettes Topdog (g)
2	1	20	180	20	180
3	2	35	165	24	176
4	3	50	…	29	…
5	4	65	…	35	…
6	5	80	…	41	…
7	6	95	…	50	…
8	7	110	…	60	…
9	8	125	…	72	…
10	9	140	…	86	…
11	10	155	…	103	…
12	11	170	…	124	…
13	12	185	…	149	…
14	13	200	0	178	22
15	14			200	0
16	15			200	0