EXERCICE 1 **4 points**

Le tableau ci-dessous retrace, sur une douzaine d'années, l'évolution de la consommation moyenne de pain, en kilogramme par personne et par an, en France.

Rang i	1	2	3	4	5	6	7
Année x_i	1996	1998	2000	2002	2004	2006	2008
Consommation de pain en kg par personne y_i	58,7	58,2	57,6	53,6	53,6	53,7	51,7

Source : INSEE

Le nuage de points est l'ensemble des points M_i de coordonnées $(x_i ; y_i)$ pour i variant de 1 à 7.

1. Le point moyen G a pour coordonnées :

 a. ~~(2002 ; 53,6)~~ **b.** ~~(2002 ; 56)~~ **c.** $\boxed{(2002 ; 55{,}3)}$

2. La droite (M_3M_5) a pour équation :

 a. $\cancel{y = x + 2057{,}6}$ **b.** $\boxed{y = -x + 2057{,}6}$ **c.** $\cancel{y = -x + 2055}$

3. La droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés, avec les coefficients arrondis au dixième, est :

 a. $\cancel{y = -0{,}6x + 1272}$ **b.** $\cancel{y = 0{,}6x + 1270{,}8}$ **c.** $\boxed{y = -0{,}6x + 1270{,}8}$

4. En 1970, la consommation moyenne de pain était de 80,6 kg par personne par an.
 Entre 1970 et 2008, la consommation (à 1 pour cent près) :

 a. $\boxed{\text{a diminué de 36 \%}}$ **b.** ~~a diminué de 56 %~~ **c.** ~~a diminué de 29 %~~

EXERCICE 2 **5 points**

Le tableau ci-dessous retrace, sur une dizaine d'années, l'évolution de la consommation moyenne de yaourts, en kg par personne et par an, en France.

Année	1998	2000	2002	2004	2006	2008
Consommation de yaourts en kg par personne	19,4	19,9	20,4	21	21,6	21,8

Source : INSEE

Partie A : Traitement des données

Tous les résultats demandés seront arrondis au dixième

1. La consommation de yaourts de 2000 ayant augmenté de 2,5 % entre 2000 et 2002 a été multipliée par $1 + \frac{2,5}{100}$.

 $$19{,}4 \times 1{,}025 \approx 20{,}4.$$

 La consommation de yaourts en 2002 est d'environ 20,4 kg

2. Le taux d'évolution entre 1998 et 2008 est $\dfrac{\text{valeur de 2008} - \text{valeur de 1998}}{\text{valeur de 1998}}$ soit $\dfrac{21{,}8 - 19{,}4}{19{,}4} \approx 0{,}124$. Le taux d'évolution est de 12,4 %.

3. Soit t_m le taux d'évolution annuel moyen. Entre 1998 et 2008, il y a eu dix évolutions, la consommation de yaourts a été multipliée par $(1+t_m)^{10}$. D'après la question précédente, le coefficient multiplicateur global est 1,124. Donc $(1+t_m)^{10} = 1{,}124$ d'où $t_m = 1{,}124^{\frac{1}{10}} - 1 \approx 0{,}012$. Le taux d'évolution annuel moyen est de 1,2 %.

Partie B : Étude d'un modèle

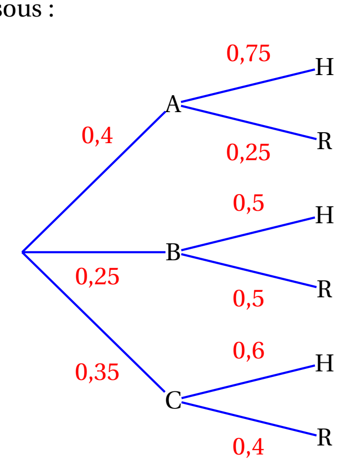
On décide de modéliser la consommation annuelle de yaourts, à partir de 1998, à l'aide d'une suite géométrique (u_n) de raison 1,012.
Pour tout entier naturel n, u_n désigne la consommation théorique de yaourts l'année $1998+n$. Ainsi u_0 vaut 19,4.

1. Calculons u_1. D'après la définition d'une suite géométrique $u_1 = 19{,}4 \times 1{,}012 \approx 19{,}6$.
2. En annexe 1, le tableau est un extrait d'une feuille de calcul obtenue à l'aide d'un tableur.
   Le format d'affichage est un format numérique à une décimale.
   a. Une formule qui, entrée dans la cellule D3, permet, par recopie vers le bas, d'obtenir le contenu des cellules de la plage D3 : D13, sans utiliser la colonne C est `=D2*1,012` ou `=$D2*1,012`
   b. Dans la colonne D, il manque u_1 qui a déjà été calculé. Voir l'annexe pour le report.
3. **a.** Exprimons u_n en fonction de n. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q est : $u_n = u_0 q^n$ soit $u_n = 19{,}4 \times 1{,}012^n$
   b. Une nouvelle formule à entrer dans E2 pour avoir, après recopie vers le bas, les termes de la suite (u_n) dans la plage E2 : E13 est `=$D$2*1,012^C2` ou `=$D$2*1,012^$C2`
4. D'après ce modèle, la consommation de yaourts dépassera 25 kg par personne à partir de 2020. En effet $u_{21} = 24{,}9$ et $u_{22} = 25{,}2$

EXERCICE 3 **5 points**

Dans une ville sont joués deux concerts, un du groupe de hip hop noté H et l'autre du groupe de reggae noté R.
Les billets pour ces concerts sont vendus en totalité par une agence, dans trois billetteries A, B et C.
La billetterie A vend 40 % des billets.
La billetterie B vend 25 % des billets.
Les autres billets viennent de la billetterie C.
Les trois quarts des billets vendus par la billetterie A sont pour le concert du groupe H.
La billetterie B a vendu autant de billets pour le concert de H que pour le concert de R.
60 % des billets vendus à la billetterie C sont pour le concert du groupe H.
On tire un numéro de billet au hasard dans le fichier de l'agence et on considère les événements suivants :
A : « le billet a été acheté à la billetterie A » ; la probabilité de l'événement A est 0,4
B : « le billet a été acheté à la billetterie B » ; la probabilité de l'événement B est 0,25
C : « le billet a été acheté à la billetterie C » ; la probabilité de l'événement C est 0,35 $(1-(0{,}4+0{,}25)$
H : « le billet est pour le concert du groupe H » ;
R : « le billet est pour le concert du groupe R ».

1. Calculons la probabilité $P_C(R)$ de R sachant C. Puisque 60 % des billets vendus à la billetterie C sont pour le concert du groupe H donc la probabilité de R sachant C est : $P_C(R) = 1-0{,}6 = 0{,}4$
2. Complétons l'arbre de probabilité ci-dessous :



3. L'événement « le billet est pour le concert du groupe R et a été acheté à la billetterie C » est l'événement $C \cap R$.
Sa probabilité est le produit des probabilités sur les branches

$$P(C \cap R) = P(C) \times P_C(R) = 0,35 \times 0,4 = 0,14$$

4. Calculons la probabilité P(R) de l'événement R.

$$P(R) = P(A \cap R) + P(B \cap R) + P(C \cap R) = 0,4 \times 0,25 + 0,25 \times 0,5 + 0,35 \times 0,4 = 0,365$$

5. On a choisi un billet du concert du groupe R. La probabilité qu'il vienne de la billetterie C est la probabilité, $P_R(C)$, de C sachant R

$$P_R(C) = \frac{P(C \cap R)}{P(R)} = \frac{0,14}{0,365} \approx 0,38$$

EXERCICE 4 **6 points**

Une étude de marché a été réalisée, auprès de vendeurs et d'acheteurs, pour connaître l'offre et la demande d'un produit en fonction de son prix unitaire, en euros, noté x. On suppose que x est compris entre 1 et 7.
L'offre est la quantité du produit, en milliers d'unités, que les vendeurs acceptent de vendre au prix de x euros. On la note $f(x)$.
La demande est la quantité du produit, en milliers d'unités, que les acheteurs sont prêts à acheter au prix x. On la note $g(x)$.
On modélise l'offre par la formule $f(x) = 10\text{e}^{0,65x}$ (en milliers d'unités), et la demande par $g(x) = 600\text{e}^{-0,35x}$ (en milliers d'unités).
On définit ainsi deux fonctions f et g sur l'intervalle $[1 ; 7]$.
La courbe représentative de la fonction f est fournie en annexe 2.

Partie A Étude de la fonction f

1. Graphiquement l'offre lorsque le prix unitaire est 2,50 euros est de 50 (en milliers d'unités).
2. Calculons le prix unitaire, arrondi au centième d'euros, qui génère une offre de 200 000 unités. ceci revient à résoudre $f(x) = 200$

$$10\text{e}^{0,65x} = 200; \quad \text{e}^{0,65x} = 20; \quad \ln \text{e}^{0,65x} = \ln 20; \quad 0,65x = \ln 20; \quad x = \frac{\ln 20}{0,65} \approx 4,61$$

Partie B Étude de la fonction g

On note g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[1 ; 7]$.

1. Calculons $g'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[1 ; 7]$. $g = k\text{e}^u$ donc $g' = ku'\text{e}^u$.
$u(x) = -0,35x$ par conséquent $u'(x) = -0,35$ et $g'(x) = 600 \times (-0,35)\text{e}^{-0,35x} = -210\,\text{e}^{-0,35x}$
2. a. Étudions le signe de g' sur l'intervalle $[1 ; 7]$; Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\quad \text{e}^{u(x)} > 0$
par conséquent pour tout $x \in [1 ; 7]$, $\quad g'(x) < 0$
   b. Si pour tout $x \in \text{I}$, $f'(x) < 0$, alors f est décroissante sur I. La fonction g est décroissante sur $[1 ; 7]$.

x	1		7
$g'(x)$		$-$	
g	423	$\searrow$	52

3. Le tableau de valeurs est complété sur l' annexe 3, à rendre avec la copie.
4. La représentation graphique de g est tracée sur l'annexe 2, à rendre avec la copie.

Partie C Étude des deux courbes

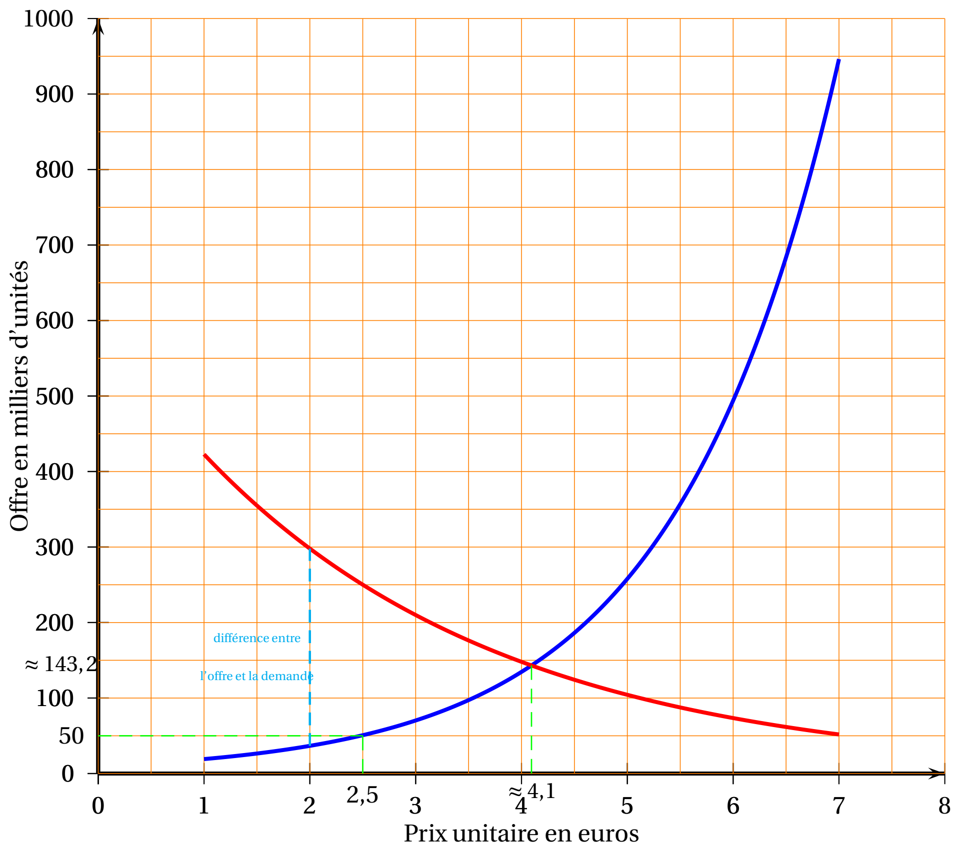
On appelle prix d'équilibre d'un produit, le prix pour lequel l'offre est égale à la demande.

1. Le prix d'équilibre du produit est l'abscisse du point d'intersection des deux courbes. On lit environ 4,1
2. Si le prix unitaire du produit est 2 euros, on lit graphiquement la quantité de demande non satisfaite en mesurant la différence entre les ordonnées des deux points de la courbe ayant pour abscissse 2

Annexe 1, à rendre avec la copie

	A	B	C	D	E
1	Année	Consommation moyenne en kg par personne	n	u_n	
2	1998	19,4	0	19,4	
3	1999		1	19,6	
4	2000	19,9	2	19,9	
5	2001		3	20,1	
6	2002		4	20,3	
7	2003		5	20,6	
8	2004	21	6	20,8	
9	2005		7	21,1	
10	2006	21,6	8	21,3	
11	2007		9	21,6	
12	2008	21,8	10	21,9	
13	2009		11	22,1	

Annexe 2, à rendre avec la copie



Annexe 3, à rendre avec la copie

x	1	2	3	4	5	6	7
$g(x)$	423	298	210	148	104	73	52