Baccalauréat STG Mercatique Polynésie correction septembre 2011

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point. Aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse.

1. Le taux mensuel moyen associé à une augmentation annuelle de 24 % (arrondi à 0,01 %) est :

a. ~~2 % ~~ **b.** $\boxed{1{,}81\,\%}$ **c.** ~~1,03 %~~ **d.** ~~0,02 %~~

En effet $1{,}24^{\frac{1}{12}} \approx 1{,}010\,808$

2. Un prix augmente de 13,2 % puis diminue de 10,9 %. Le pourcentage global d'augmentation (arrondi à 0,01 %) est :

a. ~~2,30 %~~ **b.** ~~1,44 %~~ **c.** $\boxed{0{,}86\,\%}$ **d.** ~~1,01 %~~

$\left(1+\frac{13{,}2}{100}\right)\times\left(1-\frac{10{,}9}{100}\right) \approx 1{,}008\,612$

3. Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-10\,;\,40]$ dont le tableau de variation est le suivant :

x	-10		4		20		40
$f(x)$	0	↗	e	↘	1	↗	10

Dans l'intervalle $[-10\,;\,40]$, l'équation $f(x) = 0$:

a. $\boxed{\text{admet 1 solution } -10}$ **c.** ~~admet 3 solutions~~

b. ~~admet 2 solutions~~ **d.** ~~n'admet pas de solution~~

4. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \mathrm{e}^{-3x+5}$. La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et :

a. $\boxed{g'(x) = -3\mathrm{e}^{-3x+5}}$ **b.** $\cancel{g'(x) = \mathrm{e}^{-3x+5}}$

c. $\cancel{g'(x) = (-3x+5)\mathrm{e}^{-3x+5}}$ **d.** $\cancel{g'(x) = -3x\mathrm{e}^{-3x+5}}$

$f(x) = \mathrm{e}^{u(x)}$ $\quad f'(x) = u'(x)\mathrm{e}^{u(x)}$

EXERCICE 2 **5 points**

Une agence de voyage propose deux types de séjour :

- en circuit organisé, au cours duquel les clients sont entièrement pris en charge ;
- en circuit libre, pour lequel seuls les hébergements et déplacements sont réservés (pas les repas, ni les visites de monuments).

Après avoir fait une étude des séjours vendus en 2010, les gestionnaires de l'agence se sont aperçus que 75 % de leurs clients sont des personnes âgées de plus de 60 ans. Ils ont noté d'autre part, que :

- Parmi les personnes âgées de moins de 60 ans, 30 % ont opté pour un séjour en circuit organisé ;
- Parmi les personnes âgées de plus de 60 ans, 40 % ont opté pour un séjour en circuit libre.

On interroge au hasard un client ayant fait appel aux services de cette agence en 2010.
On appelle p la probabilité associée à cette expérience aléatoire.
On note :

- S l'événement : « le client est âgé de plus de soixante ans » ;
- O l'événement : « le client a choisi un circuit organisé ».

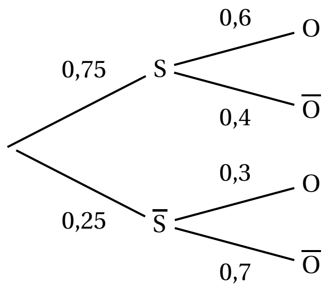
1. Déduisons des informations de l'énoncé :

a. La probabilité $p(\mathrm{S})$ de l'événement S. $p(\mathrm{S}) = 0{,}75$ car 75 % de leurs clients sont des personnes âgées de plus de 60 ans.

b. La probabilité $p_{\overline{S}}(O)$ de l'événement O sachant $\overline{S}$. $p_{\overline{S}}(O) = 0{,}3$ car parmi les personnes âgées de moins de 60 ans, 30 % ont opté pour un séjour en circuit organisé

c. La probabilité $p_S\left(\overline{O}\right)$ de l'événement $\overline{O}$ sachant S. $p_S\left(\overline{O}\right) = 0{,}4$ car parmi les personnes âgées de plus de 60 ans, 40 % ont opté pour un séjour en circuit libre.

2. Construisons l'arbre pondéré :



3. a. Déterminons la probabilité que le client interrogé soit âgé de plus de soixante ans et qu'il ait choisi un séjour en circuit organisé, c'est à dire la probabilité de $S \cap O$.
$p(S \cap O) = p(S) \times p_S(O) = 0{,}75 \times 0{,}6 = 0{,}45$

b. Calculons $p(O) = p(S\cap O) + p(\overline{S}\cap O) = 0{,}45 + 0{,}25 \times 0{,}3 = 0{,}45 + 0{,}075 = 0{,}525$. Nous avons bien $p(O) = 0{,}525$.

4. On apprend, par la suite, que le client interrogé a choisi un séjour en circuit organisé. Déterminons la probabilité qu'il soit âgé de plus de soixante ans. Calculons $p_O(S)$.
$p_O(S) = \dfrac{p(S \cap O)}{p(O)} = \dfrac{0{,}45}{0{,}525} \approx 0{,}857$

EXERCICE 3 **5 points**

Un étudiant s'intéresse aux conséquences socioculturelles de l'équipement des ménages en téléviseurs au cours des années 1960, et parmi elles, à l'évolution du nombre d'entrées dans les cinémas en France au cours de cette période. Le tableau ci-dessous présente les données de 1960 à 1969.

Année	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969
Rang de l'année (x_i)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre d'entrées dans les cinémas (y_i) (en millions)	354,7	328,4	311,7	292,1	275,8	259,4	234,7	211,5	203,2	183,9

(Sources : CNC et FNCF)

Partie A

1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite $\mathcal{D}$ qui réalise un ajustement affine du nuage de points $(x_i\,;\,y_i)$ obtenu par la méthode des moindres carrés est $y = -18{,}8x + 350{,}2$

2. À l'aide de l'équation de la droite (D), donnons une estimation du nombre d'entrées en 1971 arrondi à 0,1 million. le rang de l'année est 11. $y = -18{,}8 \times 11 + 350{,}2 = 143{,}4$
Une estimation du nombre d'entrées en 1971 est 143,4 millions.

Partie B

1. a. Déterminons le pourcentage d'évolution du nombre d'entrées dans les cinémas en France entre 1960 et 1969. Le taux global d'augmentation entre 1960 et 1969 est

$$\frac{\text{valeur 1969} - \text{valeur 1960}}{\text{valeur 1960}} = \frac{183{,}9 - 354{,}7}{354{,}7} \approx -0{,}4815 \approx -48{,}15\,\%$$

b. Calculons le taux d'évolution annuel moyen du nombre d'entrées dans les cinémas entre 1960 et 1969. Entre 1960 et 1969, il y a eu neuf évolutions. Si t est le taux d'évolution moyen annuel alors $(1+t)^9 = 0{,}5185$; Il en résulte $t = 0{,}5185^{\frac{1}{9}} - 1 \approx -0{,}0704 \approx -7{,}04\,\%$.

2. L'étudiant construit le modèle suivant : on suppose que le nombre annuel d'entrées dans les cinémas conserve le taux moyen d'évolution calculé à la question précédente.
Donnons alors une estimation du nombre d'entrées en 1971. Entre 1969 et 1971, il y a eu deux évolutions. Le nombre d'entrées en 1969 a donc été multiplié par $(1 - 0{,}0704)^2)$. $183{,}9 \times 0{,}9296^2 \approx 158{,}9$
Le nombre d'entrées en 1971 est d'environ 158,9 millions.

Partie C

Les mêmes sources ont relevé en 1971 un nombre d'entrées dans les cinémas en France égal à 177 millions. Entre le modèle de la partie A et celui de la partie B, celui qui donne la meilleure estimation pour 1971 est le modèle B. La différence entre la valeur de 1971 et celle du modèle B est moindre qu'entre la valeur de 1971 et celle du modèle A.

EXERCICE 4 **6 points**

Une petite entreprise fabrique des ours et des lapins en peluche. Elle dispose de 16 m de tissu et de 36 boutons (pour les yeux) par jour.
La fabrication d'un ours en peluche nécessite 60 cm de tissu et 2 boutons. Celle d'un lapin nécessite 100 cm de tissu et 2 boutons.
On considère que le coût du fil (nécessaire pour assembler les éléments, ainsi que pour broder les nez) est négligeable, si bien que l'entreprise en dispose à volonté.
On note x le nombre d'ours et y le nombre de lapins en peluche fabriqués par jour.

1. Nous pouvons traduire les données du problème sous forme d'un tableau.

	ours x	lapins y	maximum ($\leqslant$)
tissu en cm	60	100	1 600
boutons	2	2	36

puis traduire ces données sous forme d'inéquations.
- contrainte liée aux nombres $x \in \mathbb{N}$, $y \in \mathbb{N}$
- contrainte liée à la quantité de tissu : $60x + 100y \leqslant 1600$
- contrainte liée aux boutons : $2x + 2y \leqslant 36$

d'où le système d'inéquations

$$\begin{cases} x \in \mathbb{N} & \text{à défaut } x \geqslant 0 \\ y \in \mathbb{N} & \text{à défaut } y \geqslant 0 \\ 60x + 100y \leqslant 1600 \\ 2x + 2y \leqslant 36 \end{cases}$$

Les contraintes auxquelles sont soumises les productions journalières de l'entreprise se traduisent donc par le système (S) suivant :

$$(\text{S}) \quad \begin{cases} x & \geqslant & 0 \\ y & \geqslant & 0 \\ 3x + 5y & \leqslant & 80 \\ x + y & \leqslant & 18 \end{cases}$$

2. Sur la figure donnée en annexe, on a tracé, dans un repère, les droites (d_1) et (d_2).

a. La droite (d_1) est la frontière associée à la contrainte « tissu ».

b. La droite (d_2) est la frontière associée à la contrainte « boutons ».

c. L'ensemble des points du plan dont les coordonnées $(x ; y)$ vérifient l'inéquation $ax + by \leqslant c$ est un demi-plan fermé de frontière la droite d'équation $ax + by = c$. Pour déterminer ce demi-plan, il suffit de calculer la valeur associée à un point du plan. Si l'inéquation est vérifiée, le demi-plan solution est celui contenant ce point, sinon c'est l'autre demi-plan.
L'ensemble des solutions de l'inéquation $3x + 5y \leqslant 80$ est le demi-plan de frontière la droite (d_1) et contenant l'origine. La partie ne convenant pas est hachurée en bleu sur l'annexe.
L'ensemble des solutions de l'inéquation $x + y \leqslant 18$ est le demi-plan de frontière la droite (d_2) et contenant l'origine. La partie ne convenant pas est hachurée en vert sur l'annexe.
L'ensemble des points M du plan dont les coordonnées $(x ; y)$ vérifient le système ci-dessus est l'ensemble des points situés dans le premier quadrant et appartenant à l'intersection des demi-plans définis précédemment, les segments de droite inclus.

3. **a.** L'entreprise ne peut produire 8 ours et 11 lapins en peluche par jour car le point de coordonnées (8 ; 11) n'appartient pas à l'ensemble des solutions de (S)

b. L'entreprise peut produire 5 ours et 13 lapins en peluche par jour car le point de coordonnées (5 ; 13) appartient à l'ensemble des solutions de (S) ou il appartient à la droite (d_1) et à la droite (d_2)

c. L'entreprise peut produire 4 ours et 13 lapins en peluche par jour car le point de coordonnées (4 ; 13) appartient à l'ensemble des solutions de (S)

4. L'entreprise réalise un bénéfice de 6 euros sur un ours en peluche, et un bénéfice de 8 euros sur un lapin en peluche.

   On suppose que l'entreprise vend toute sa production.

   a. Le bénéfice journalier en fonction de x et de y qu'elle réalise est $6x+8y$.

   b. Une équation de la droite correspondant à un bénéfice de 120 euros est $6x+8y=120$ ou $y=-\frac{3}{4}x+15$. Elle est tracée, dans le repère en annexe, en pointillé. Un couple solution du système (S) correspondant à un bénéfice de 120 euros est (8 ; 9)

   c. Le bénéfice est maximal lorsque les contraintes sont saturées c'est-à-dire lorsque toutes les quantités disponibles sont utilisées. Nous avons vu que le point de coordonnées (5 ; 13) appartenait aux deux droites. Le nombre d'ours et de lapins en peluches à fabriquer par jour pour assurer un bénéfice maximal est respectivement de 5 et de 11.

   d. Ce bénéfice maximal est alors $6\times5+8\times13$ soit un montant de 134 euros.

ANNEXE

À rendre avec la copie

EXERCICE 4