Baccalauréat STG Mercatique Pondichéry
16 avril 2009

La calculatrice (conforme à la circulaire N°99-186 du 16-11-99) est autorisée.
Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.
Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, trois réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte.
On vous demande de recopier sur votre copie celle que vous pensez correcte. Aucune justification n'est demandée.
Chaque bonne réponse rapporte un point, chaque réponse fausse retire 0,25 point, une question sans réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point. Si· le total est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à zéro.

Le tableau ci-dessous montre l'évolution entre 2000 et 2007 du nombre d'hôtels 4 étoiles en France métropolitaine.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'hôtels y_i	613	646	673	704	719	747	777	808

(source INSEE - direction du tourisme)

1. Le taux d'évolution entre 2000 et 2003, arrondi à 0,01 % près, est :

~~**a.** 12,93 %~~ **b.** 14,85 % ~~**c.** 1,15 %~~

2. Le taux d'évolution annuel moyen entre 2000 et 2007, arrondi à 0,01 % près, est :

a. 4,02 % ~~**b.** 1,12 %~~ ~~**c.** 10,40 %~~

3. Entre 1999 et 2000, le nombre d'hôtels 4 étoiles a augmenté de 2,51 %. Le nombre d'hôtels 4 étoiles en 1999, arrondi à l'unité, était donc :

~~**a.** 244~~ ~~**b.** 624~~ **c.** 598

4. On considère la série statistique $(x_i\ ;\ y_i)$ donnée par le tableau ci-dessus. La droite d'ajustement affine de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés a pour équation :

~~**a.** $y = 26,87x - 616,83$~~ **b.** $y = 26,87x + 616,83$ ~~**c.** $y = -26,87x + 616,83$~~

EXERCICE 2 **5 points**

Florent a besoin d'économiser au moins 1 250 € pour acheter un scooter. Pour cela, il décide d'effectuer un dépôt chaque mois.
Avec un tableur, il effectue une simulation de deux formules d'économies possibles :
Formule A : le 1er mois, il fait un dépôt de 150 € ; il augmente ensuite chaque dépôt mensuel de 20 €.
Formule B ; le 1er mois, il fait un dépôt de 130 € ; il augmente ensuite chaque dépôt mensuel de 20 %.
On appelle A_n et B_n les montants respectifs du n-ième dépôt mensuel de Florent avec la formule A et la formule B.

	A	B	C
1	Mois (n)	A_n	B_n
2	1	150	130
3	2	170	156
4	3		
5	4		
6	5		
7	6		

1. Les formules destinées à être recopiées vers le bas que Florent a pu écrire pour compléter les colonnes B et C sont :

dans la cellule B3 =$B2+20 ou =B2+20 ;

dans la cellule C3 =$C2*1,2 ou =C2*1,2 ou =$C2*(1+20/100)

2. **a.** La suite (A_n) est une suite arithmétique de premier terme 150 et de raison 20 puisque chaque terme se déduit du précédent en lui ajoutant le même nombre 20.

b. La suite (B_n) est une suite géométrique de raison 1,2 et de premier terme 130. En effet, à un taux d'augmentation de 20 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,2 par conséquent chaque terme se déduit du précédent en le multipliant par 1,2.

3.
- Le terme général d'une suite arithmétique de premier terme u_1 et de raison r est $u_n = u_1 + (n-1)r$.
  $A_n = 150 + 20(n-1) = 130 + 20n$.
- Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison r est $u_n = u_1 \times q^{(n-1)}$.
  $B_n = 130 \times (1{,}2)^{(n-1)}$.

4. Florent souhaite acheter son scooter dans 6 mois.

a. Le montant du 6^e^ dépôt correspond à $n = 6$, $A_6 = 150 + 5 \times 20 = 250$ $\quad B_6 = 130 \times 1{,}2^5 \approx 323$.

b. Calculons la somme que Florent aura économisée au bout de six mois, arrondie à l'euro.

- Formule A : $A_1 + A_2 + \cdots + A_6 = \dfrac{6 \times (150 + 250)}{2} = 1\,200$
- Formule B : $B_1 + B_2 + \cdots + B_6 = 130 \times \dfrac{1{,}2^6 - 1}{1{,}2 - 1} \approx 1\,291$

c. La formule que Florent va retenir pour acheter son scooter est la formule B car il aura économisé suffisamment.

EXERCICE 3 **6 points**

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle [1 ; 7] par :

$$f(x) = 2x^2 - 20x + 40 + 16\ln(x).$$

1. Soit f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle [1 ; 7].

Déterminons la fonction dérivée de f.

$$f'(x) = 2(2x) - 20 + 16\left(\frac{1}{x}\right) = 4x - 20 + \frac{16}{x} = \frac{4x^2 - 20x + 16}{x} = \frac{4(x^2 - 5x + 4)}{x}$$

or $(x-1)(x-4) = x^2 - 5x + 4$ par conséquent $f'(x) = \dfrac{4(x-4)(x-1)}{x}$.

2. Étudions le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [1 ; 7]. Sur $\mathbb{R}$, $x - 1 > 0 \iff x > 1 \quad x - 4 > 0 \iff x > 4$

x	1		4		7
$x-1$	0	+		+	
$x-4$		−	0	+	
$f'(x)$	0	−	0	+	

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.

Sur [1 ; 4[$f'(x) < 0$ par conséquent f est strictement décroissante sur cet intervalle.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.

Sur]4 ; 7] $f'(x) > 0$ par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.

Dressons le tableau de variations de la fonction f.

t	1		4		7
$f'(x)$	0	−	0	+	
Variations de f	22				$16\ln(7) - 2$
			$32\ln(2) - 8$		

3. Complétons le tableau de valeurs suivant.

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	22	19	16	14	16	21	29

les résultats sont arrondis à l'unité.

4. La courbe représentative de la fonction f est tracée dans un repère orthogonal page **??**.
   On prendra pour unités graphiques : 1 *cm sur l'axe des abscisses et* 1 *cm sur l'axe des ordonnées.*

Un artisan fabrique entre 1 et 7 poupées de collection par jour. Le coût unitaire de fabrication de x poupées, exprimé en euros, est égal à $f(x)$ (x est compris entre 1 et 7).

5. Il faudra produire quatre poupées pour que le coût unitaire de fabrication soit minimal, puisque la fonction f admet un minimum en 4. Ce coût minimal arrondi à l'unité vaut 14 euros.
6. Le prix de vente d'une poupée est de 20 euros. L'entreprise réalise un bénéfice lorsque la courbe représentative de f est en dessous de la droite d'équation $y = 20$. Elle devra fabriquer un nombre entier de poupées entre 2 et 5, valeurs incluses.

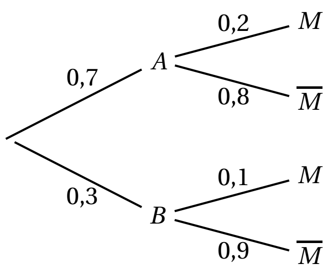
EXERCICE 4 **5 points**

Une eau minérale est dite « **magnésienne** » lorsqu'elle contient plus de 50 mg de magnésium par litre. Une usine produit de l'eau minérale qu'elle vend en bouteilles de 1 litre. L'eau provient de deux sources, notées « source A » et « source B ».
La « source A » fournit 70 % de la production totale des bouteilles d'eau et la « source B » le reste de cette production. Les contrôles de qualité ont montré que 20 % des bouteilles produites par la « source A » et 10 % des bouteilles produites par la « source B » ont un taux de magnésium qui dépasse 50 mg par litre.

On prélève au hasard une bouteille d'eau parmi la production totale de la journée. Toutes les bouteilles d'eau ont la même probabilité d'être prélevées.
On définit les événements suivants :
A : « la bouteille d'eau provient de la source A »,
B : « la bouteille d'eau provient de la source B »,
M : « l'eau contenue dans la bouteille est magnésienne ».
Dans la suite, la probabilité d'un événement X est notée $p(X)$.

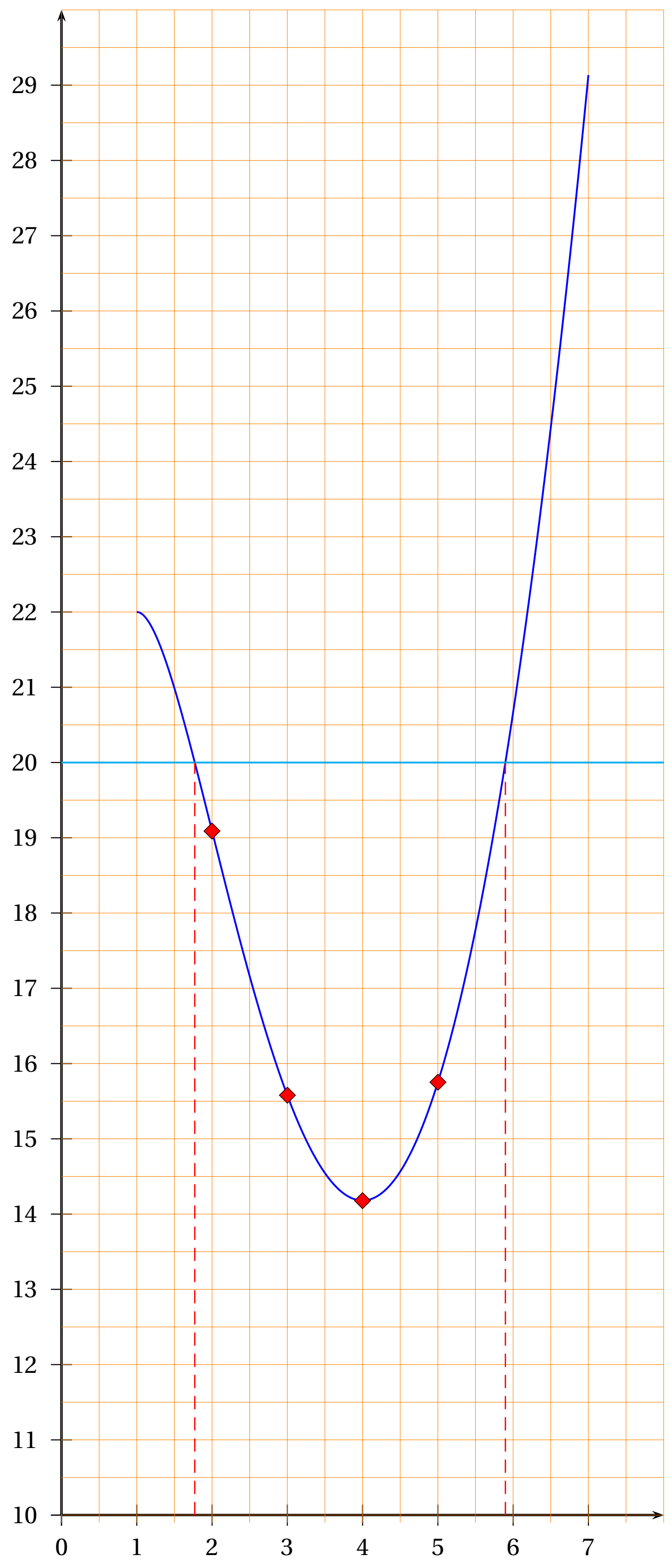
1. **a.**
   - $p(A) = 0{,}7$ car la « source A » fournit 70 % de la production totale des bouteilles d'eau
   - $p(B) = 0{,}3$ car la « source B » fournit le reste de cette production.

   b.
   - La probabilité de M sachant A : $p_A(M) = 0{,}2$ car 20 % des bouteilles produites par la « source A » ont un taux de magnésium qui dépasse 50 mg par litre.
   - la probabilité de M sachant B : $p_B(M) = 0{,}1$ car 10 % des bouteilles produites par la « source B » ont un taux de magnésium qui dépasse 50 mg par litre
2. Construisons un arbre pondéré décrivant la situation.



3. **a.** Calculons la probabilité, $p(A \cap M)$, que la bouteille d'eau provienne de la « source A » et que son eau soit magnésienne. $p(A \cap M) = p(A) \times p_A(M) = 0{,}7 \times 0{,}2 = 0{,}14$

   b. $p(B \cap M) = p(B) \times p_B(M) = 0{,}3 \times 0{,}1 = 0{,}03$.
4. $p(M) = p(A) \times p_A(M) + p(B) \times p_B(M) = 0{,}14 + 0{,}03 = 0{,}17$.
5. La probabilité que l'eau contenue dans une bouteille provienne de la « source A » sachant qu'elle est magnésienne est notée $p_M(A)$. $p_M(A) = \dfrac{p(A \cap M)}{p(M)} = \dfrac{0{,}14}{0{,}17} \approx 0{,}82$.


29
28
27
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
0
1
2
3
4
5
6
7