

Durée : 3 heures

Correction du Baccalauréat CGRH Antilles–Guyane
19 juin 2013

EXERCICE 1

8 points

Une entreprise possède une chaîne de fabrication capable de fabriquer en une semaine entre 6 000 et 32 000 pièces identiques. Le coût de fabrication, en euros, de x milliers de pièces, pour x compris entre 6 et 32, est noté $C(x)$ où C est la fonction définie sur l'intervalle $[6; 32]$ par

$$C(x) = 2x^3 - 108x^2 + 5060x - 4640.$$

La représentation graphique de la fonction C est à la fin de l'exercice.

Toutes les pièces produites sont vendues au prix de 3,5 € l'unité.

Pour tout x appartenant à l'intervalle $[6; 32]$, on note $R(x)$ le montant de la vente en euros de x milliers de pièces. Le bénéfice $B(x)$, en euros, pour la production et la vente de x milliers de pièces est $B(x) = R(x) - C(x)$.

- x est en milliers d'objets, donc $R(x) = 1000x \times 3,5 = 3500x$.
- R est une fonction linéaire, donc sa représentation graphique est une droite (passant par l'origine). $R(6) = 21\,000$ et $R(32) = 112\,000$, donc la droite passe par les points de coordonnées $(6; 21\,000)$ et $(32; 112\,000)$.

- Graphiquement, on trouve que 30 000 € correspondent à un coût de fabrication d'environ 8 000 objets.
 - L'entreprise a un bénéfice lorsque le montant de vente est supérieur au coût de fabrication des pièces, donc lorsque la droite est au-dessus de la courbe. Graphiquement, on trouve que $x \geq 18$ (environ), donc pour une fabrication de plus de 18 000 objets.

- $B(x) = R(x) - C(x) = 3500x - (2x^3 - 108x^2 + 5060x - 4640) = -2x^3 + 108x^2 - 1560x + 4640$.

- On a $B'(x) = -2 \times 3x^2 + 108 \times 2x - 1560 = -6x^2 + 216x - 1560$.

- On a $(-6x + 60)(x - 26) = -6x^2 + 156x + 60x - 1560 = -6x^2 + 216x - 1560 = B'(x)$ donc

$$B'(x) = (-6x + 60)(x - 26)$$

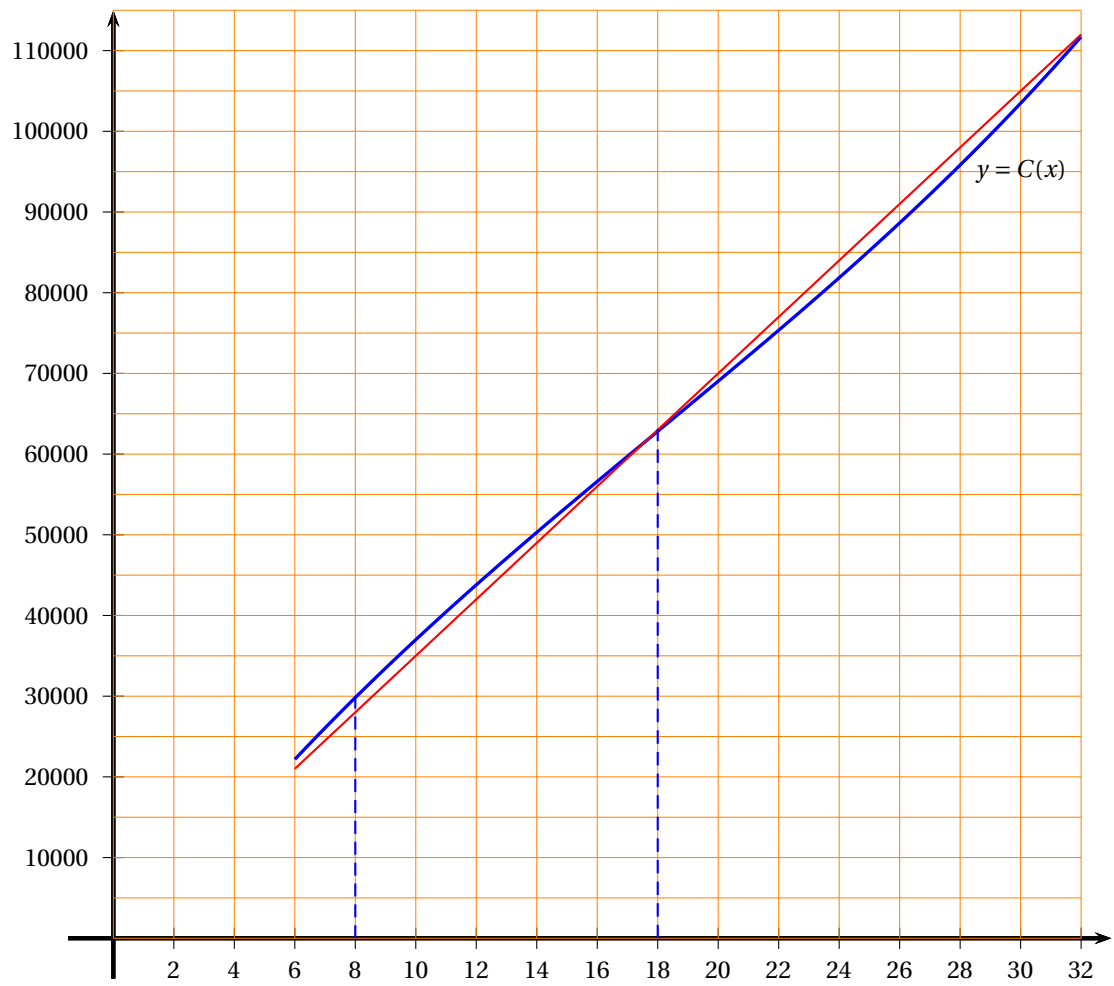
- Pour étudier le signe de $B'(x)$, on étudie le signe de chaque facteur.
 - $-6x + 60 = 0$ donne $x = 10$.
On en déduit $-6x + 60 \geq 0$ pour $x \leq 10$ et $-6x + 60 \leq 0$ pour $x \geq 10$.
 - $x - 26 = 0$ pour $x = 26$.
 $x - 26 \leq 0$ pour $x \leq 26$ et $x - 26 \geq 0$ pour $x \geq 26$.

b. Tableau de variation de B :

x	6	10	26	32	
$-6x + 60$	+	0	-	-	
$x - 26$	-	-	0	+	
$B'(x) = (-6x + 60)(x - 26)$	-	0	+	0	-
$B(x)$	-1264		1936		-224

Diagramme de variation : une flèche descendante relie -1264 à -2160, et une flèche ascendante relie -2160 à 1936. Une autre flèche descendante relie 1936 à -224.

- Le bénéfice maximal réalisable par l'entreprise est 1936 €, pour la fabrication de 26 000 objets.



EXERCICE 2

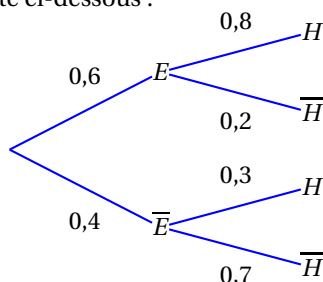
5 points

D'après l'énoncé, on a $p(E) = 0,6$, $p_E(H) = 0,8$ et $p_{\bar{E}}(\bar{H}) = 0,7$.

1. a. \bar{E} est l'événement « rester en France » et $p(\bar{E}) = 0,4$.

b. $p_{\bar{E}}(H) = 0,8$

2. a. On obtient l'arbre de probabilité ci-dessous :



b. $p(E \cap H) = p_E(H) \times p(E) = 0,8 \times 0,6 = 0,48$.

c. $p(\bar{E} \cap H) = 0,3 \times 0,4 = 0,12$.

d. D'après la formule des probabilités totales, $p(H) = p(E \cap H) + p(\bar{E} \cap H) = 0,48 + 0,12 = 0,6$.

e. $p(E \cap H) = 0,48$ et $p(E) \times p(H) = 0,6 \times 0,6 = 0,36 \neq p(E \cap H)$.
E et H ne sont donc **pas indépendants**.

3. $p_H(\bar{E}) = \frac{p(\bar{E} \cap H)}{p(H)} = \frac{0,12}{0,6} = 0,2$.

EXERCICE 3

7 points

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A : Taux d'évolution

Dans cette partie, les réponses seront données sous forme de pourcentages arrondis à 0,01 près.

1. $\frac{413}{424} \approx 0,7882$ soit environ 78,82 %. En 2011, le marché physique représente environ 78,82 % du marché total.

2. Entre 2006 et 2011, le taux d'évolution global du marché physique est $\frac{413 - 1287}{1287} \approx -0,6791$, soit une baisse d'environ 67,91 %.

3. Soit t le taux d'évolution annuel moyen du marché physique entre 2006 et 2011.

On a $(1+t)^5 = 1 - \frac{67,91}{100} \approx 0,3209$ donc $1+t = 0,3209^{\frac{1}{5}}$ d'où $t = 0,3209^{\frac{1}{5}} - 1 \approx -0,2033$, soit environ -30,33 %.

Partie B : Étude du marché physique

On suppose que chaque année à partir de 2011, le marché physique connaît une baisse de 20 %.

On note u_n le montant, en millions d'euros, des ventes en France correspondant au marché physique de l'année 2011 + n . Ainsi, $u_0 = 413$.

1. a. Le coefficient multiplicateur correspondant à une baisse de 20 % est $1 - \frac{20}{100} = 0,8$.

On en déduit $u_1 = u_0 \times 0,8 = 413 \times 0,8 = 330,4$.

b. Pour tout n , $u_{n+1} = 0,8u_n$ donc la suite (u_n) est **géométrique**, de raison $q = 0,8$.

c. On en déduit $u_n = u_0 q^n$ donc $u_n = 413 \times 0,8^n$.

2. En C3, il faut taper $=C2*0.8$

3. En 2020 ($n = 9$), le montant du marché physique sera $413 \times 0,8^9 \approx 55$ millions d'euros.

4. On résout l'inéquation $u_n \leq 50$ donc $413 \times 0,8^n \leq 50$, soit $0,8^n \leq \frac{50}{413}$.

Alors $\ln(0,8^n) \leq \ln\left(\frac{50}{413}\right)$, soit $n \ln(0,8) \leq \ln\left(\frac{50}{413}\right)$.

On obtient : $n \geq \frac{\ln\left(\frac{50}{413}\right)}{\ln(0,8)}$ d'où $n \geq \approx 9,5$. ($\ln(0,8)$ est négatif, donc en divisant par $\ln(0,8)$, l'inégalité change de sens).

C'est en **2021** que le montant du marché physique deviendra inférieur à 50 millions d'euros.