∽ Baccalauréat STG CGRH Métropole–La Réunion ∾ 22 juin 2010

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.
Le candidat est invité à faire figurer toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée.

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM)

Pour chaque question, trois réponses sont proposées, **une seule réponse est correcte.**
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Chaque réponse correcte rapporte 1 *point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.*

Au rayon « multimédia » d'un magasin, un écran plat et un lecteur DVD sont en promotion pendant une semaine. Un client étant choisi au hasard, on désigne par :

— A l'évènement « le client achète l'écran plat en promotion ».
— B l'évènement « le client acquiert le lecteur DVD en promotion ».

On estime que $p(A) = \dfrac{1}{3}$, $p\left(\overline{A} \cap B\right) = \dfrac{1}{9}$ et que la probabilité de l'évènement « le client achète les deux objets en promotion » est $\dfrac{1}{18}$.
Pour répondre aux questions suivantes on pourra s'aider d'un arbre de probabilités ou d'un tableau.

1. $p\left(\overline{A}\right)$ est égale à

- $\dfrac{17}{18}$ • $\dfrac{1}{6}$ • $\dfrac{2}{3}$

2. $p(B)$ est égale à

- $\dfrac{1}{6}$ • $\dfrac{5}{18}$ • $\dfrac{13}{18}$

3. $p_A(\text{B})$ est égale à

- $\dfrac{1}{2}$ • $\dfrac{1}{18}$ • $\dfrac{1}{6}$

4. $p(A \cup B)$ est égale à

- $\dfrac{1}{2}$ • $\dfrac{4}{9}$ • $\dfrac{1}{18}$

EXERCICE 2 **8 points**

Un laboratoire pharmaceutique fabrique et commercialise un produit. Ce laboratoire peut produire de 5 à 30 kg du produit par semaine.

A) Étude du prix de revient unitaire moyen :

1. Le prix de revient d'un produit dépend de la quantité produite. Pour x kg de produit fabriqué, le prix de revient moyen d'un kg de ce produit, exprimé en euros, est modélisé par la fonction U dont l'expression est

$$U(x) = \frac{1}{3}x^2 - 11x + 100 + \frac{72}{x},$$

   où x appartient à l'intervalle $[5~;~30]$.

   Quel est le prix de revient moyen d'un kg de produit lorsqu'on en fabrique 5 kg par semaine ?

   On arrondira le résultat à 10^{-1} *près.*

2. À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs donné en annexe 1, On arrondira les résultats à 10^{-1} près.

B) Étude graphique du bénéfice :

Le laboratoire s'intéresse maintenant au coût total de production, exprimé en euros et modélisé par la fonction C dont l'expression est

$$C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 11x^2 + 100x + 72,$$

où x appartient à l'intervalle $[5~;~30]$.
La courbe représentative de la fonction C sur l'intervalle $[5~;~30]$ est donnée en **annexe 2**.

1. Par lecture graphique, estimer la quantité dont le coût total de production est de 600 €.

   On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.

2. **a.** Après une étude de marché, le prix de vente du produit a été estimé à 60 € le kg. Donner, en fonction de x, l'expression $R(x)$ de la fonction R modélisant la recette.

   b. Représenter graphiquement, sur la feuille annexe 2, la fonction R sur l'intervalle $[5~;~30]$.

   c. Le laboratoire souhaite connaitre l'intervalle dans lequel doit se trouver la quantité de produit à vendre pour réaliser un bénéfice. Quel est cet intervalle ?

   On laissera apparents les traits nécessaires à la lecture graphique.

C) Étude algébrique du bénéfice :

Le bénéfice réalisé par l'entreprise, c'est-à-dire la différence entre la recette et le coût de production, est exprimé en euros et modélisé par la fonction B dont l'expression est

$$B(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 11x^2 - 40x - 72,$$

où x appartient à l'intervalle $[5~;~30]$.

1. Conjecturer les variations de B à l'aide de la calculatrice.
2. Montrer que $B'(x) = -(x-2)(x-20)$.
3. En déduire les variations de B sur l'intervalle $[5~;~30]$.
4. **Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même infructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**

   a. On considère que la production est entièrement vendue. Déterminer la quantité à produire pour réaliser un bénéfice maximum.

b. Le service de commercialisation du laboratoire a fixé un objectif de vente entre 15 kg et 24 kg pour la semaine à venir. Quel est le **bénéfice minimum** envisageable ?

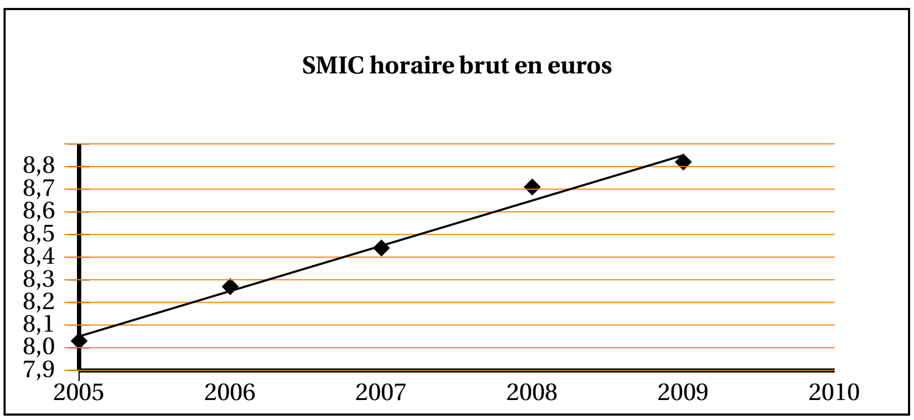
EXERCICE 3 **8 points**

Dans cet exercice on s'intéresse à l'évolution du SMIC (Salaire Minimum Interprofessionnel de Croissance) sur 5 ans. On utilisera les informations fournies par :

— le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, dans lequel la base 100 des indices de salaires correspond à l'année 2005 (*les indices sont arrondis à* 10^{-1} *près et les valeurs successives du SMIC horaire brut sont arrondies au centime d'euro près*),

— le graphique ci-dessous composé d'un nuage de points et d'une droite qui en réalise un ajustement affine.

	A	B	C	D	E	F
1	Année (x_i)	2005	2006	2007	2008	2009
2	SMIC horaire brut en euros (y_i)	8,03	8,27	8,44	8,71	8,82
3	Indice	100	103,0	105,1	108,5	109,8



A) Taux d'évolution et indices :

1. Quelle formule a-t-on introduite en C3, puis recopiée vers la droite, pour obtenir les indices de salaire de 2006 à 2009 ?
2. Déterminer le taux d'évolution global du SMIC, arrondi à 10^{-1} près, entre 2005 et 2009.
3. Calculer le taux d'évolution moyen, arrondi à 10^{-1} près, entre 2005 et 2009.

B) 1^er^ modèle d'évolution : la droite de régression par la méthode des moindres carrés

1. Ci-dessus, on a représenté le nuage de points correspondant à l'évolution des salaires et sa droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés. À l' aide de la calculatrice, déterminer une équation de cette droite. On arrondira les coefficients à 10^{-2} près.
2. *Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   On admet que l'ajustement affine réalisé par la droite représentée dans le graphique ci-dessus reste valable jusqu'en 2010. Proposer alors une estimation du SMIC en 2010.

C) 2e modèle d'évolution : utilisation d'une suite

Soit (u_n) la suite géométrique définie par son premier terme $u_0 = 8,03$ et sa raison $1,024$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

2. Exprimer u_n en fonction de n.

a. Calculer u_5. *On arrondira le résultat à* 10^{-2} *près.*

b. Comment peut-on interpréter u_5 ?

Annexe 1 à rendre avec la copie

x	5	10	15	16,5	17	18,5	20	25	30

Annexe 2 à rendre avec la copie