Corrigé du baccalauréat STG Antilles-Guyane juin 2008
Spécialités : Mercatique, Comptabilité et Finance d'Entreprise, Gestion des systèmes d'information

EXERCICE 1 **5 points**

I. Réponse **a.** : $\mathrm{e}^{\frac{2}{3}} \times \mathrm{e}^{\frac{1}{3}} = \mathrm{e}^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}} = \mathrm{e}^1 = \mathrm{e}$.

II. Réponse **a.** : augmenter 12 fois de 0,9 %, c'est multiplier par $1,009^{12} \approx 1,114$ soit un taux de 11,4 % annuel.

III. Réponse **c.** : la probabilité de rencontrer un élève reçu et étudiant l'allemand est $\dfrac{68}{117+68+33} = \dfrac{68}{218} \approx 0,3119 \approx 0,312$.

IV.

1. Réponse **b.** : (calculatrice ou par le calcul on disqualifie la première et la troisième équation)

2. Réponse : **b.** 2008 correspond à $x = 7$, d'où $y = 115,44 \times 1,04^7 \approx 151,911 \approx 152$.

EXERCICE 2 **6 points**

Partie A : lectures graphiques

1. On lit pour $x = 9$, $y = 120$ milliers d'euros.
2. Inversement 90 milliers d'euros correspondent à une production de 7 centaines de pièces, soit 700 pièces.
3. On voit que la droite est au dessus de la courbe lorsque $2 < x < 14$.
   Il faut qu'elle fabrique entre 200 et 1 400 pièces pour être bénéficiaire.

Partie B

1. **a.** On a $B(x) = R(x) - C(x) = 15x - \left(0,5x^2 + 6,5x + 10 + 4,5\ln(x+1)\right) = -0,5x^2 + 8,5x - 10 - 4,5\ln(x+1)$.

   b. Sur $[0 ; 20]$, $B'(x) = -2 \times 0,5x + 8,5 - 4,5 \times \dfrac{1}{x+1} = -x + 8,5 - \dfrac{4,5}{x+1}$.

   c. On a $\dfrac{(x+0,5)(8-x)}{x+1} = \dfrac{8x - x^2 + 4 - 0,5x}{x+1} = \dfrac{-x^2 + 7,5x + 4}{x+1}$.

   D'autre part $B'(x) = -x + 8,5 - \dfrac{4,5}{x+1} = \dfrac{(-x+8,5)(x+1) - 4,5}{x+1} = \dfrac{-x^2 - x + 8,5x + 8,5 - 4,5}{x+1} = \dfrac{-x^2 + 7,5x + 4}{x+1}$.

   On trouve dans les deux cas la même expression : on peut donc écrire :
   $B'(x) = \dfrac{(x+0,5)(8-x)}{x+1}$

2. **a.** Comme $0 \leqslant x \leqslant 20$, on a $1 \leqslant x+1 \leqslant 21$, donc $x + 1 \geqslant 1 > 0$.
   Le signe du quotient est celui du numérateur $(x+0,5)(8-x)$

   b. Un tableau de signes montre que $(x+0,5)(8-x)$ s'annule en $-0,5$ et en 8, que $(x+0,5)(8-x) > 0$ si $-0,5 < x < 8$ et que $(x+0,5)(8-x) < 0$ si $x < -0,5$ ou si $x > 8$.
   Sur l'intervalle $[0 ; 20]$, la dérivée est donc positive sur $[0 ; 8]$, puis négative.
   D'où le tableau de variations :

x	0		8		20
$B'(x)$		$+$	0	$-$	
$B(x)$	10	$\nearrow$		$\searrow$	$\approx -53,7$ $-40-4,5\ln 21$

3. La fonction B est croissante puis décroissante : il existe donc un maximum obtenu pour $x = 8$:
$B(8) = -0,5\times 8^2+8,5\times 8-10-4,5\ln(8+1) = -32+68-10-4,5\ln 9 = 26-4,5\ln 9 \approx 16,1125$ soit 16 112,50 euros.

EXERCICE 3 **5 points**

1. $T_1 = 20000-0,0120000 = (1-0,01)20000 = 0,9920000 = 19800$.
2. Chaque année la production diminue de 1 %, donc
$T_{n+1} = (1-0,01)T_n = 0,99T_n$.
3. La relation précédente signifie que la suite (T_n) est géométrique de raison 0,99 et de premier terme $T_0 = 20000$.
On sait qu'alors $T_n = T_0\times q^n = 20000\times 0,99^n$.
4. La quantité extraite en 2008 est $T_{58} = 20000\times 0,99^{58} \approx 11165,3 \approx 11165$.
5. $S_n == T-0+T_1+\cdots+T_n = 20000+20000\times 0,99+20000\times 0,9^2+\cdots+20000\times 0,9^n = 20000\left(1+0,9+0,99^2+\cdots+0,99^n\right)$.
La somme des termes de la parenthèse est la somme des $n+1)$ premiers termes de la suite géométrique de premier terme 1 et de raison 0,99. On sait que cette somme est égale à $\dfrac{1-0,99^{n+1}}{1-0,99} = \dfrac{1-0,99^{n+1}}{0,01} = 100\left(1-0,99^{n+1}\right)$.
Donc $S_n = 20000\times 100\left(1-0,99^{n+1}\right) = 2000000\times\left(1-0,99^{n+1}\right)$.
6. Il faut résoudre l'équation :
$2000000\left(1-0,99^{n+1}\right) = 1000000$ c'est-à-dire $1-0,99^{n+1} = 0,5$ ou $0,5 = 0,99^{n+1}$ soit en prenant le logarithme :
$\ln 0,5 = (n+1)\ln 0,99$ et enfin $n+1 = \dfrac{\ln 0,5}{\ln 0,99} \approx 68,96$. D'où $n \approx 67,96$.
Le filon sera épuisé la soixante huitième année soit en 2018.

EXERCICE 4 **4 points**

1. Le taux de population urbaine en France par rapport à la population totale est égal à :
$\dfrac{29,4}{29,4+17,1} = \dfrac{29,4}{46,5} \approx 0,632$ soit 63,2 %.
2. L'indice en 1962 est égal à $\dfrac{29,4}{24,5}\times 100 = 120$.
L'indice en 1982 est égal à $\dfrac{39,9}{24,5}\times 100 \approx 161,18 \approx 161,2$.
3. **a.** En 1999 la population totale est égale à $44,2+14,3 = 58,5$.
Le taux d'évolution global de la population française entre 1954 et 1999 est $\dfrac{58,5}{42,7}-1 \approx 0,370$, soit 37 %.
b. Le taux annuel moyen d'augmentation sur ces 45 années est le nombre t tel que $t^{45} = 1,37$ soit $t = 1,37^{\frac{1}{45}} \approx 1,0070$, ce qui correspond à un taux moyen annuel de 0,7 %.
c. Formule : = B5/B$4*100

ANNEXE

Exercice 2