Baccalauréat STG Mercatique Nouvelle-Calédonie 14 novembre 2013 Correction

EXERCICE 1 : Q. C. M. **5 points**

Pour chaque question, trois réponses seront proposées. Une seule réponse est exacte. Une réponse exacte rapporte 0,5 point. L'absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point.

Reporter sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Annie est vendeuse de moules dans un petit port de Bretagne.

Sur 10 semaines, elle a noté le prix de vente d'un kilogramme de moules et le nombre de kilogrammes vendus.

1. L'année passée, elle a remarqué que chaque semaine le prix du kilogramme de moules diminuait de 0,10 €. On note u_n le prix en euros d'un kilogramme de moules la semaine de rang n. La première semaine, le prix de vente est de 4 €, on a donc $u_1 = 4$.

a. ~~La suite (u_n) est arithmétique de raison $0,1$~~ ;

b. ~~La suite (u_n) est géométrique de raison $1,05$~~ ;

c. $\boxed{\text{La suite } (u_n) \text{ est arithmétique de raison } -0,1}$. Le prix diminuait de 0,1 €.

2. La valeur de u_{10} est

a. $\cancel{3}$;

b. $\cancel{5}$;

c. $\boxed{3{,}1}$. $u_n = u_1 + (n-1)r$.

3. Le prix du kilogramme est strictement inférieur à 2 euros à partir du rang :

a. $\cancel{20}$

b. $\cancel{21}$

c. $\boxed{22}$ $4 - 0{,}1(n-1) < 2 \iff n > 21$

4. L'année passée, elle a aussi constaté chaque semaine une augmentation de 5 % du nombre de kilogrammes de moules vendus.

On note (v_n) la suite modélisant le nombre de kilogrammes de moules vendus la semaine de rang n.

La première semaine, le nombre de kilogrammes vendus est égal à 100, on a donc $v_1 = 100$.

a. $\boxed{\text{La suite } (v_n) \text{ est géométrique de raison } 1,05}$ Le coefficient multiplicateur associé à une hausse de 5 % est1,05.

b. ~~La suite (v_n) est géométrique de raison $1,5$~~

c. ~~La suite (v_n) est arithmétique de raison 5 %~~

5. L'expression de v_n en fonction de n est :

a. $\cancel{v_n = 100 + 0{,}05n}$

b. $\boxed{v_n = 100 \times 1{,}05^{n-1}}$ $v_n = v_1 q^{n-1}$.

c. $\cancel{v_n = 100 \times 1{,}05^n}$

Pour les questions suivantes on considérera le tableau ci-dessous.

Pour compléter son étude Annie élabore une feuille de calculs avec un tableur en utilisant les deux suites précédentes.

	A	B	C	D
1	Rang n	Prix d'un kilogramme en euros	Nombre de kilogrammes (arrondi à l'unité)	Recette en euros (arrondie au centime d'euro)
2	1	4	100	400,00
3	2	3,9	105	409,50
4	3	3,8	110	418,95
5	4	3,7	116	428,32

En colonne A, elle indique le rang.

En colonne B, elle indique le prix d'un kilogramme exprimé en euros.

En colonne C, elle indique le nombre de kilogrammes vendus arrondi à l'unité.

En colonne D, elle indique la recette exprimée en euros arrondie au centime.

6. La formule entrée en B3 et recopiée vers le bas est

a. $= \cancel{\$B\$2 - 0,1}$ B2 est en référence absolue, nous obtenons toujours la même valeur.

b. $= \cancel{B\$2 - 0,1}$ La ligne 2 est bloquée, nous faisons toujours référence à la même cellule.

c. $\boxed{=\text{B2} - 0,1}$

7. La formule saisie en C3 et recopiée vers le bas est :

a. $\cancel{=\$C\$2 * 1,05}$ C2 est en référence absolue, nous obtenons toujours la même valeur.

b. $\cancel{=C2 * 0,05}$ Erreur sur le coefficient multiplicateur.

c. $\boxed{=\text{C2} * 1,05}$

8. La formule entrée en D2 et recopiée vers le bas est :

a. $\boxed{=\text{B2} * \text{C2}}$ prix (B2) multiplié par la quantité(C2).

b. $\cancel{=C2 * 100}$

c. $\cancel{=B2 * 400}$

EXERCICE 2 — 4 points

Une entreprise agro-alimentaire cherche à lancer sur le marché un nouveau plat cuisiné pour lequel elle a deux recettes différentes que nous appellerons recette 1 et recette 2.

Afin de déterminer laquelle de ces deux recettes sera la plus appréciée elle organise une étude marketing auprès d'un panel de consommateurs.
45 % de ce panel goûte la recette 1 et le reste goûte la recette 2. Les testeurs ne savent pas quelle recette leur est présentée. Ils doivent indiquer s'ils ont aimé ou pas.

Une fois cette étude terminée il a été observé que :

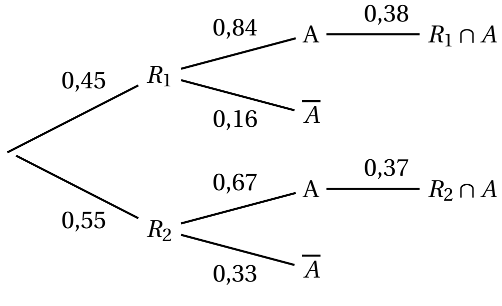
- 75 % des testeurs ont aimé ce qu'ils ont goûté
- 38 % des testeurs ont goûté la recette 1 et l'ont aimée.

On choisit un testeur au hasard. On admet que chaque testeur à la même probabilité d'être choisi.
On considère les événements suivants

- R_1 : « le testeur a goûté la recette 1 »
- R_2 : « le testeur a goûté la recette 2 »
- A : « le testeur a aimé »

On arrondira les résultats au centième si nécessaire.

Construisons un arbre représentant la situation



1. **a.** $P(R_1) = 0,45$ car 45 % de ce panel goûte la recette 1.

b. $P(R_2) = 0,55$ car le reste goûte la recette 2.

c. $P(R_1 \cap A) = 0,38$ car 38 % des testeurs ont goûté la recette 1 et l'ont aimée.

d. $P(A) = 0,75$ car 75 % des testeurs ont aimé ce qu'ils ont goûté.

2. La probabilité que le testeur ait aimé sachant qu'il a goûté la recette 1 est notée $p_{R_1}(A)$.

$P(R_1 \cap A) = P(R_1) \times P_{R_1}(A) \qquad 0{,}45 \times P_{R_1} = 0{,}38$. Nous en déduisons $P_{R_1}(A) = \dfrac{0{,}38}{0{,}45} \approx 0{,}84$.

3. **a.** $P(R_2 \cap A) = P(A) - P(R_1 \cap A) = 0{,}75 - 0{,}38 = 0{,}37$.

b. $P(R_2) \times P_{R_2}(A) = P(R_2 \cap A)$. En remplaçant par leurs valeurs, $0{,}37 = 0{,}55 \times P_{R_2}(A)$ d'où $P_{R_2}(A) = \dfrac{0{,}37}{0{,}55} \approx 0{,}67$.

4. *Dans cette question toute trace de recherche même incomplète ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Au vu des résultats précédents et sachant que les coûts de production pour les deux recettes sont sensiblement les mêmes, que pouvez-vous en conclure quant au choix de recette que devrait faire l'entreprise ?

La recette que devrait faire l'entreprise est la recette 1 puisque ceux qui ont goûté cette recette l'ont aimée à 84 % tandis que ceux qui ont goûté la recette 2 ne l'ont aimée qu'à 67 %.

EXERCICE 3 — 6 points

Le 1er septembre 2011 un étudiant a créé un réseau social dans le but de permettre aux actuels élèves de son école de communiquer entre eux ainsi qu'avec les anciens élèves de cette école. Le tableau suivant présente l'évolution du nombre d'inscrits à ce réseau social au cours des sept premiers mois qui suivent sa création :

Date	01/09/11	01/10/11	01/11/11	01/12/11	01/01/12	01/02/12	01/03/12	01/04/12
Rang du mois, x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'inscrits, y_i	36	55	67	78	110	125	179	218

1. Dans cette question les pourcentages seront arrondis à 1 %.

a. Calculons le taux d'évolution du nombre d'inscrits à ce réseau social entre le 01/09/11 et le 01/04/12.
Le taux d'évolution t est défini par $t = \dfrac{\text{valeur finale} - \text{valeur initiale}}{\text{valeur initiale}}$ $\quad T = \dfrac{218-36}{36} \approx 5{,}0555$
Le taux d'évolution du nombre d'inscrits à ce réseau social durant cette période est environ de 506%.

b. Déterminons le taux moyen mensuel d'augmentation du nombre d'inscrits entre septembre 11 et avril 12.
Appelons t_m le taux d'évolution moyen, T le taux d'évolution global. Le coefficient multiplicateur global est $1+T$ d'une part et $(1+t_m)^7$ d'autre part car le nombre d'inscrits à ce réseau social a, entre septembre 2011 et avril 2012, subi 7 évolutions d'où $t_m = (1+T)^{\frac{1}{7}} - 1$, $t_m = (6{,}06)^{\frac{1}{7}} - 1 \approx 0{,}29$.
Chaque mois, le nombre d'inscrits à ce réseau social a crû en moyenne d'environ 29 %.

Le nuage des points de coordonnées $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ pour i variant de 0 à 7 est donné en annexe 1 à rendre avec la copie.

2. *Dans cette question on cherche à estimer le nombre d'inscrits au réseau social au 1er mai 2012 et au 1er juin 2012 grâce à un ajustement affine.*

a. À l'aide de la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 25x + 21$.

b. Cette droite est tracée sur le graphique figurant en annexe 1.

c. En utilisant cet ajustement affine, estimons le nombre d'inscrits au 1er mai 2012 et au 1er juin 2012.
En mai 2012, le rang du mois est 8, en remplaçant x par 8 dans l'équation de la droite nous obtenons $y = 25 \times 8 + 21 = 221$. En juin, $x = 9$ d'où $y = 25 \times 9 + 21 = 246$.
À l'aide de cette droite, nous pouvons estimer le nombre de nouveaux inscrits en mai 2012 à environ 221 et en juin 2012 à environ 246.
autre méthode : lire graphiquement les résultats en mai et juin sur le graphique figurant en annexe.

3. En juillet 2012, le créateur du réseau, consultant l'historique des inscriptions, constate que le nombre d'inscrits au 1er mai 2012 était de 275 et au 1er juin 2012 de 378.

a. L'ajustement affine précédent ne paraît pas pertinent. Il minimise très sérieusement le nombre de nouveaux inscrits tant en mai (d'environ 25 %) qu'en juin (de plus de 50 %).

b. Le créateur du réseau envisage un nouvel ajustement du nuage par la courbe représentative de la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(x) = 39\mathrm{e}^{0{,}29x}$ où x est la durée exprimée en mois à partir du 01/09/11.
Complétons le tableau suivant.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$	39	52	70	93	124	166	222	297	397	530

Les résultats sont arrondis à l'entier

c. En utilisant ce nouvel ajustement, calculons la date à partir de laquelle le créateur du réseau peut espérer au moins 1 500 inscrits. Pour ce faire, résolvons $39\text{e}^{0,29x} \geqslant 1\,500$.

$39\text{e}^{0,29x} \geqslant 1\,500 \iff \text{e}^{0,29x} \geqslant \dfrac{1\,500}{39} \iff x \geqslant \dfrac{\ln\left(\dfrac{1\,500}{39}\right)}{0,29}$ or $\dfrac{\ln\left(\dfrac{1\,500}{39}\right)}{0,29} \approx 12,585$ d'où $x \geqslant 12,585$.

Au 1er octobre 2012, le créateur du réseau peut espérer au moins 1 500 inscrits.

EXERCICE 4 — 6 points

Un équipementier automobile produit chaque jour x centaines d'un certain type de pièces pour lequel sa capacité maximale de production est de 17 centaines.
Le prix de vente d'une centaine de pièces est fixé à 650 €. Le graphique, fourni en annexe 2, donne la représentation graphique noté $\mathcal{C}$ de la fonction coût de production sur l'intervalle [0,5 ; 17].

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre

Partie A : constructions et lectures graphiques

1. Montrons que la recette, exprimée en milliers d'euros, pour x centaines de pièces vendues est : $R(x) = 0,65x$, x appartenant à l'intervalle [0,5 ; 17]. Le prix d'une centaine de pièces est fixé à 650 €, exprimé en milliers d'euros 0,65. Le prix de x centaines est x fois le prix unitaire exprimé en milliers d'euros soit $0,65x$.
2. Sur le graphique de l'annexe 2, la représentation graphique D de la fonction R est tracée.

Avec la précision permise par le graphique, et en laissant les traits de construction apparents, répondons aux questions suivantes :

3. Le coût de production de 1 150 pièces est d'environ 7 000 €. Nous lisons environ 7 pour l'ordonnée du point d'abscisse 11,5 appartenant à la courbe $\mathcal{C}$.

   L'entreprise est bénéficiaire si elle fabrique et vend 1 150 pièces puisque l'ordonnée du point d'abscisse 11,5 de la droite D est supérieure à celle du point de même abscisse de la courbe $\mathcal{C}$.

   Le bénéfice est d'environ 500 €, la différence entre les deux ordonnées est d'environ 0,5.
4. L'entreprise doit fabriquer et vendre entre 80 et 1 500 pièces pour être bénéficiaire . Nous déterminons l'intervalle sur lequel la courbe représentative des recettes est au-dessus de celle des coûts.

Partie B : recherche d'une valeur approchée du bénéfice maximal

La fonction C est définie sur l'intervalle [0,5 ; 17] par :$C(x) = 0,9x + 1,3 - 1,8\ln(x + 1,5)$.
On admet que cette fonction modélise le coût de production, en milliers d'euros, pour x centaines de pièces produites. On suppose que toutes les pièces produites sont vendues.

1. Montrons que le bénéfice est donné par la fonction B définie sur [0,5 ; 17] par :$B(x) = -0,25x-1,3+1,8\ln(x+1,5)$.

   Nous savons que le bénéfice correspond à la différence entre la recette et les coûts. Pour x appartenant à [0,5 ; 17]

   $B(x) = R(x) - C(x)) = 0,65x - (0,9x + 1,3 - 1,8\ln(x + 1,5)) = -0,25x - 1,3 + 1,8\ln(x + 1,5)$.

   Nous retrouvons la définition de B
2. On désigne par B' la fonction dérivée de B sur l'intervalle [0,5 ; 17].

   Vérifions que pour tout réel x dans l'intervalle [0,5 ; 17], $B'(x) = \dfrac{1,425 - 0,25x}{x + 1,5}$

   Déterminons B'. $B'(x) = -0,25 + 0 + 1,8\dfrac{1}{x + 1,5} = -0,25 + \dfrac{1,8}{x + 1,5} = \dfrac{-0,25x + 1,425}{x + 1,5}$.

   C'est bien la réponse attendue.
3. **a.** Étudions le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle [0,5 ; 17].

   Sur $\mathbb{R}$, $-0,25x + 1,425 > 0 \iff x < 5,7$.

   Par conséquent, $B'(x) > 0$ si x appartient à [0,5 ; 5,7[et $B'(x) < 0$ si x appartient à]5,7 ; 17].

   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.

   Pour $x \in [0,5 ; 5,7[$, $B'(x) > 0$, par conséquent B est strictement croissante sur cet intervalle.

   Si pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I.

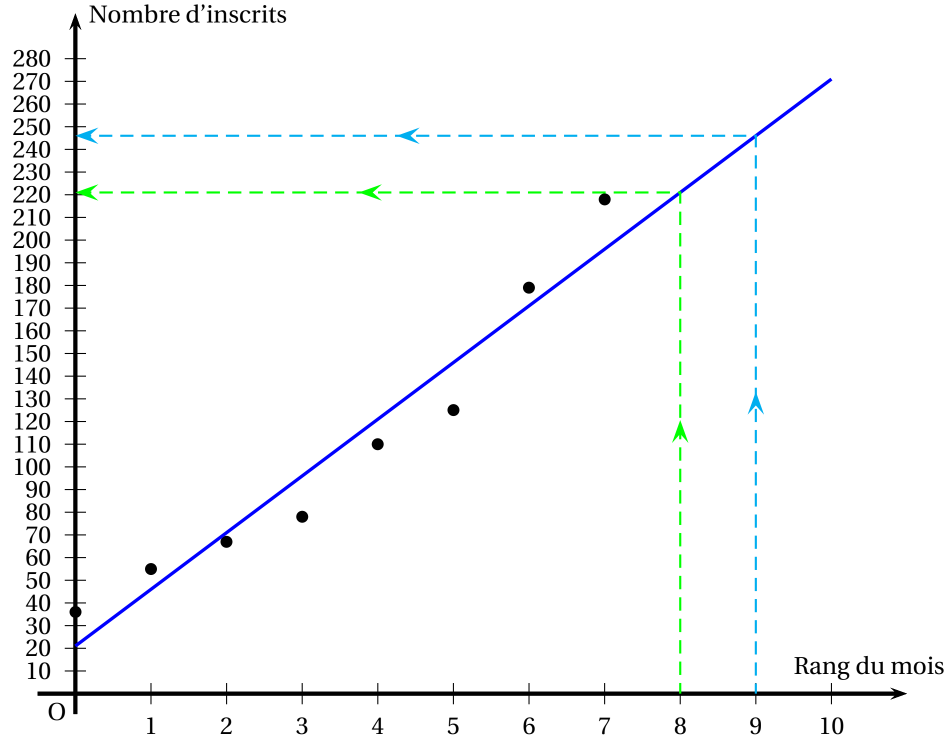
   Pour $x \in]5,7 ; 17]$, $B'(x) < 0$, par conséquent B est strictement décroissante sur cet intervalle.

b. Dressons le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[0,5\ ;\ 17]$.

x	0,5		5,7		17
$B'(x)$		+	0	−	
Variations de B	−0,177	↗	0,828 35	↘	−0,298

4. En utilisant le tableau de variation, le bénéfice est maximal lorsque 570 pièces sont fabriquées et vendues. Ce bénéfice, arrondi au centime d'euro s'élève à 828,35 €.

Annexe 1 de l'exercice 3 à rendre avec la copie



ANNEXE 2 : EXERCICE 4 : à rendre avec la copie