∽ Baccalauréat STG Mercatique Nouvelle-Calédonie ∾
7 mars 2014 Correction

EXERCICE 1 **4 points**

Cet exercice est un Q.C.M.. Pour chacune des questions posées. une seule des trois réponses est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée. Une réponse exacte rapporte 1 point. L'absence de réponse ne rapporte ni ne retire aucun point.

Le tableau ci-dessous donne le nombre de nuitées (en milliers) dans les hôtels en France métropolitaine, entre 2005 et 2011.

Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Nombre de nuitées dans les hôtels 3 étoiles	53 285,1	54 197,7	57 300,2	57 381,1	54 524,7	56 536,1	60 688,7
Nombre total de nuitées dans les hôtels	192 660,7	191 925,2	198 927,0	197 615,0	187 971,6	192 172,4	198 367,3

Source : Insee

1. La proportion (arrondie à 0,1 %) des nuitées dans les hôtels 3 étoiles par rapport à l'ensemble des nuitées en hôtels pour l'année 2011 est :

a. 30,6 % **b.** ~~69,4 %~~ **c.** ~~3,3 %~~

$\frac{60\,688,7}{198\,367,3} \approx 0,305\,94$

2. À partir des informations du tableau ci-dessus, on construit avec un tableur, la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Année	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
2	Nombre de nuitées dans les hôtels 3 étoiles	53 285,1	54 197,7	57 300,2	57 381,1	54 524,7	56 536,1	60 688,7
3	Taux d'évolution							

La ligne 3 est au **format pourcentage**.

La formule qui, saisie dans la cellule C3 et recopiée vers la droite, permet d'obtenir le taux d'évolution du nombre de nuitées dans les hôtels 3 étoiles d'une année à l'autre, est :

a. ~~= C2-B2/B$2~~ **b.** = (C2-B2)/B2 **c.** ~~= C2-B2/B2~~

=C2−1 =C2−1

3. Le taux d'évolution (arrondi à 0,01 %) du nombre de nuitées dans les hôtels 3 étoiles entre 2005 et 2011 est :

a. ~~2,96 %~~ **b.** ~~1,14 %~~ **c.** 13,89 %

$\frac{60\,688,7 - 53\,285,1}{53\,285,1} \approx 0,1389$

4. Le taux d'évolution annuel moyen (arrondi à 0,01 %) du nombre de nuitées dans les hôtels 3 étoiles entre 2005 et 2011 est :

a. 2,19 % **b.** ~~2,32 %~~ **c.** ~~1,88 %~~

$(1,138\,9)^{(1/6)} - 1$

EXERCICE 2 **6 points**

Une émission de télé-réalité est diffusée une fois par semaine. On désire, dans cet exercice, étudier les audiences de cette émission sur un groupe de 1 000 adolescents. La première semaine, 400 adolescents de ce groupe ont regardé l'émission.

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment.

Partie A : Évolution de l'audience entre la première et la deuxième semaine

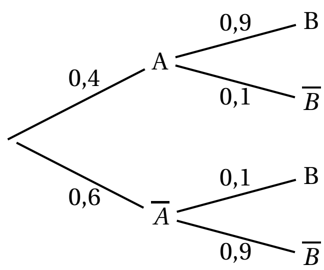
Pendant les deux premières semaines, on a pu constater que :

- 40 % des adolescents du groupe ont regardé l'émission la première semaine ;
- Parmi ceux qui ont regardé l'émission la première semaine, 90 % ont aussi regardé l'émission la deuxième semaine ;
- Parmi ceux qui n'ont pas regardé l'émission la première semaine, 10 % ont regardé l'émission la deuxième semaine.

On choisit au hasard un adolescent du groupe. On note :

A l'événement : « L'adolescent a regardé l'émission la première semaine »
$\overline{A}$ l'événement : « L'adolescent n'a pas regardé l'émission la première semaine »
B l'événement : « L'adolescent a regardé l'émission la deuxième semaine »
$\overline{B}$ l'événement : « L'adolescent n'a pas regardé l'émission la deuxième semaine »

1. Construisons l'arbre de probabilité décrivant la situation.



2. Calculons la probabilité de $A \cap B$.

   $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B) = 0{,}4 \times 0{,}9 = 0{,}36$.

   Ce résultat est la probabilité que l'adolescent ait regardé l'émission les deux semaines.

3. Montrons que la probabilité de l'événement B est $0,42$.

   $P(B) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B) = 0{,}36 + 0{,}6 \times 0{,}1 = 0{,}42$.

4. Sachant que l'adolescent a regardé l'émission la deuxième semaine, la probabilité qu'il ait regardé l'émission la première semaine est notée $p_B(A)$.

   $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0{,}36}{0{,}42} \approx 0{,}857\,1$.

   Sachant que l'adolescent a regardé l'émission la deuxième semaine, la probabilité, arrondie au centième, qu'il ait regardé l'émission la première semaine est de 0,86.

Partie B : Audience le jour de la finale

On estime dans cette partie que les audiences augmentent chaque semaine de 5 %.
On note u_n le nombre d'adolescents du groupe ayant regardé l'émission la n-ième semaine. On a ainsi $u_1 = 400$.

1. Déterminons u_2.

   À un taux d'évolution de 5 % correspond un coefficient multiplicateur de 1,05.

   Par conséquent $u_2 = 400 \times 1{,}05 = 420$.

2. Puisque l'on passe d'un terme au suivant en multipliant par un même nombre, la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme 400.

3. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q est $u_n = u_1 q^{n-1}$,

   donc $u_n = 400 \times (1{,}05)^{n-1}$.

4. La finale de cette émission se déroule la douzième semaine. Le nombre d'adolescents du groupe qui ont regardé la finale est u_{12}.

$u_{12} = 400 \times 1{,}05^{11} \approx 684$.

Environ 684 adolescents du groupe ont regardé la finale.

EXERCICE 3 **6 points**

Partie A : Étude du nombre de licenciés dans un club de Taekwondo

Fondé en 1990, le club de Taekwondo de la ville de Estégé a connu une forte augmentation de son nombre de licenciés. Le tableau ci-dessous donne le nombre de licenciés pour certaines années :

Année	1992	1996	1998	2001	2003	2006	2008
Rang de l'année x_i	2	6	8	11	13	16	18
Nombre de licenciés y_i	18	26	32	42	50	68	82

1. À l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement de y en x, notée (D), de la série $(x_i~;~y_i)$ obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 3{,}976\,2x + 3{,}394\,9$. En arrondissant les coefficients au dixième, l'équation est $y = 4x + 3{,}4$.

2. Le nuage de points associé à la série $(x_i~;~y_i)$ est donné dans l'annexe 1.

La droite (D) est tracée dans le même repère.

3. En 2012, le nombre de licenciés est de 123. L'ajustement affine ne semble pas approprié.

En 2012, $x = 22$, $\quad y = 4 \times 22 + 3{,}4 = 91{,}4$. Selon ce modèle, le nombre de licenciés serait de 91, loin des 123 recensés.

Partie B : Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $[0~;~26]$ par

$$f(x) = 13{,}5\mathrm{e}^{0{,}1x}.$$

1. Déterminons $f'(x)$, où f' désigne la dérivée de f sur $[0~;~26]$.

$$f'(x) = 13{,}5 \times 0{,}1\mathrm{e}^{0{,}1x} = 1{,}35\mathrm{e}^{0{,}1x}$$

2. Déterminons le sens de variation de f.

Pour tout $x \in [0~;~26]$, $f'(x)$ est strictement positif comme produit de réels strictement positifs.

Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I. Par conséquent, $f'(x)$ étant strictement positif sur $[0~;~26]$, f est strictement croissante sur cet intervalle.

3. Résolvons par le calcul sur l'intervalle $[0~;~26]$ l'inéquation $f(x) \geqslant 150$.

$$\begin{aligned}
13{,}5\mathrm{e}^{0{,}1x} &\geqslant 150\\
\mathrm{e}^{0{,}1x} &\geqslant \frac{150}{13{,}5}\\
\mathrm{e}^{0{,}1x} &\geqslant \frac{100}{9}\\
\ln \mathrm{e}^{0{,}1x} &\geqslant \ln\left(\frac{100}{9}\right)\\
0{,}1x &\geqslant \ln\frac{100}{9}\\
x &\geqslant \frac{\ln\left(\frac{100}{9}\right)}{0{,}1}
\end{aligned}$$

$\dfrac{\ln\left(\frac{100}{9}\right)}{0{,}1} \approx 24{,}08$. L'ensemble de solution de l'inéquation $f(x) \geqslant 150$ est $\left[10\ln\left(\frac{100}{9}\right)~;~26\right]$ ou $[24{,}1~;~26]$

a. Le tableau de valeurs de la fonction f est complété en annexe 2.

b. La courbe de la fonction f est tracée dans le repère de l'annexe 1.

4. Dans cette question, on utilise la fonction f pour ajuster la série présentée à la partie A.

Le nombre de 150 licenciés dans ce club sera dépassé à partir de 2015.

En effet, nous avons montré que $f(x) \geqslant 150$ pour $x \in [24,1~;~26]$, la plus petite valeur entière appartenant à cet intervalle est 25. Ce rang correspond à 2015.

EXERCICE 4 — 4 points

Pour équiper le personnel d'une entreprise de communication, la direction fait appel à un fournisseur informatique qui lui propose deux lots :

- un lot A contenant 8 clefs USB et 3 disques durs externes au tarif de 300 € ;
- un lot B contenant 6 clefs USB et 1 disque dur externe au tarif de 130 €.

L'entreprise a besoin d'au moins 120 clefs USB et 30 disques durs externes.
On cherche à déterminer le nombre x de lots A et le nombre y de lots B pour minimiser la dépense.

1. Résumons les données du problème dans un tableau

	Clefs USB	Disques durs	Coûts
Lot A x	8	3	300
Lot B y	6	1	130
minimum	120	30	

Les nombres de lots A et de lots B sont des entiers naturels d'où $x \geqslant 0$ et $y \geqslant 0$

La contrainte liée au nombre de clefs USB est $8x + 6y \geqslant 120$ ou en simplifiant $4x + 3y \geqslant 60$.

La contrainte liée au nombre de disques durs est $3x + y \geqslant 30$.

Par conséquent, les contraintes pour l'achat de x lots A et y lots B se traduisent par le système suivant dans lequel x et y désignent des inconnues entières :

$$(S)\quad \left\{\begin{array}{lcl} 4x+3y & \geqslant & 60\\ 3x+y & \geqslant & 30\\ x & \geqslant & 0\\ y & \geqslant & 0 \end{array}\right.$$

2. Sur la figure donnée en annexe 3, on a tracé les droites d'équations respectives :

$$y = -\frac{4}{3}x + 20 \quad \text{et} \quad y = -3x + 30.$$

a. Déterminons graphiquement, en hachurant la partie du plan qui ne convient pas, l'ensemble des points M du plan dont le couple de coordonnées $(x~;~y)$ vérifie le système (S).

L'ensemble des solutions de l'inéquation $ax + by + c \geqslant 0$ est un demi-plan de frontière la droite d'équation $ax + by + c = 0$, celle-ci incluse.

En choisissant le point O, les inégalités $4x + 3y \geqslant 60$ et $3x + y \geqslant 30$ ne sont pas vérifiées, par conséquent nous hachurons les demi-plans contenant l'origine.

Les variables devant être entières, donc nous nous restreignons au premier quadrant.

b. Avec 10 lots A et 5 lots B, l'entreprise ne peut pas équiper son personnel. L'entreprise n'aura pas assez de clefs USB, $4 \times 10 + 3 \times 5 = 55$. Il en manque 5.

c. Avec 12 lots A et 10 lots B, l'entreprise peut équiper son personnel. En effet les contraintes sont satisfaites :

contrainte liée aux clefs : $4 \times 12 + 3 \times 10 = 78$ et $78 \geqslant 60$

contrainte liée aux disques durs : $3 \times 12 + 10 = 46$ et $46 \geqslant 30$

3. Pour minimiser la dépense, notée d, la direction utilise un tableur. Un extrait de la feuille de calcul est donné en annexe 4.

a. Déterminons la dépense d en fonction de x et y. $d = 300x + 130y$.

b. Parmi les trois formules suivantes, indiquons celle qui, écrite dans la cellule B2 et recopiée vers la droite et vers le bas sur la plage B2 : P10, permet de remplir le tableau donné en annexe 4.

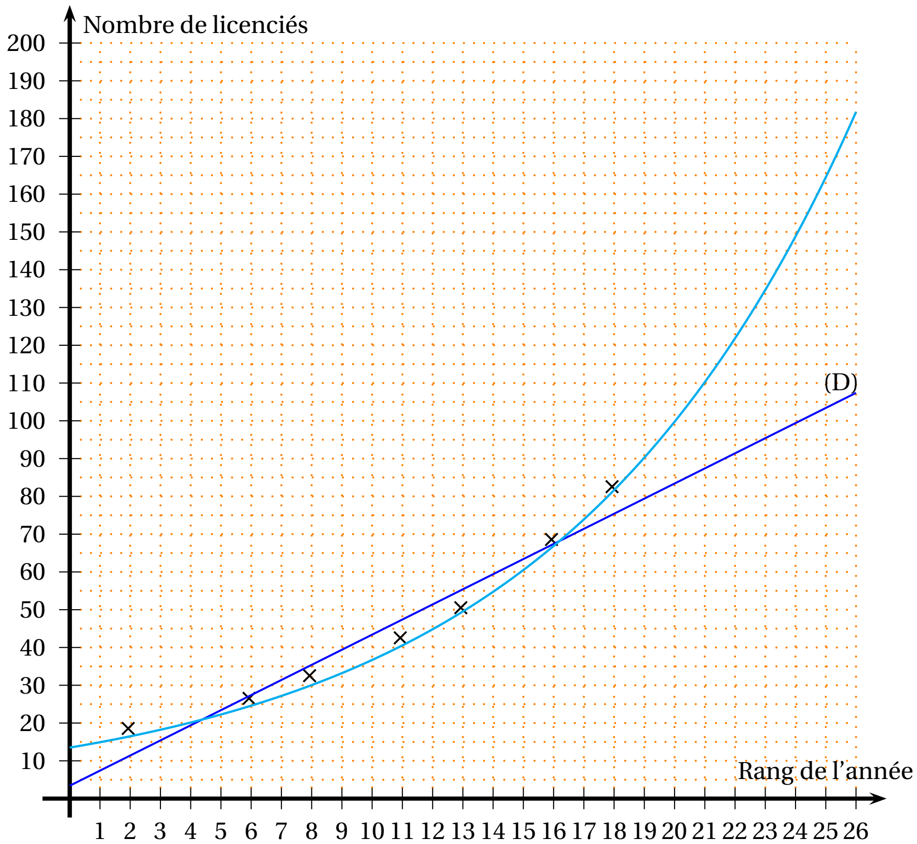
~~=300* A$2+ 130*$B 1~~ ~~=300* A$2+ 130*B$1~~ =300*$A2+130*B$1

c. À l'aide du graphique, toutes les cellules qui ne correspondent pas à des solutions du système (S) sont barrées.

d. Le nombre x de lots A et le nombre y de lots B qui engendrent une dépense minimale sont respectivement 6 et 12.

Le couple (6 , 12) correspond aux coordonnées du point d'intersection des deux droites. En ce point les contraintes sont saturées.

ANNEXE 1 (exercice 3) à rendre avec la copie



ANNEXE 2 (exercice 3) à rendre avec la copie

x	0	4	7	10	12	15	17	20	26
$f(x)$	14	20	27	41	45	61	74	100	182

les valeurs sont arrondies à l'unité

ANNEXE 3 (exercice 4) à rendre avec la copie

ANNEXE 4 (exercice 4) à rendre avec la copie

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	y / x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
2	0	~~0~~	~~130~~	~~260~~	~~390~~	~~520~~	~~650~~	~~780~~	~~910~~	~~1 040~~	~~1 170~~	~~1 300~~	~~1 430~~	~~1 560~~	~~1 690~~	~~1 820~~
3	1	~~300~~	~~430~~	~~560~~	~~650~~	~~820~~	~~950~~	~~1 080~~	~~1 210~~	~~1 340~~	~~1 470~~	~~1 600~~	~~1 730~~	~~1 860~~	~~1 990~~	~~2 120~~
4	2	~~600~~	~~730~~	~~860~~	~~990~~	~~1 120~~	~~1 250~~	~~1 380~~	~~1 510~~	~~1 640~~	~~1 770~~	~~1 900~~	~~2 030~~	~~2 160~~	~~2 290~~	~~2 420~~
5	3	~~900~~	~~1 030~~	~~1 160~~	~~1 290~~	~~1 420~~	~~1 550~~	~~1 680~~	~~1 810~~	~~1 940~~	~~2 070~~	~~2 200~~	~~2 330~~	~~2 460~~	~~2 590~~	~~2 720~~
6	4	~~1 200~~	~~1 330~~	~~1 460~~	~~1 590~~	~~1 720~~	~~1 850~~	~~1 980~~	~~2 110~~	~~2 240~~	~~2 370~~	~~2 500~~	~~2 630~~	~~2 760~~	~~2 890~~	~~3 020~~
7	5	~~1 500~~	~~1 630~~	~~1 760~~	~~1 890~~	~~2 020~~	~~2 150~~	~~2 280~~	~~2 410~~	~~2 540~~	~~2 670~~	~~2 800~~	~~2 930~~	~~3 060~~	~~3 190~~	~~3 320~~
8	6	~~1 800~~	~~1 930~~	~~2 060~~	~~2 190~~	~~2 320~~	~~2 450~~	~~2 580~~	~~2 710~~	~~2 840~~	~~2 970~~	~~3 100~~	~~3 230~~	3 360	3 490	3 620
9	7	~~2 100~~	~~2 230~~	~~2 360~~	~~2 490~~	~~2 620~~	~~2 750~~	~~2 880~~	~~3 010~~	~~3 140~~	~~3 270~~	~~3 400~~	3 530	3 660	3 790	3 920
10	8	~~2 400~~	~~2 530~~	~~2 660~~	~~2 790~~	~~2 920~~	~~3 050~~	~~3 180~~	~~3 310~~	~~3 440~~	~~3 570~~	3 700	3 830	3 960	4 090	4 220