∽ Baccalauréat STG Mercatique Métropole ∾
12 septembre 2013 Correction

EXERCICE 1 **5 points**

Une résidence de vacances propose deux types de séjours à la semaine :

- location d'appartement sans demi-pension ;
- location d'appartement avec demi-pension (c'est-à-dire que le petit déjeuner et le diner sont compris).

Les locataires peuvent également, quelle que soit la formule choisie, participer à une visite de la région. Afin de préparer la saison à venir, le gestionnaire étudie le fichier des locataires des mois de juin, juillet, août et septembre de l'année précédente. Il constate que :

- 30 % des locataires ont choisi la location avec demi-pension ;
- parmi les locataires ayant choisi la location avec demi-pension, 80 % ont participé à la visite de la région ;
- parmi les locataires ayant choisi la location sans demi-pension, 45 % ont participé à la visite de la région.

Il choisit au hasard une fiche.

Rappel de notations Quel que soit l'événement A, on note $\overline{A}$ l'événement contraire de A et $P(A)$ la probabilité que A soit réalisé. De plus, si B est un événement de probabilité non nulle, on note $P_B(A)$ la probabilité de réalisation de A sachant que B est réalisé.

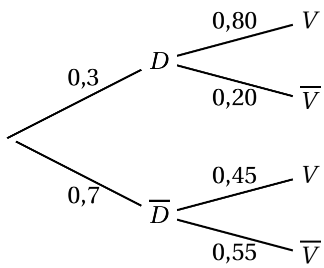
On note :

- D l'événement : « La fiche correspond à un locataire ayant choisi la location avec demi-pension » ;
- V l'événement : « La fiche correspond à un locataire ayant participé à la visite de la région ».

1. **a.**
- $P(D) = 0{,}3$ car 30 % des locataires ont choisi la location avec demi-pension ;
- $P_D(V) = 0{,}80$ car parmi les locataires ayant choisi la location avec demi-pension, 80 % ont participé à la visite de la région.

b. $P(\overline{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$. Cette valeur est la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un locataire ayant choisi la location sans demi-pension.

2. Complétons l'arbre de probabilités décrivant la situation



3. **a.** L'événement $D \cap V$ est l'événement : « la fiche correspond à un locataire ayant choisi la location avec demi-pension et ayant participé à la visite de la région ».

b. Calculons sa probabilité. $P(D \cap V) = P(D) \times P_D(V) = 0{,}3 \times 0{,}8 = 0{,}24$.

4. La probabilité que la fiche choisie soit celle d'un locataire ayant participé à la visite de la région est notée $P(V)$.

$P(V) = P(D \cap V) + P(\overline{D} \cap V) = P(D) \times P_D(V) + P(\overline{D}) \times P_{\overline{D}}(V) = 0{,}24 + 0{,}7 \times 0{,}45 = 0{,}555$

5. Le gestionnaire de la résidence estime que, parmi les locataires qui s'inscriront à la visite, la moitié aura choisi une location avec demi-pension. Pour ce faire, calculons la probabilité que la fiche soit celle d'un locataire ayant choisi la location avec demi-pension sachant qu'il a participé à la visite de la région.

$P_V(D) = \dfrac{P(D \cap V)}{P(V)} = \dfrac{0{,}24}{0{,}555} = 0{,}432.$

Par conséquent, le gestionnaire s'est trompé dans son estimation.

EXERCICE 2 **6 points**

L'étude des chiffres d'affaires annuels de deux entreprises, notées A et B a conduit à la modélisation suivante :

- le chiffre d'affaires de l'entreprise A augmente de 3 000 € chaque année ;
- le chiffre d'affaires de l'entreprise B augmente de 5 % chaque année.

La première année, chacune de ces deux entreprises a réalisé un chiffre d'affaires de 30 000 €.
On note a_n le chiffre d'affaires, en euros, réalisé par l'entreprise A au terme de la n-ième année et b_n le chiffre d'affaires, en euros, réalisé par l'entreprise B au terme de la n-ième année.
Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, donne les résultats pour les premières années.

	E	F	G	H
1	rang de l'année : n	Chiffre d'affaires de l'entreprise A : a_n	Chiffre d'affaires de l'entreprise B : b_n	Chiffre d'affaires cumulé de l'entreprise B
2	1	30 000	30 000	30 000
3	2	33 000	31 500	61 500
4	3	36 000	33 075	94 575

Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A : Étude du chiffre d'affaires de l'entreprise A

1. Une suite est arithmétique lorsque chaque terme, sauf le premier, se déduit du précédent en ajoutant un même nombre. La suite (a_n) est une suite arihmétique de premier terme a_1 valant 30 000 et de raison 3 000.

2. **a.** Exprimons a_n en fonction de n. Le terme général d'une suite arithmétique de premier terme u_1 et de raison r est $u_n = u_1 + (n-1)r$. $a_n = 30\,000 + 3\,000(n-1)$.

   b. Le chiffre d'affaires, en euros, réalisé par l'entreprise A au terme de la cinquième année correspond à a_5.
   $a_5 = 30\,000 + 3\,000 \times 4 = 42\,000$.
   Le chiffre d'affaires réalisé par l'entreprise A au terme de la cinquième année est de 42 000 €.

   c. Une formule qui, saisie dans la cellule F3, permet par recopie vers le bas de calculer le chiffre d'affaires de l'entreprise A est par exemple =$F2+3000 ou =F2+3000 ou =$F$2+3000*$E2

3. L'entreprise A décide d'embaucher un salarié dès que son chiffre d'affaires annuel dépassera 50 000 €.
   Au terme de quelle année cela lui sera-t-il possible ? Pour ce faire, déterminons n tel que $a_n \geqslant 50\,000$.
   $30\,000 + 3\,000(n-1) \geqslant 50\,000 \iff 3\,000(n-1) \geqslant 20\,000 \iff n \geqslant 1 + \dfrac{20}{3}$, par conséquent $n = 8$.
   À la fin de la huitième année, il lui sera possible d'embaucher un salarié.

Partie B : Étude du chiffre d'affaires de l'entreprise B.

1. **a.** Une formule, saisie dans la cellule G3, qui permet par recopie vers le bas de calculer le chiffre d'affaires annuel de l'entreprise B est par exemple =$G3*1,05 .
   Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 5 % est 1,05.

   b. Une suite est géométrique lorsque chaque terme, sauf le premier, se déduit du précédent en le multipliant par un même nombre. La suite (b_n) est donc une suite géométrique de premier terme b_1 valant 30 000 et de raison 1,05.

   c. Exprimons b_n en fonction de n. Le terme général d'une suite géométrique de premier terme u_1 et de raison q est $u_n = u_0 q^{n-1}$.
   donc ici, $b_n = 30\,000 \times (1{,}05)^{n-1}$.

2. Le chiffre d'affaires prévisible pour l'entreprise B au terme de la sixième année est b_6.
   $b_6 = 30\,000 \times (1{,}05)^5 \approx 38\,288$

3. **a.** Calculons $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6$.
   La somme des n premiers termes d'une suite géométrique de raison q ($q \neq 1$) est :
   $S_n = u_1 + \ldots u_{n-1} + u_n = u_1 \times \dfrac{q^n - 1}{q-1}$.
   $b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 = 30\,000 \times \dfrac{1{,}05^6 - 1}{1{,}05 - 1} \approx 204\,057$.
   Cette somme d'environ 204 057 € représente le chiffre d'afffaires cumulé de l'entreprise B pendant 6 ans.

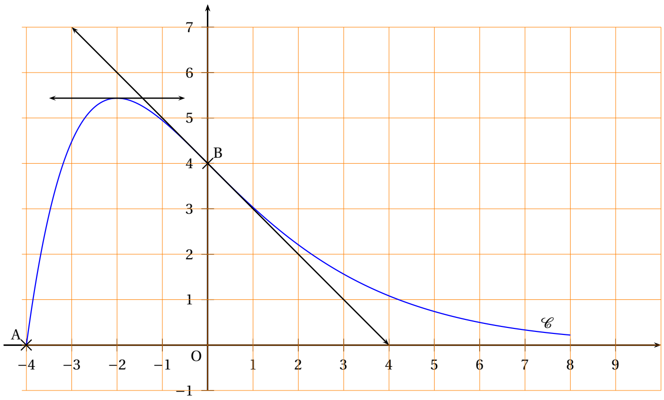
b. Une formule qui, saisie dans la cellule H3, permet par recopie vers le bas de calculer le chiffre d'affaires cumulé de l'entreprise B est =$H2+$G3.

les $ ne sont pas obligatoires.

Exercice 3 — 5 points

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente une fonction f définie sur l'intervalle $[-4\ ;\ 8]$. On note f' la fonction dérivée de f.
$\mathscr{C}$ vérifie les propriétés suivantes :

- les deux points A et B ont des coordonnées entières et appartiennent à $\mathscr{C}$;
- la tangente au point d'abscisse -2 est parallèle à l'axe des abscisses ;
- la tangente au point B passe par le point de coordonnées $(4\ ;\ 0)$.



Les deux parties de l'exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A : Lecture graphique

1. Déterminons graphiquement les images par la fonction f de -4 et de 0.
   Nous lisons l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse -4 ou d'abscisse 0. $f(-4) = 0 \quad f(0) = 4$.

2. **a.** Donnons une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B.
   N'étant pas parallèle à l'axe des ordonnées elle a une équation de la forme $y = mx + p$.
   Cette droite passe par B et le point de coordonnées$(4\,;\,0)$, $m = \dfrac{4-0}{0-4} = -1$. Passant par B, nous avons $p = 4$.
   Par conséquent l'équation de la tangente en B à la courbe est $y = -x + 4$.

   b. $f'(0) = -1$ puisque le nombre dérivé en a est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse a à la courbe.

Partie B : Étude de fonction

On donne une expression de la fonction f sur l'intervalle $[-4\ ;\ 8]$:$f(x) = (x+4)\mathrm{e}^{-0,5x}$.

1. **a.** $f(-2) = (-2+4)\mathrm{e}^{-0,5\times(-1)} = 2\mathrm{e}$.

   b. Une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -2 est $y = 2\mathrm{e}$ car la tangente au point d'abscisse -2 est parallèle à l'axe des abscisses et ainsi le coefficient directeur de cette tangente est nul.

2. $f'(x) = \mathrm{e}^{-0,5x} + (x+4)(-0,5\mathrm{e}^{-0,5x}) = \mathrm{e}^{-0,5x}\left(1 + (x+4)\times(-0,5)\right) = \mathrm{e}^{-0,5x}(-0,5x-1)$.
   Nous obtenons bien $f'(x) = (-0,5x-1)\mathrm{e}^{-0,5x}$.

3. **a.** Étudions le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-4\ ;\ 8]$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\quad \mathrm{e}^{-0,5x} > 0$. Par conséquent, le signe de $f'(x)$ est celui de $-0,5x - 1$.
   Sur $\mathbb{R} \quad -0,5x - 1 > 0 \iff -0,5x > 1 \iff x < -2$. Il en résulte :
   Si $x \in [-4\ ;\ -2[$, $f'(x) > 0$ et si $x \in]-2\ ;\ 8]$, $f'(x) < 0$.

   b. Étudions le sens de variation de f. Si pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ alors f est strictement croissante sur I.
   Pour $x \in [-4\ ;\ -2[$, $f'(x) > 0$, par conséquent f est strictement croissante sur cet intervalle.
   Si pour tout $x \in I$ $f'(x) < 0$ alors la fonction f est strictement décroissante sur I .
   Pour $x \in]-2\ ;\ 8]$, $f'(x) < 0$, par conséquent la fonction f est strictement décroissante sur cet intervalle.

Dressons le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-4\ ;\ 8]$.

x	-4		-2		8
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
Variation de f			$2\mathrm{e}$		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	0				$12\mathrm{e}^{-6}$

EXERCICE 4 **4 points**

L'Indice du Coût de la Construction (ICC) est un indice trimestriel (base 100 au quatrième trimestre de 1953, date de sa création). L'ICC mesure l'évolution du prix de la construction des bâtiments neufs à usage principal d'habitation en France métropolitaine.
Le tableau ci-dessous présente les indices du coût de la construction au premier trimestre, de 2000 à 2012.

année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Rang de l'année : x_i	0	1	2	3	4	5	6
Indice du Coût de la Construction au premier trimestre : y_i	1 083	1 125	1 159	1 183	1 225	1 270	1 362

Année		2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang de l'année : x_i		7	8	9	10	11	12
Indice du Coût de la Construction au premier trimestre : y_i		1 385	1 497	1 503	1 508	1 554	1 617

Source : INSEE

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte rapporte 1 point ; une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

1. Le taux d'évolution global de l'Indice du Coût de la Construction entre les premiers trimestres de 2000 et 2012, en pourcentage, arrondi à l'unité, est égal à :

   a. ~~16%~~ **b.** ~~33 %~~ $\boxed{\textbf{c.}\ 49\,\%}$ **d.** ~~53 %~~

2. Le taux d'évolution moyen annuel de l'Indice du Coût de la Construction entre les premiers trimestres de 2000 et 2012, en pourcentage, arrondi au dixième, est égal à :

   a. ~~0,9%~~ **b.** ~~3,1 %~~ $\boxed{\textbf{c.}\ 3{,}4\,\%}$ **d.** ~~4,1 %~~

3. Les coordonnées du point moyen G (arrondies à l'unité) du nuage de points $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à la série statistique sont :

   $\boxed{\textbf{a.}\ (6\,;\,1\,344)}$ **b.** ~~(6 ; 1 350)~~ **c.** ~~(6 ; 1 362)~~ **d.** ~~(6 ; 1 456)~~

4. L'équation de la droite d'ajustement de y en x, obtenue par la méthode des moindres carrés (coefficients arrondis au dixième) est :

   $\boxed{\textbf{a.}\ y = 46{,}0x + 1\,068{,}2}$ **b.** $\cancel{y = 43{,}2x + 1\,085{,}7}$

   c. $\cancel{y = 45{,}2x + 1\,074{,}0}$ **d.** $\cancel{y = 44{,}5x + 1\,083{,}0}$