Baccalauréat STI2D Épreuve d'enseignement de spécialité

Centres étrangers 18 mai 2022

Physique-Chimie et Mathématiques

EXERCICE 1 commun à tous les candidats (4 points)
(physique-chimie et mathématiques)

L'étude proposée concerne un avion A320 d'environ 180 places.

Le taxiage est la période au cours de laquelle l'avion se déplace au sol, soit pour aller vers la piste de décollage soit pour aller vers son point de stationnement.

L'objectif du dispositif étudié est de permettre le déplacement autonome de l'avion au sol, sans utiliser ses moteurs principaux (réacteurs) mais des moteurs électriques.
Cette solution garantit une réduction des nuisances sonores et des émissions de CO_2.

L'utilisation des moteurs électriques diminue aussi fortement l'ingestion de corps étrangers (oiseaux) par les réacteurs sur le tarmac. La solution étudiée consiste en une motorisation électrique des deux trains principaux de l'avion (un moteur électrique par train). Lors des phases de déplacement au sol, l'avion est propulsé par ses moteurs électriques, au lieu de ses réacteurs.

Caractéristiques de l'Airbus A320

Équipage	
Équipage commercial	4 personnes
Équipage technique	2 personnes
Mécanicien navigant	–
Pilotes	2 personnes
Radio	–
Masse (kg)	
Masse à vide	42 600
Masse maximale à l'atterrissage	64 500
Masse maximale au décollage	73 500
Motorisation	
Moteurs	–
Poussée	9 980 kgp
Réacteurs	x2 CFM56-5A4

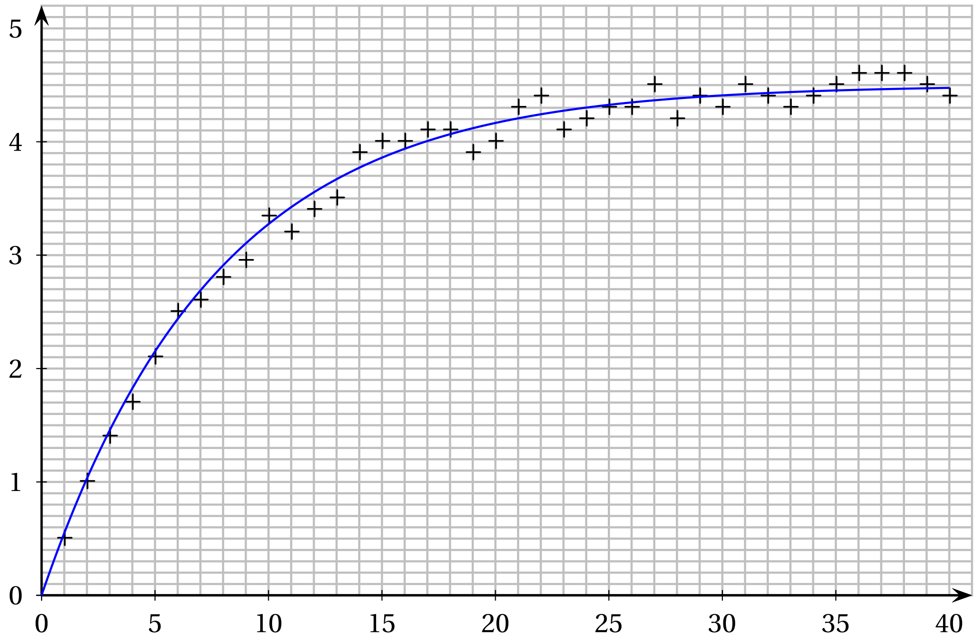
D'après https ://fr.wikipedia.org//Airbus_A320

Toute l'étude est réalisée lors d'un taxiage avant un décollage sur sol horizontal en charge maximale.

L'avion, initialement à l'arrêt, démarre sur un sol horizontal et atteint une vitesse maximale v_{max}. On modélise la vitesse de l'avion, exprimée en m.s^{-1}, par une fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(t) = A \times \left(1 - \mathrm{e}^{-0,13t}\right)$ où A est une constante réelle et t est le temps exprimé en seconde.

1. Exprimer en fonction de A, $\displaystyle\lim_{t \to +\infty} f(t)$.

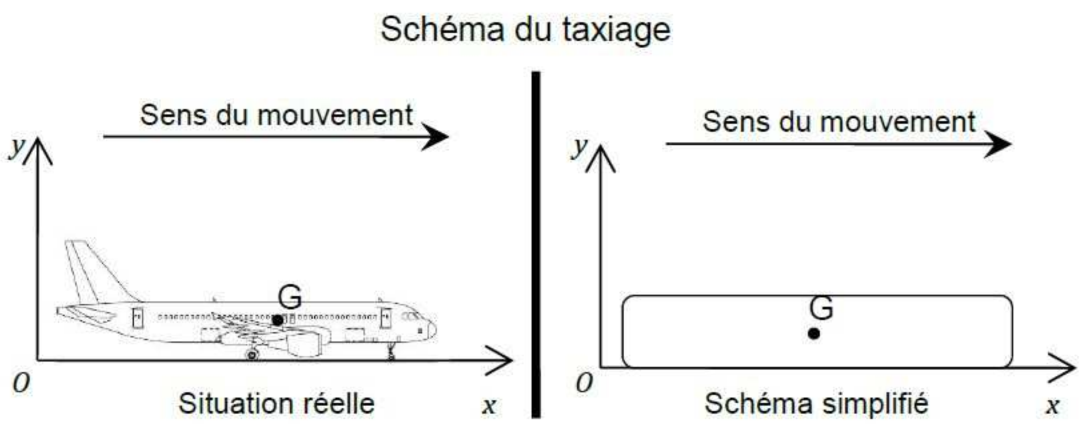
La représentation graphique de cette fonction est donnée sur le graphique ci-après. Elle modélise les valeurs expérimentales représentées par des croix sur ce graphique.



2. Conjecturer la valeur de A à l'aide du graphique.

La vitesse de l'avion, exprimée en m.s^{-1}, est modélisée par la fonction v définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $v(t) = 4,5 \times \left(1 - \mathrm{e}^{-0,13t}\right)$. On admet que v est dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$ et on note v' la dérivée de v.

3. Montrer que $v'(t) = 0,585 \times \mathrm{e}^{-0,13t}$. En déduire l'accélération initiale de l'avion.



4. Préciser la direction et le sens de la force de traction $\overrightarrow{F}_T$ exercée par les moteurs électriques sur l'avion.

5. Recopier le schéma simplifié sur votre copie et représenter en G, sans souci d'échelle, toutes les forces s'exerçant sur l'avion. Indiquer le nom de chacune de ces forces.

6. On se place à l'instant $t = 0$ s. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, montrer que si l'on néglige les forces de frottement, on peut écrire $F_T = m \times a$.
7. En déduire la valeur de la force de traction exercée par chacun des moteurs électriques lors du démarrage de l'avion, sachant que l'accélération à $t = 0$ s est estimée à $0,585$ m.s^{-2}.

EXERCICE 3 (4 points)
(mathématiques)

Vous traiterez 4 questions au choix parmi les 6 questions proposées.

Les questions sont indépendantes.

Pour chacune des **quatre questions** choisies, vous indiquerez clairement son numéro sur votre copie en début d'exercice.

Seules ces questions sont évaluées. Chacune d'elles est notée sur un point. Traiter une question supplémentaire ne rapporte aucun point.

Question 1.

g est une fonction définie et dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$.

On admet que la dérivée de g est la fonction g' définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$g'(t) = 6\,\mathrm{e}^{-t}(1-t).$$

1. Étudier le signe de $g'(t)$ sur $[0\,;\,+\infty[$.
2. En déduire les variations de g sur $[0\,;\,+\infty[$.

Question 2.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$.

Soit A et B les points d'affixes respectives :

$$z_{\mathrm{A}} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{5\pi}{6}} \text{ et } z_{\mathrm{B}} = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}.$$

1. Les points A et B sont correctement représentés sur l'une des figures ci-dessous. Laquelle ? Aucune justification n'est attendue.

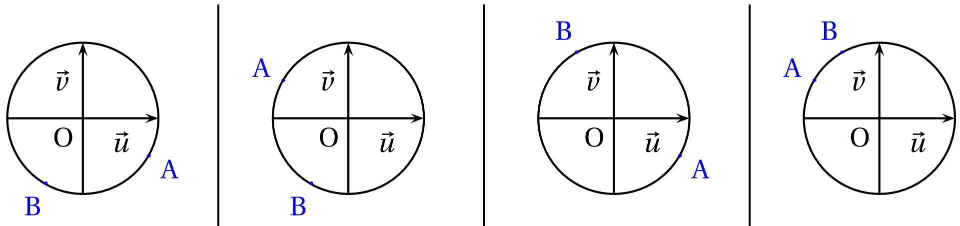


Figure 1 **Figure 2** **Figure 3** **Figure 4**

2. Montrer qu'un argument de $\dfrac{z_{\mathrm{A}}}{z_{\mathrm{B}}}$ est $\dfrac{-\pi}{2}$.

Question 3.

Résoudre dans $]1\,;\,+\infty[$ l'équation :

$$\ln(x-1)+\ln(x+1)+\ln(x)=\ln\left(x^2-1\right)-\ln(0,5)\,.$$

Question 4.

On considère l'équation différentielle (E) : $y' = -y+2$.

1. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
2. En déduire la solution f de l'équation différentielle (E) qui s'annule en 0.

Question 5.

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2\,\mathrm{e}^{\,x}$.

1. Montrer que pour tout réel x de $\mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^{\,x}\left(x^2\,\mathrm{e}^{\,-x}-2\right)$.
2. En déduire $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

Question 6.

Rappel : Pour a et b deux réels, nous avons les formules suivantes :

$$\begin{array}{|c|}\hline \cos(a+b)=\cos(a)\,\cos(b)-\sin(a)\,\sin(b)\\ \cos(a-b)=\cos(a)\,\cos(b)+\sin(a)\,\sin(b)\\ \sin(a+b)=\sin(a)\,\cos(b)+\cos(a)\,\sin(b)\\ \sin(a-b)=\sin(a)\,\cos(b)-\cos(a)\,\sin(b)\\ \hline\end{array}$$

On considère un signal électrique dont l'expression en fonction du temps t est donnée par :

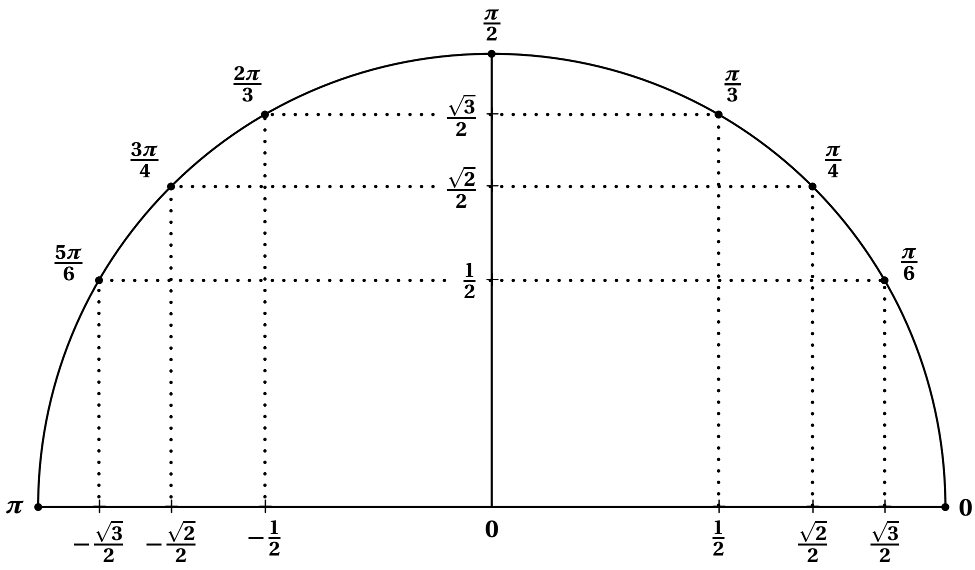
$$u(t)=\sqrt{3}\,\cos(t)-\sin(t)\,.$$

1. Montrer que le signal u peut s'écrire pour tout t réel sous la forme :

$$u(t)=2\,\cos\left(t+\frac{\pi}{6}\right).$$

2. Résoudre dans $[0\,;\,\pi[$, l'équation $u(t)=1$.

On pourra s'aider du demi-cercle trigonométrique ci-dessous :


$\frac{\pi}{2}$
$\frac{2\pi}{3}$
$\frac{\pi}{3}$
$\frac{3\pi}{4}$
$\frac{\pi}{4}$
$\frac{5\pi}{6}$
$\frac{\pi}{6}$
$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{1}{2}$
π
0
$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$-\frac{1}{2}$
0
$\frac{1}{2}$
$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\frac{\sqrt{3}}{2}$