Baccalauréat STI2D Épreuve d'enseignement de spécialité

Nouvelle-Calédonie 9 septembre 2023

Physique-Chimie et Mathématiques

Exercice 1 **2 points**

Montée en température du moteur

La température du moteur (exprimée en °C) est modélisée par une fonction θ dépendant du temps (exprimé en secondes) écoulé depuis le démarrage du moteur.
On admet que la fonction θ, définie et dérivable sur $[0\ ;\ +\infty[$, est une solution sur cet intervalle de l'équation différentielle suivante :

$$y' = -\frac{1}{180}y + \frac{4}{9}.$$

7. Déterminer les solutions sur $[0\ ;\ +\infty[$ de cette équation différentielle.
À $t = 0$, la température du moteur est de 20° C.

8. Montrer alors que la fonction θ est définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$\theta(t) = 80 - 60\mathrm{e}^{-\frac{1}{180}t}.$$

9. Résoudre sur $[0\ ;\ +\infty[$ l'équation $\theta(t) = 79$.

Le changement de carburant ne doit pas modifier la montée en température du moteur. La température optimale de fonctionnement du moteur est de 79 ° C.
Cette température doit être atteinte en moins de vingt minutes.

10. Indiquer si cette condition est respectée.

Exercice 3 **4 points**

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

Question 1

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
Soient z_1 et z_2 les nombres complexes définis par :

$$z_1 = \sqrt{2} + \mathrm{i}\sqrt{2} \quad \text{et} \quad z_2 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{12}}.$$

1. Écrire z_1 sous forme exponentielle, en détaillant les calculs.
2. Montrer que $2z_2^3 = z_1$.

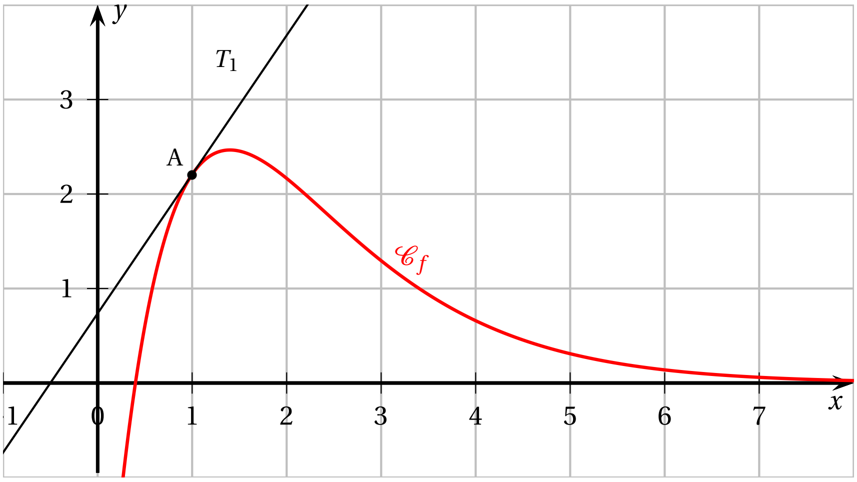
Question 2

Soit la fonction f définie pour tout réel x par

$$f(x) = (10x - 4)\mathrm{e}^{-x}.$$

On nomme $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f donnée dans le repère ci- dessous.
La droite T_1 est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 1 et on admet que la dérivée de f est définie pour tout réel x par

$$f'(x) = (-10x + 14)\mathrm{e}^{-x}.$$



1. Calculer la valeur exacte de l'ordonnée du point A.

2. Calculer $f'(1)$.
Interpréter graphiquement cette valeur.

3. La courbe représentative de la fonction f suggère l'existence d'un maximum sur l'intervalle $[1\,;\,2]$.
Quelle est la valeur exacte de ce maximum ?