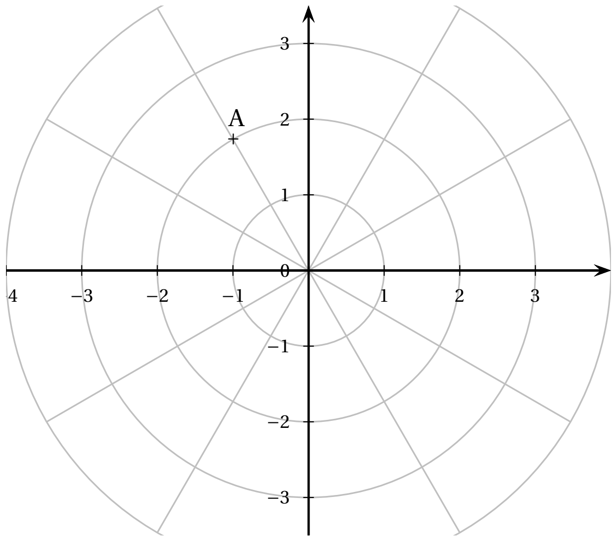
Baccalauréat STI2D – Nouvelle Calédonie
26 novembre 2019

Exercice 1 — 4 points

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie. Toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

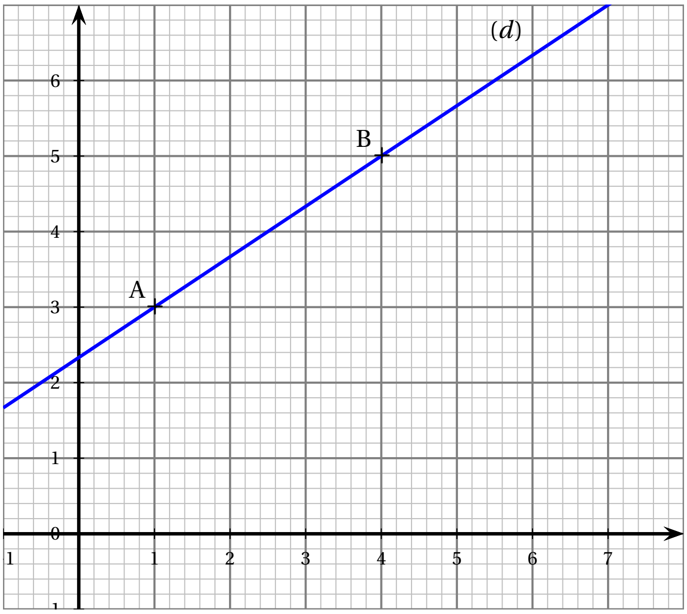
1. Dans le plan complexe ci-dessous, on a placé le point A d'affixe z_A.



Proposition 1 : la forme algébrique de z_A est $z_A = -1 + 1{,}7\text{i}$.

2. Durant sa scolarité, Mathilde a pris le bus 3 000 fois pour aller au collège ou au lycée.
Son temps d'attente à l'arrêt de bus, en secondes, est modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[120\,;\,500]$.
Proposition 2 : elle a attendu en moyenne, au total, environ 258 heures et 20 minutes à l'arrêt de bus.

3. Soit (d) la droite passant par les points $A(1\,;\,3)$ et $B(4\,;\,5)$.



Proposition 3 : le point C(12,1 ; 10,4) appartient à la droite (d).

4. **Proposition 4** : pour tout nombre réel $x > 2$, on a

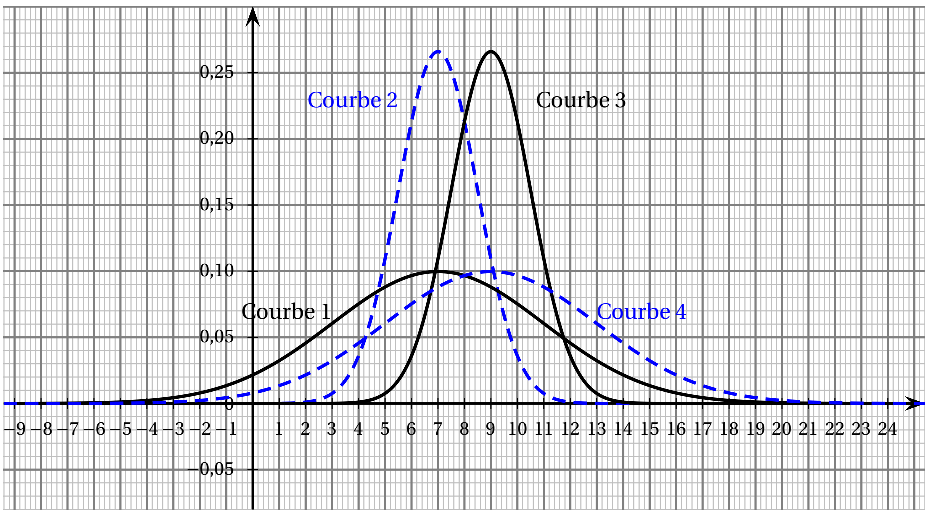
$$\ln\left(x^2-4\right)=\ln(x+2)+\ln(x-2).$$

Exercice 2 — 4 points

Partie A

Une association de protection de la nature a mené durant l'été une campagne de dépollution sur des plages du golfe de Gascogne. La quantité de déchets, en litres, laissée chaque semaine de la saison estivale par les usagers sur un kilomètre de plage est modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale $\mathcal{N}(7\ ;\ 1,5)$.

1. Quel est le volume moyen de déchets ramassés en une semaine sur un kilomètre de plage ?
2. Laquelle de ces quatre courbes représente la fonction de densité de la loi normale $\mathcal{N}(7\ ;\ 1,5)$? Aucune justification n'est demandée.



3. Quelle est la probabilité que le volume de déchets sur 1 km de plage soit compris entre 4 et 10 litres ? On arrondira le résultat au centième.
4. **a.** Calculer $P(X \geqslant 5)$. On arrondira le résultat au centième.

   b. Interpréter le résultat.

Partie B

Lors d'un sondage sur la population fréquentant une plage du golfe de Gascogne, 98 % des personnes interrogées ont déclaré ne jamais abandonner de déchets sur la plage.
Des bénévoles ont voulu vérifier ces déclarations en étudiant le comportement des usagers de la plage. À l'issue de plusieurs relevés, ils ont dénombré que, sur 2 200 personnes observées, 135 avaient laissé un ou plusieurs déchets sur la plage.
Ces relevés sont-ils en contradiction avec les résultats du sondage ?
On pourra utiliser un intervalle de fluctuation avec un niveau de confiance de 95 % de la fréquence sur un échantillon de 2 200 personnes.
Rappel : Lorsque la proportion p dans la population est connue, l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille n est :

$$I = \left[p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ;\ p + 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$

Exercice 3 — 6 points

Une équipe de chercheurs japonais a découvert une bactérie nommée *Ideonella Sakaiensis* capable, sous certaines conditions, de digérer le plastique. Ces biologistes étudient l'évolution de la population des bactéries lors d'une mise en culture.

Partie A

Dans une cuve, les chercheurs ont introduit 3 000 bactéries à l'instant $t = 0$.
On modélise par $f(t)$ le nombre de bactéries (exprimé en milliers) présentes dans la cuve à l'instant t (exprimé en heures).
Pendant les 48 premières heures, la vitesse d'accroissement de la population est proportionnelle au nombre de bactéries. On admet donc que f est solution, sur $[0;48]$, de l'équation différentielle :

$$(E) : y' = 0{,}02y \text{ où } y \text{ désigne une fonction de la variable } t.$$

1. Résoudre l'équation différentielle (E).
2. Que vaut $f(0)$? En déduire une expression de $f(t)$ sur $[0 ; 48]$.
3. Au bout de combien de temps, le nombre de bactéries, aura-t-il doublé ? Arrondir le résultat au millième puis donner la réponse en heures et minutes.

Partie B

Passés les deux premiers jours, le nombre de bactéries présentes dans la cuve est modélisé par la suite (u_n) définie par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_0 & = & 7800 \\ u_{n+1} & = & 0{,}95u_n + 1500, \text{pour tout entier naturel } n \end{array}\right.$$

où u_n correspond au nombre de bactéries présentes le n- jour après le deuxième jour de mise en culture.

1. Déterminer les valeurs de u_1 et u_2.
2. **a.** Recopier et compléter l'algorithme suivant afin de déterminer le nombre de jours à partir duquel la population de bactéries dépasse 20 000.

$u \leftarrow 7800$
$n \leftarrow 0$
Tant que ...
    $u \leftarrow \ldots$
    $n \leftarrow \ldots$
Fin Tant que

b. Après exécution de l'algorithme on obtient $n = 16$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier $n \geqslant 0$ par $v_n = u_n - 30000$.
On admet que cette suite est géométrique de raison 0,95.

a. Calculer v_0.

b. Exprimer v_n en fonction de n.

c. Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_n = 30000 - 22200 \times 0{,}95^n$.

d. En déduire la limite de (u_n) et interpréter ce résultat.

Exercice 4 — 6 points

Pour récupérer le plastique se trouvant dans les mers et les océans, un navire expérimental, s'inspirant de la forme des raies mantas, est en projet : le *Manta*. Son rôle serait de collecter les déchets plastiques flottant en surface.

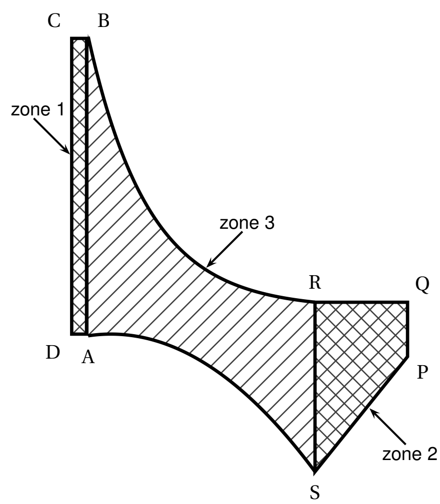
Partie A

On considère qu'un navire comme le *Manta* serait capable de collecter 35 tonnes de déchets plastiques par jour.

1. Chaque année, 8 millions de tonnes de déchets plastiques sont déversés dans les mers et océans. Combien de navires comme le *Manta*, au minimum, faudrait-il pour collecter cette masse de déchets plastiques en un an ?
2. En 2025, il y aura environ 450 millions de tonnes de déchets plastiques dans les mers et océans. Avec une flotte de 700 navires comme le *Manta*, combien d'années faudrait-il, au minimum, pour collecter cette masse de déchets ?

Partie B

Le *Manta* est prévu pour produire lui-même l'énergie nécessaire à son fonctionnement, grâce entre autres, à des panneaux solaires.
Nous allons ici déterminer la surface de panneaux solaires sur un flanc du navire.



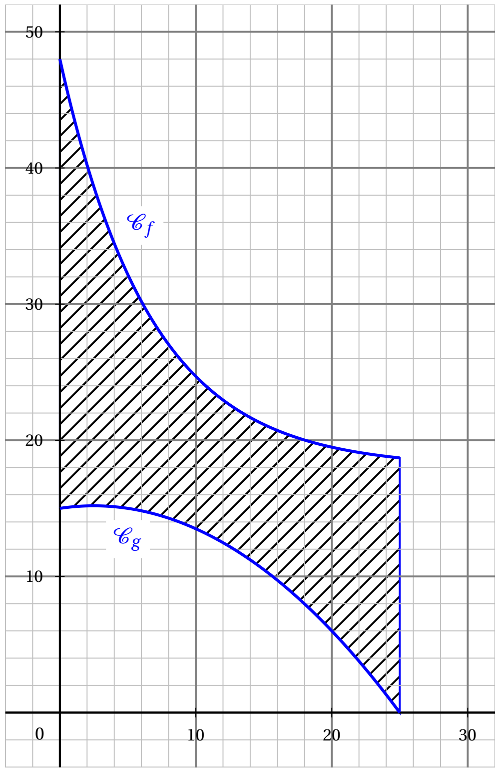
Le schéma ci-dessus représente la surface de panneaux solaires sur le flanc droit du navire.
On a partagé cette surface en 3 zones :

- la zone 1 : un rectangle ABCD, tel que AB = 35 m et BC = 2 m ;
- la zone 2 : un trapèze rectangle PQRS, tel que PQ = 6 m ; RQ = 7,2 m et RS = 18,7 m ;
- la zone 3, qui a été modélisée, et dont la surface, dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité 1 mètre correspond à la partie du plan limitée par :

◦ les droites d'équations $x = 0$ et $x = 25$,

◦ la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie sur [0 ; 25] par
$$f(x) = 30\,\mathrm{e}^{-0,15x} + 18,$$

◦ la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ de la fonction g définie sur [0 ; 25] par
$$g(x) = -0,03x^2 + 0,15x + 15.$$



ZONE 3

1. **a.** Montrer que la fonction $F(x) = -200\,\mathrm{e}^{-0,15x} + 18x$ est une primitive de f sur [0 ; 25].

   b. En déduire la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^{25} f(x)\,\mathrm{d}x$, puis en donner une valeur approchée au centième.

2. **a.** Déterminer une primitive G de la fonction g sur [0 ; 25].

   b. En déduire la valeur exacte de $J = \displaystyle\int_0^{25} g(x)\,\mathrm{d}x$.

3. Déduire des questions précédentes que l'aire de la zone 3 est d'environ 379,67 m^2.
4. Déterminer la surface totale de panneaux solaires sur le flanc droit du navire.