Durée : 4 heures

∽ Baccalauréat STI2D et STL/SPCL - Polynésie 21 juin 2018 ∾

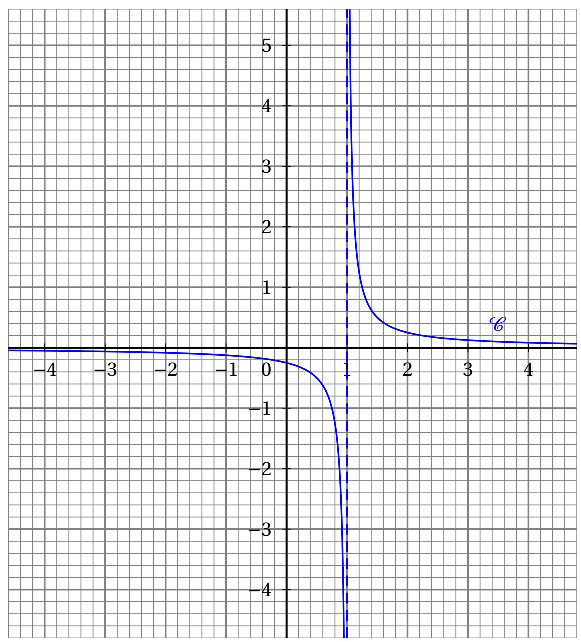
Exercice 1 **4 points**

Cet exercice est composé de deux parties ***indépendantes****.*

Partie A

Pour chacune des questions suivantes, une seule réponse est correcte.
Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte 0,5 *point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.*

1. On donne ci-dessous la représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $]-\infty\,;\,1[\cup]1\,;\,+\infty[$.



a. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$

b. $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x) = -\infty$

c. $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x) = -\infty$

d. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

2. Une solution g de l'équation différentielle $y'' + 9y = 0$ vérifiant $g(0) = 1$ est définie sur $\mathbf{R}$ par :

a. $g(t) = \cos(9t) + \sin(9t)$

b. $g(t) = 4\cos(3t) - 3$

c. $g(t) = \cos(3t) + \sin(3t)$

d. $g(t) = 2\cos(3t) - \sin(3t)$

3. L'équation $\ln(x-2) = -2$ admet pour solution dans $\mathbf{R}$:

a. 0

b. $2 + \mathrm{e}^{-2}$

c. 2,14

d. $2 - \mathrm{e}^{2}$

4. La dérivée de la fonction h définie sur $\mathbf{R}$ par $h(x) = x\mathrm{e}^{-2x}$ est la fonction h' définie sur $\mathbf{R}$ par :

a. $h'(x) = \mathrm{e}^{-2x}$

b. $h'(x) = -2\,\mathrm{e}^{-2x}$

c. $h'(x) = -2x\,\mathrm{e}^{-2x}$

d. $h'(x) = (1-2x)\,\mathrm{e}^{-2x}$

Partie B

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$.
On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.
On considère les points A, B et C du plan complexe d'affixes respectives z_{A}, z_{B} et z_{C} :

$$z_{\mathrm{A}} = \frac{\sqrt{2}+\mathrm{i}\sqrt{2}}{\mathrm{i}} \qquad z_{\mathrm{B}} = 2\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}} \qquad z_{\mathrm{C}} = -2\,\mathrm{i}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$$

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier les réponses choisies.
Toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

- **Affirmation 1 :** La forma algébrique de z_{A} est $\sqrt{2}-\mathrm{i}\sqrt{2}$.
- **Affirmation 2 :** Un argument de z_{C} est $\dfrac{\pi}{6}$.
- **Affirmation 3 :** Les points A, B et C sont sur un même cercle de centre O.
- **Affirmation 4 :** O est le milieu du segment [BC].

Exercice 2 **6 points**

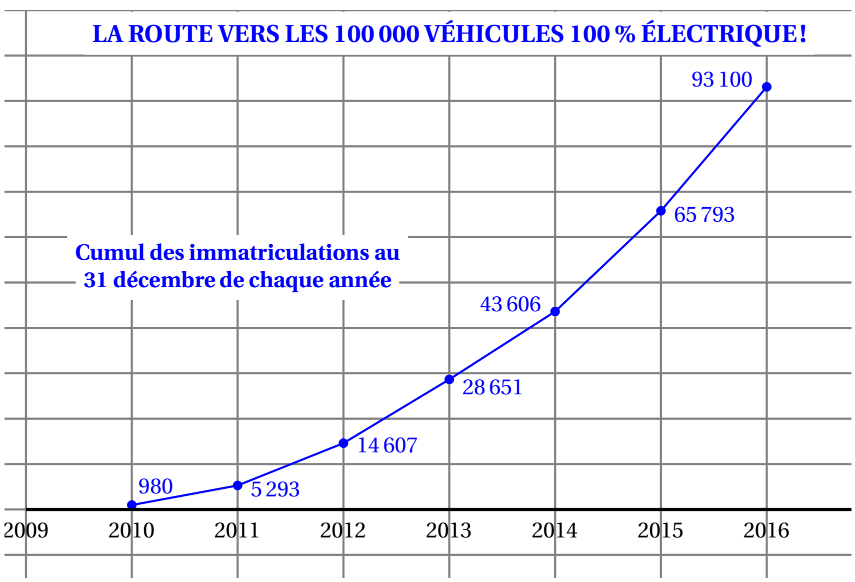
Les deux parties de l'exercice sont indépendantes.

Partie A

Dans cette partie on s'intéresse à l'évolution, depuis 2010, du nombre de véhicules « 100 % électriques » en France.
Le 24 mars 2017, l'association nationale pour le développement de la mobilité électrique (Avere-France) a publié l'article suivant :

La France célèbre son 100^e véhicule « 100 % électrique », une première en Europe !

Jeudi 23 mars, le marché français des véhicules particuliers et utilitaires « 100 % électrique » a franchi le cap des 100 000 immatriculations cumulées depuis 2010, date de lancement de la nouvelle génération de véhicules électriques. La France devient alors le premier pays européen à atteindre un tel parc de véhicules avec zéro émission.



Dans ce contexte économique et environnemental, l'Avere-France estime qu'à l'horizon 2020, la France devrait compter plus de 350 000 véhicules « 100 % électrique » immatriculés.

D'après l'association Avere-France

La lecture du graphique précédent permet, par exemple, de dire qu'au 31 décembre 2015, il y avait en tout 65 793 véhicules « 100 % électrique » immatriculés.

1. Déterminer le pourcentage d'augmentation, entre le 31 décembre 2015 et le 31 décembre 2016, du nombre de véhicules « 100 % électrique » immatriculés en France. Arrondir le résultat à 1 %.

On suppose qu'à partir de l'année 2017, l'augmentation annuelle de véhicules « 100 % électrique » immatriculés en France sera constante et égale à 40 %.

Dans le cadre de ce modèle, pour tout entier naturel n, on note u_n une estimation du nombre de véhicules « 100 % électrique » immatriculés en France au 31 décembre de l'année $2016 + n$.
Ainsi on a $u_0 = 93\,100$.

2. **a.** Déterminer le nombre de véhicules « 100 % électrique » en France au 31 décembre 2017.
   b. Déterminer la nature de la suite (u_n).
   c. L'affirmation de l'association Avere-France figurant à la fin de l'article est-elle validée par le modèle proposé ? Justifier la réponse.
3. À l'aide d'un algorithme, on souhaite estimer l'année au cours de laquelle le nombre de véhicules « 100 % électrique » immatriculés en France dépassera 1 000 000 avec ce modèle.
   a. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin qu'il réponde au problème.

```
n ← 0
u ← 93100
Tant que ...................
        n ← ...................
        u ← ...................
Fin Tant que
```

   b. Laquelle des variables n ou u est-il utile d'afficher après l'exécution de cet algorithme pour répondre au problème ?
   c. Quelle est la valeur de cette variable ?
   d. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Partie B

Une usine fabrique des batteries Lithium-Ion, garanties 4 ans, nécessaires au fonctionnement des véhicules « 100 % électrique ».
La durée de vie moyenne d'une telle batterie s'élève à 7 ans.
On admet que la variable aléatoire T qui, à une batterie Lithium-Ion prélevée au hasard dans le stock de l'usine, associe sa durée de vie, exprimée en années, suit la loi exponentielle de paramètre λ.

1. Déterminer la valeur exacte de λ.
2. Pour la suite, on prendra $\lambda = 0{,}143$.
   a. Déterminer la probabilité qu'une batterie Lithium-Ion soit encore en état de fonctionnement au bout de 8 ans. On donnera une valeur approchée à 10^{-3} près.
   b. Déterminer la probabilité qu'une batterie Lithium-Ion tombe en panne avant la fin de la garantie. On donnera une valeur approchée à 10^{-3} près.
   c. Déterminer le réel t_0 tel que $P(T > t_0) = 0{,}75$. On donnera la valeur exacte et la valeur arrondie à l'unité.
   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 **4 points**

Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au millième.

Une entreprise assure la maintenance d'un parc de 75 ascenseurs qui fonctionnent de façon indépendante.

Partie A

On considère dans cette partie que la probabilité qu'un ascenseur du parc tombe en panne un jour donné est 0,08.
On note X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre d'ascenseurs qui tombent en panne un jour donné.

1. **a.** Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
   b. Calculer la probabilité que 5 ascenseurs tombent en panne un jour donné.
   c. Calculer la probabilité qu'au moins 5 ascenseurs tombent en panne un jour donné.
   d. Déterminer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.
2. On appelle Y la variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 6$ et d'écart-type $\sigma = 2{,}349$.
   On décide d'approcher la loi de X par la loi de Y.
   En utilisant cette nouvelle loi, déterminer la probabilité que :
   a. entre 5 et 10 ascenseurs tombent en panne un jour donné.
   b. plus de 10 ascenseurs tombent en panne un jour donné.

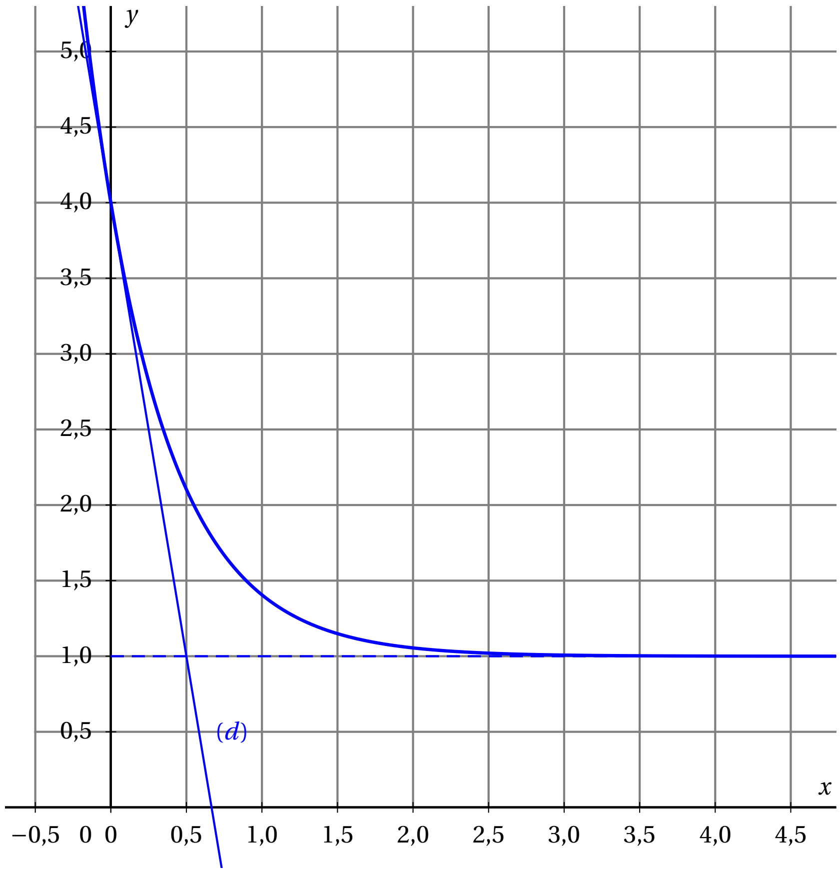
Partie B

Depuis quelques temps, l'entreprise constate de nombreuses pannes parmi les 75 ascenseurs.
Ainsi, sur une période de 30 jours, il a été relevé 263 pannes en tout.
L'entreprise doit-elle remettre en cause, au seuil de 95 %, le modèle selon lequel la probabilité qu'un ascenseur tombe en panne un jour donné est 0,08 ? Justifier la réponse.

Exercice 4 **6 points**

Partie A

On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbf{R}$.
La droite (d) est tangente à cette courbe au point d'abscisse 0.



Donner par lecture graphique :

1. La valeur de $f(0)$.
2. La limite de f en $+\infty$.
3. Le tableau de variation de f.
4. Le coefficient directeur de la tangente (d) à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.

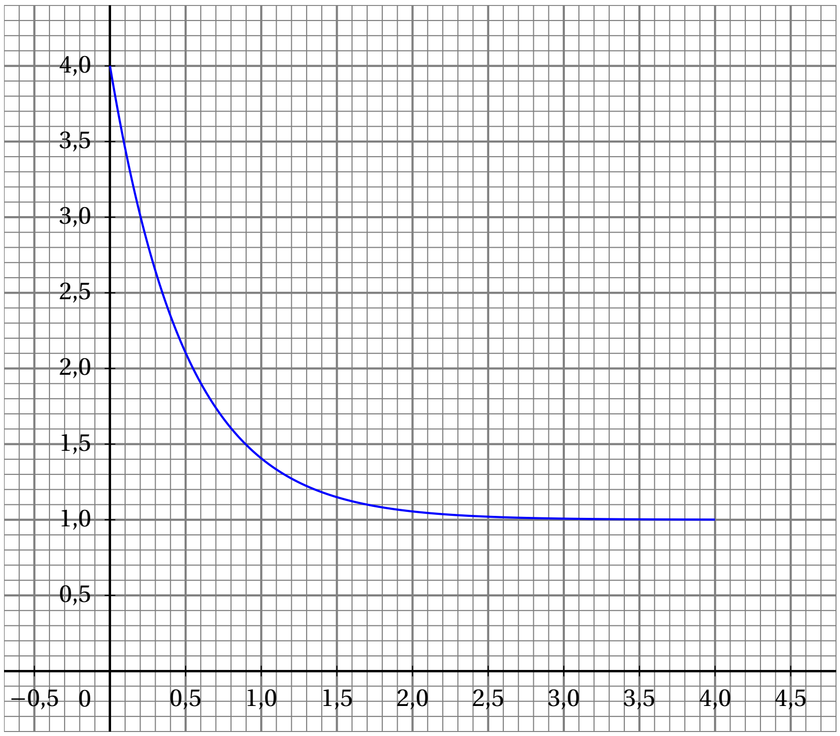
Partie B

On considère l'équation différentielle $y' + 2y = 2$ dans laquelle y est une fonction de la variable réelle x définie et dérivable sur $\mathbf{R}$.
On admet que la fonction représentée dans la **partie A** est la solution de cette équation différentielle vérifiant $f(0) = 4$.

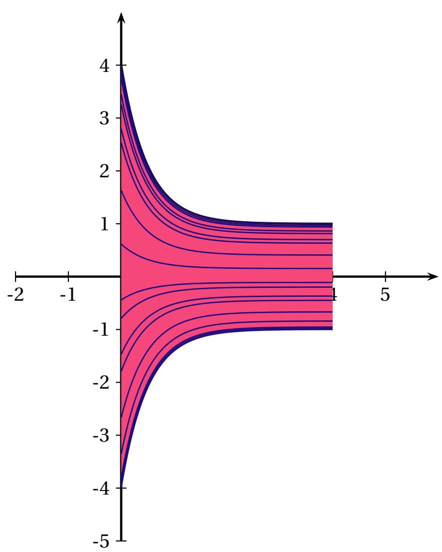
1. Démontrer que, pour tout réel x, on a $f(x) = 3\,\mathrm{e}^{-2x} + 1$.
2. Retrouver, en justifiant par des calculs, les résultats obtenus aux questions **2.** **3.** et **4.** de la **partie A.**

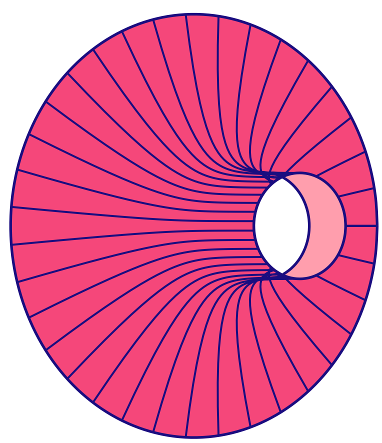
Partie C

L'unité graphique est le dm (décimètre).
On a représenté graphiquement ci-dessous la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 4]$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe obtenue.



On fait tourner la courbe $\mathscr{C}$ autour de l'axe des abscisses.
On génère ainsi une surface dans l'espace ayant la forme d'un vase représenté ci-après en coupe et en perspective.





Le volume de ce vase, en dm^3, est donné par :

$$V = \pi \times \int_0^4 \left(f(x)\right)^2 \,\mathrm{d}x.$$

1. Montrer que, pour tout $x \in [0~;~4]$, on a $\left(f(x)\right)^2 = 9\,\mathrm{e}^{-4x} + 6\,\mathrm{e}^{-2x} + 1$.

2. Calculer le volume du vase, exprimé en dm^3. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

3. On désire remplir ce vase aux deux tiers du volume avec du sable coloré qui est vendu par sac de 3 dm^3. Déterminer le nombre minimum de sacs qu'il faut acheter.