Baccalauréat STI2D & STL-SPCL

L'intégrale de 2019

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Métropole – 18 juin 2019 3

Antilles-Guyane – 18 juin 2019 8

Polynésie – 19 juin 2019 13

Métropole – 10 septembre 2019 17

Antilles-Guyane – 10 septembre 2019 21

Nouvelle Calédonie – 29 novembre 2019 28

À la fin index des notions abordées

Durée : 4 heures

∽ Baccalauréat STI2D Métropole–La Réunion 18 juin 2019 ∾

Exercice 1 **6 points**

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse.

1. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(\text{O}~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$.
   On note z_A l'affixe d'un point A appartenant au cercle de centre O et de rayon 4. La partie réelle de z_A est positive et sa partie imaginaire est égale à 2.
   Le nombre complexe z_A a pour forme exponentielle :
   a. $4\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{6}}$
   b. $-4\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{6}}$
   c. $4\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{6}}$
   d. $-4\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{6}}$
2. Le nombre -3 est solution de l'équation :
   a. $\ln(x) = -\ln(3)$
   b. $\ln\left(\text{e}^{x}\right) = -3$
   c. $\text{e}^{\ln(x)} = 3$
   d. $\text{e}^{x} = 3$
3. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}~;~+\infty\right[$ par $g(x) = \dfrac{\text{e}^{x}}{2x+1}$.
   La fonction g est dérivable sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}~;~+\infty\right[$ et sa fonction dérivée est définie sur $\left]-\frac{1}{2}~;~+\infty\right[$ par :
   a. $g'(x) = \dfrac{\text{e}^{x}}{2}$
   b. $g'(x) = \dfrac{\text{e}^{x}}{(2x+1)^2}$
   c. $g'(x) = \dfrac{(2x+3)\text{e}^{x}}{(2x+1)^2}$
   d. aucune des réponses précédentes
4. On considère l'équation différentielle $y'' + 4y = 0$ dans laquelle y est une fonction de la variable réelle x, définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.
   Une fonction f, solution de cette équation différentielle, qui vérifie $f(0) = 1$ est définie sur $\mathbb{R}$ par :
   a. $f(x) = \text{e}^{2x}$
   b. $f(x) = \cos(2x)$
   c. $f(x) = \sin(2x)$
   d. $f(x) = \cos(4x)$

Exercice 2 **7 points**

Commun à tous les candidats

Les parties A *et* B *de cet exercice sont indépendantes.*

Le conservatoire des espaces naturels d'une région s'occupe d'une zone protégée de 1 800 hectares. Depuis plusieurs années, il surveille le domaine d'extension d'une plante invasive. Cette plante inhabituelle, d'origine exotique, devient envahissante et cause une régression de la biodiversité. Si le conservatoire constate qu'à la fin d'une année l'aire de la surface occupée par la plante dépasse 80 hectares, cette plante fera alors l'objet d'un plan d'élimination progressive à partir de l'année suivante.

Partie A

1. Des relevés de la surface occupée par cette plante ont été effectués sur le terrain, en fin d'année, de 2015 à 2018 :

Année	2015	2016	2017	2018
Surface en hectares (ha)	63	66,2	69,5	73

Le conservatoire estime que l'aire de la surface occupée par cette plante a augmenté de 5 % environ chaque année.

Vérifier que cette estimation est cohérente avec les relevés pris sur le terrain.

2. On considère qu'à partir de l'année 2018 la surface occupée par la plante augmente chaque année de 5 %.

Expliquer alors pourquoi la décision de commencer l'élimination de la plante devrait être prise à la fin de l'année 2020 par le conservatoire.

3. Le conservatoire décide de mettre en œuvre un plan d'élimination progressive. Ce plan prévoit d'éliminer la plante, par arrachage ou par brûlage thermique, sur une surface de 10 hectares à chaque fin d'année, à partir de l'année 2021.

Pour tout entier naturel n, on désigne par P_n l'aire de la surface occupée par la plante, exprimée en hectares, en fin d'année « $2020+n$ », en prenant $P_0 = 80{,}5$.

   a. Montrer que $P_1 = 74{,}525$.

   b. Justifier que pour tout entier naturel n, on a : $P_{n+1} = 1{,}05P_n - 10$.

   c. Donner une valeur arrondie de P_2 à 10^{-3} près.

   d. Pourquoi la suite (P_n) n'est-elle pas géométrique ?

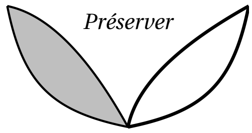
4. Le conservatoire décidera de mettre fin au plan d'élimination dès que l'aire de la surface occupée par la plante sera inférieure à 6 hectares.
Recopier et compléter l'algorithme ci-contre pour qu'à la fin de son exécution, la variable n contienne le nombre d'années de mise en œuvre du plan.

```
n ← 0
P ← 80,5
Tant que P ⩾ 6
    P ← ...
    n ← ...
Fin Tant que
```

5. À la fin de quelle année le plan d'élimination prendra-t-il fin ?

Partie B

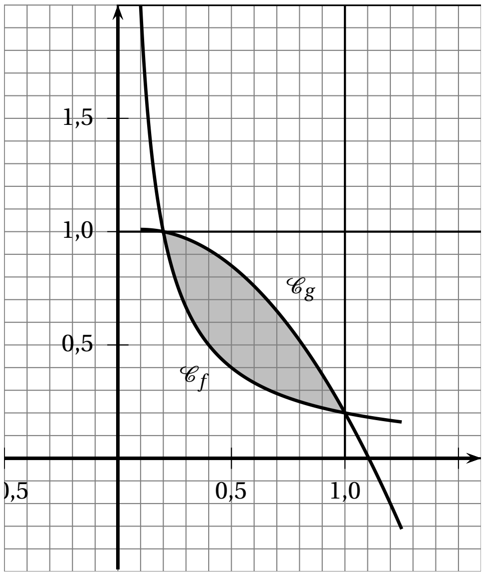
Le logo utilisé par le conservatoire pour la communication est constitué de deux feuilles symétriques l'une de l'autre, dessinées ci-contre.



Soient les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0,1\,;\,1,25]$ par $f(x) = \dfrac{0,2}{x}$ et $g(x) = -x^2 + 0,2x + 1$.

On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives de ces fonctions tracées dans le repère orthonormé ci-dessous.

On admet que ces deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ se coupent en deux points.



La feuille gauche du logo correspond à la partie grisée du plan, délimitée par ces deux courbes.

1. Vérifier par le calcul que 0,2 est une solution de l'équation $f(x) = g(x)$.
2. Déterminer graphiquement la seconde solution de cette équation.
3. **a.** Interpréter graphiquement l'intégrale $I = \displaystyle\int_{0,2}^{1} g(x)\,\mathrm{d}x$.

   b. Donner une valeur approchée de cette intégrale à 10^{-2} près.
4. **a.** Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle $[0,1\,;\,1,25]$ par $F(x) = \dfrac{1}{5}\ln(x)$ est une primitive sur l'intervalle $[0,1\,;\,1,25]$ de la fonction f.

   b. Calculer la valeur exacte de $J = \displaystyle\int_{0,2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$.
5. On admet que la courbe $\mathscr{C}_g$ est située au-dessus de la courbe $\mathscr{C}_f$ sur l'intervalle $[0,2\,;\,1]$.
   L'unité choisie sur chacun des axes est de 2,5 cm.
   En déduire, au cm^2 près, une valeur approchée de l'aire totale du logo.

Exercice 3 **4 points**
Commun à tous les candidats

Le clinker est un constituant du ciment qui résulte de la cuisson d'un mélange composé de calcaire et d'argile. La fabrication du clinker nécessite des fours à très haute température qui libèrent dans l'air une grande quantité de dioxyde de carbone (CO_2).
Dans une cimenterie, la fabrication du clinker s'effectue de 7 h 30 à 20 h, dans une pièce de volume 900 000 dm^3.
À 20 h, après une journée de travail, le taux volumique de CO_2 dans la pièce est de 0,6 %.

1. Justifier que le volume de CO_2 présent dans cette pièce à 20 h est de 5 400 dm^3 .
2. Pour diminuer ce taux de CO_2 durant la nuit, l'entreprise a installé dans la pièce une colonne de ventilation. Le volume de CO_2, exprimé en dm^3, est alors modélisé par une fonction du temps t écoulé après 20 h, exprimé en minutes. t varie ainsi dans l'intervalle $[0\,;\,690]$ puisqu'il y a 690 minutes entre 20 h et 7 h 30.

   On admet que cette fonction V, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,690]$ est une solution, sur cet intervalle, de l'équation différentielle

$$(E) : y' + 0,01y = 4,5.$$

a. Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (E).

b. Vérifier que pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,690]$, $V(t) = 4\,950\mathrm{e}^{-0,01t} + 450$.

3. Quel sera, au dm^3 près, le volume de CO_2 dans cette pièce à 21 h ?

4. Les responsables de la cimenterie affirment que chaque matin à 7 h 30 le taux de CO_2 dans cette pièce est inférieur à 0,06 %.

Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier la réponse.

5. Déterminer l'heure à partir de laquelle le volume de CO_2 dans la pièce deviendra inférieur à 900 dm^3.

Exercice 4 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans cet exercice, les résultats sont à arrondir à 10^{-3} près. Les trois parties sont indépendantes.

Partie A

Les téléphones portables intègrent des capteurs photographiques de plus en plus évolués. Ces capteurs sont fragiles et ont une durée de vie limitée.

La durée de fonctionnement sans panne, exprimée en années, d'un capteur photographique est modélisée par une variable aléatoire D qui suit la loi normale de paramètres $\mu = 4$ et $\sigma = 1,23$.

1. Quelle est la durée moyenne de fonctionnement sans panne d'un capteur photographique ?

2. Déterminer la probabilité $P(3,5 \leqslant D \leqslant 4,5)$.

3. Lors de l'achat d'un téléphone portable, la garantie pièces et main d' œuvre est de deux ans.

Quelle est la probabilité que la durée de fonctionnement sans panne d'un capteur photographique soit inférieure à la durée de garantie ?

Partie B

Lorsqu'un téléphone portable devient défectueux et qu'il est encore sous garantie, le client peut le déposer dans un point de vente agréé pour réparation ou échange contre un appareil neuf.

On s'intéresse au temps d'attente, exprimé en jours, avant le retour de l'appareil, réparé ou échangé. Ce temps peut être modélisé par une variable aléatoire T qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,025$.

1. **a.** Déterminer l'espérance $\mathrm{E}(T)$ de la variable aléatoire T.

b. Interpréter cette valeur dans le contexte.

2. Un téléphone portable, défectueux et encore sous garantie, a été déposé par un client dans un point de vente agréé.

a. Calculer la probabilité $P(T \leqslant 7)$ et interpréter ce résultat.

b. Calculer la probabilité que le client doive attendre plus de 20 jours avant de récupérer son téléphone portable.

Partie C

Un magazine spécialisé souhaite comparer l'efficacité des services après-vente (S.A.V.) pour les téléphones portables de deux marques A et B. Après une enquête auprès de clients, le magazine obtient les résultats suivants :

Marque de téléphone	Nombre de clients du S.A.V. ayant répondu à l'enquête	Nombre de clients indiquant avoir récupéré leur téléphone en moins de 20 jours
A	120	47
B	92	26

1. On admet que l'intervalle de confiance, au niveau de confiance 95 %, de la proportion de clients ayant récupéré en moins de 20 jours leur téléphone de marque A est $[0,304 ; 0,480]$.

   Déterminer l'intervalle de confiance, au niveau de confiance 95 %, de la proportion de clients ayant récupéré en moins de 20 jours leur téléphone de marque B.

2. Au vu des deux intervalles de confiance obtenus, le magazine peut-il indiquer à ses lecteurs qu'il y a une différence significative dans l'efficacité des deux S.A.V. ? Justifier la réponse.

Sommaire Index

Durée : 4 heures

Baccalauréat STI2D et STL/SPCL - Antilles Guyane
18 juin 2019

Exercice 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

On rappelle que :

— ln désigne la fonction logarithme népérien.
— i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Pour tout réel a strictement positif, $\dfrac{\ln(2a)+\ln(8a)}{2}$ est égal à :

a. $\ln(4a)$ **b.** $\ln(5a)$ **c.** $\ln(16a)$ **d.** $\ln\left(8a^2\right)$

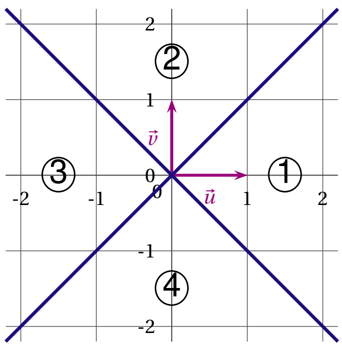
2. On considère une fonction f définie et dérivable sur $]0;+\infty[$. On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.
On admet que $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.
La courbe $\mathscr{C}$ admet :

a. deux asymptotes parallèles à l'axe des ordonnées
b. une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées et une asymptote parallèle à l'axe des abscisses
c. une asymptote parallèle à l'axe des ordonnées et aucune asymptote parallèle à l'axe des abscisses
d. deux asymptotes parallèles à l'axe des abscisses

3. On considère le nombre complexe $z = -2\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$.
Soit $\overline{z}$ le nombre complexe conjugué de z. Une écriture exponentielle de $\overline{z}$ est :

a. $2\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ **b.** $2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$ **c.** $2\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{5\pi}{4}}$ **d.** $2\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{5\pi}{4}}$

4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé$(\mathrm{O}; \vec{u}, \vec{v})$. Les droites d'équation $y = x$ et $y = -x$ partagent le plan en quatre zones ①, ②, ③ et ④ comme indiqué ci-dessous :



Soit z un nombre complexe non nul. On sait que :

— la partie réelle de z est strictement inférieure à sa partie imaginaire;

— un argument de z est strictement compris entre $\dfrac{3\pi}{4}$ et 2π.

Le point image de z se situe :

a. dans la zone ① **b.** dans la zone ② **c.** dans la zone ③ **d.** dans la zone ④

Exercice 2 **7 points**

L'énergie houlomotrice est obtenue par exploitation de la force des vagues. Il existe différents dispositifs pour produire de l'électricité à partir de cette énergie. Les installations houlomotrices doivent être capables de résister à des conditions extrêmes, ce qui explique que le coût actuel de production d'électricité par énergie houlomotrice est élevé.
On estime qu'en 2018 le coût de production d'un kilowattheure (kWh) par énergie houlomotrice était de 24 centimes d'euros. C'est nettement plus que le coût de production d'un kilowattheure par énergie nucléaire, qui était de 6 centimes d'euros en 2018.
On admet qu'à partir de 2018 les progrès technologiques permettront une baisse de 5 % par an du coût de production d'un kilowattheure par énergie houlomotrice.
Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

PARTIE A

Pour tout entier naturel n, on note c_n le coût de production, en centime d'euro, d'un kilowattheure d'électricité produite par énergie houlomotrice pour l'année $2018 + n$. Ainsi, $c_0 = 24$.

1. **a.** Calculer c_1. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
   b. Déterminer la nature de la suite (c_n) et donner ses éléments caractéristiques.
   c. Pour tout entier naturel n, exprimer c_n en fonction de n.
2. Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $0{,}95^n < 0{,}25$.
3. Dans cette question, on admet que le coût de production d'un kilowattheure par énergie nucléaire reste constant et égal à 6 centimes d'euros.
   Déterminer l'année à partir de laquelle le coût d'un kilowattheure produit par énergie houlomotrice deviendra inférieur au coût d'un kilowattheure produit par énergie nucléaire.
4. Dans cette question, on estime que le coût de production d'un kilowattheure par énergie nucléaire va augmenter tous les ans d'un centime d'euro. On souhaite alors déterminer l'année à partir de laquelle le coût d'un kilowattheure produit par énergie houlomotrice deviendra inférieur au coût d'un kilowattheure produit par énergie nucléaire.
   a. Recopier et compléter l'algorithme suivant afin que la valeur de la variable N en sortie d'algorithme permette de répondre au problème.

```
C ← 24
D ← 6
N ← 2018
Tant que ..........................
        C ← ...
        D ← ...
        N ← N + 1
Fin Tant que
```

   b. Répondre au problème posé. Aucune justification n'est demandée.

PARTIE B

On admet que la durée de vie d'un composant électronique d'une installation houlomotrice, exprimée en année, est une variable aléatoire X qui suit la loi exponentielle dont le paramètre est $\lambda = 0{,}04$.

1. Déterminer la durée de vie moyenne de ce composant électronique.

2. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par $f(x) = 0{,}04\,\text{e}^{-0{,}04x}$.

a. Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0;+\infty[$.

b. On rappelle que, pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0;+\infty[$:

$$P(X \leqslant t) = \int_0^t f(x)\,\text{d}\,x.$$

Démontrer que $P(X \leqslant t) = 1 - \text{e}^{-0{,}04t}$.

3. **a.** Calculer $P(X > 15)$. Donner le résultat arrondi à 10^{-3}.

b. Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 **6 points**

En raison des frottements avec l'atmosphère résiduelle terrestre, les satellites en orbite basse perdent progressivement de l'altitude et finissent par se consumer dans les couches les plus denses de l'atmosphère. Cet événement est appelé rentrée atmosphérique.
Le temps, exprimé en jour, avant la rentrée atmosphérique dépend des caractéristiques du satellite et de l'altitude h, exprimée en kilomètre, de son orbite.
Pour un satellite donné, ce temps est modélisé par une fonction T de la variable h, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

PARTIE A – Étude d'un premier satellite

On admet que la fonction T, associée à ce premier satellite, est une solution de l'équation différentielle (E) suivante dans laquelle y désigne une fonction de la variable h définie et dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$ et y' la fonction dérivée de y.

$$(E)\ :\ 40y' - y = 0.$$

1. Résoudre l'équation différentielle (E) sur $[0\,;\,+\infty[$.

2. Déterminer la fonction T solution de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition $T(800) = 2\,000$.

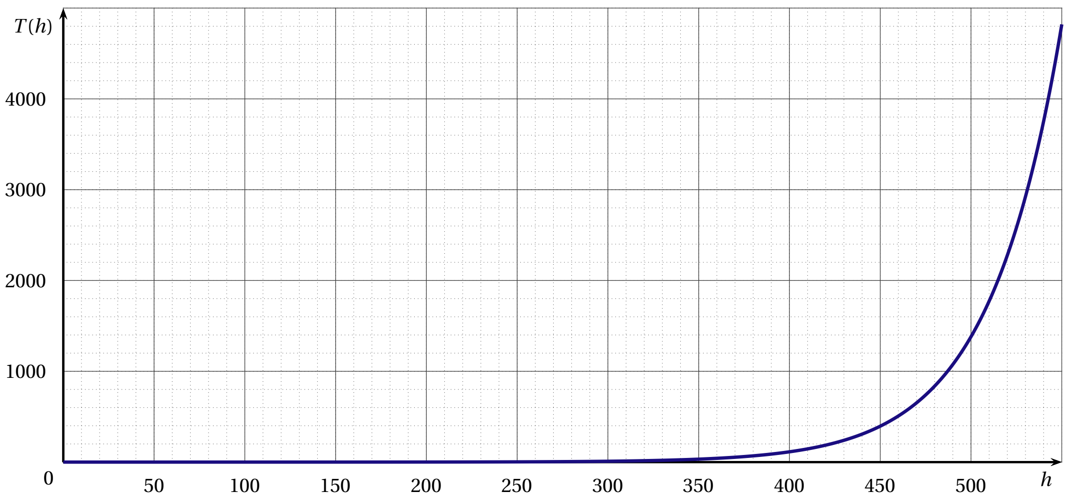
PARTIE B – Étude d'un deuxième satellite

Dans cette partie, on admet que la fonction T, associée à ce deuxième satellite, est définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$T(h) = K \times 0{,}012\,\text{e}^{0{,}025(h-150)}.$$

Le nombre réel K est appelé coefficient balistique du satellite.
La fonction T associée à ce deuxième satellite est représentée ci-après.

Dans cette partie, on ne demande pas de justification. Les résultats seront donnés avec la précision permise par le graphique.



1. À quelle altitude minimale faut-il mettre en orbite ce deuxième satellite pour que le temps restant avant sa rentrée atmosphérique soit au moins égal à 1 000 jours ?
2. Déterminer une valeur approchée du coefficient balistique K de ce deuxième satellite.

PARTIE C – Étude d'un troisième satellite : Hubble

Le satellite Hubble a un coefficient balistique K égal à 11.
La fonction T, associée à ce troisième satellite, est donc définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$T(h) = 0{,}132\,\mathrm{e}^{0{,}025(h-150)}.$$

1. L'orbite du satellite Hubble est située à l'altitude h de 575 km. Calculer le temps $T(h)$ restant avant la rentrée atmosphérique du satellite Hubble. Arrondir au jour près.
2. Déterminer la limite de T en $+\infty$.
3. **a.** Déterminer $T'(h)$, où T' désigne la fonction dérivée de T.

   b. En déduire le sens de variations de la fonction T sur $[0\,;\,+\infty[$.
4. On souhaite étudier l'effet d'une augmentation de 10 km de l'altitude h sur le temps restant avant la rentrée atmosphérique du satellite Hubble.

   a. Montrer que $T(h+10) = \mathrm{e}^{0{,}25} \times T(h)$.

   b. En déduire qu'augmenter l'altitude h de 10 km revient à augmenter d'environ 28 % le temps restant avant la rentrée atmosphérique du satellite Hubble.

Exercice 4 **3 points**

Un atelier de mécanique de précision est équipé de machines à commande numérique permettant la production de pièces métalliques en aluminium.
Un client passe une commande de pièces dont la longueur souhaitée est de 75 millimètres (mm).
Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.
Les résultats seront arrondis, si nécessaire, à 10^{-2}.

PARTIE A

Le réglage des machines permet de produire des pièces dont la longueur, exprimée en millimètre, est modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 75$ et d'écart-type $\sigma = 0{,}03$.

Afin de garantir au client une précision optimale, seules les pièces dont la longueur est comprise entre 74,95 mm et 75,05 mm sont jugées commercialisables.

1. Déterminer $P(X > 74{,}97)$.

2. Déterminer la probabilité qu'une pièce prise au hasard soit commercialisable.

PARTIE B

On souhaite améliorer la précision de la production. Pour cela, les machines sont réglées et reprogrammées. Après réglage, la longueur des pièces, en millimètre, est modélisée par une variable aléatoire Y suivant une loi normale. Son espérance est inchangée et vaut $\mu = 75$. La valeur de l'écart-type a été modifiée. On note σ' la nouvelle valeur de l'écart-type.

Ces nouveaux réglages permettent de limiter la proportion de pièces non commercialisables. On a $P(74{,}95 \leqslant Y \leqslant 75{,}05) \approx 0{,}95$

Déterminer σ'. Justifier.

PARTIE C

On procède à de nouveaux réglages.

Le responsable de l'atelier affirme alors être en mesure de commercialiser 97 % des pièces.

On procède à un contrôle de qualité en prélevant au hasard 300 pièces métalliques. On constate que 14 d'entre elles ne sont pas commercialisables.

Au seuil de 95 %, faut-il mettre en doute l'affirmation du responsable de l'atelier ? Justifier la réponse.

On rappelle que lorsque la proportion p dans la population est connue, l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille n est donné par :

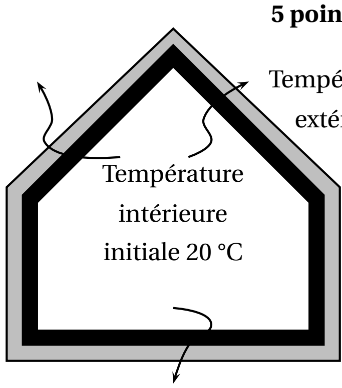
$$\left[p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} ; p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right].$$

Sommaire Index

Durée : 4 heures

Baccalauréat STI2D et STL/SPCL - Polynésie 19 juin 2019

Exercice 1 **5 points**



Température extérieure T
En plein hiver, en Europe, une maison est chauffée à 20 °C.
La température extérieure est notée T .
Dans tout l'exercice, on suppose que $T < 20$.
Température intérieure initiale 20 °C
Lorsque le chauffage est coupé, la température intérieure diminue par perte de chaleur.

On modélise cette situation par une suite (u_n) dont le terme général u_n désigne la température intérieure de la maison n heures après la coupure du chauffage.
Pour une maison en maçonnerie traditionnelle et une température extérieure T constante, on admet que, pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0{,}99u_n + \frac{T}{100} \quad \text{et} \quad u_0 = 20.$$

Les parties A et B de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

On suppose que la température extérieure T est égale à 0 °C. On a donc $T = 0$.

1. Calculer les termes u_1 et u_2.
2. Montrer que, dans ce cas, la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
3. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.
4. Déterminer la limite de la suite (u_n). Justifier.
5. **a.** Résoudre dans l'ensemble des entiers naturels l'inéquation $u_n < 5$.
   b. En déduire le nombre de jours à partir duquel la température intérieure est descendue en dessous de 5 °C.

Partie B

On suppose que la température extérieure T est égale à -15 °C. On a donc $T = -15$.

1. Montrer que, dans ce cas, la suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = 0{,}99u_n - 0{,}15 \quad \text{et} \quad u_0 = 20.$$

2. **a.** Calculer les termes u_1 et u_2.
   b. Dans ce cas, la suite (u_n) est-elle géométrique ? Justifier la réponse.
3. On souhaite déterminer, à l'aide d'un algorithme, le nombre d'heures à partir duquel la température intérieure devient strictement inférieure à 5 °C. On utilise pour cela l'algorithme incomplet ci-contre dans lequel U désigne un nombre réel et N un nombre entier naturel.

```
U ← 20
N ← 0
Tant que ...
    U ← ...
    N ← ...
Fin Tant que
```

a. Recopier et compléter l'algorithme.

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre d'heures recherché.

Exercice 2 **6 points**

Les parties A *et* B *de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.*

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0\,;\,4[$ par :

$$f(x) = 10x + \ln(4-x) - \ln 4.$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

1. Calculer $f(0)$.

2. **a.** Déterminer $\displaystyle\lim_{x \to 4} f(x)$.

b. En déduire que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote dont on précisera une équation.

3. **a.** On appelle f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0\,;\,4[$.

Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,4[$, on a : $f'(x) = \dfrac{39-10x}{4-x}$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,4[$.

c. Justifier que la fonction f atteint un maximum en 3,9.

Donner une valeur approchée au dixième de ce maximum.

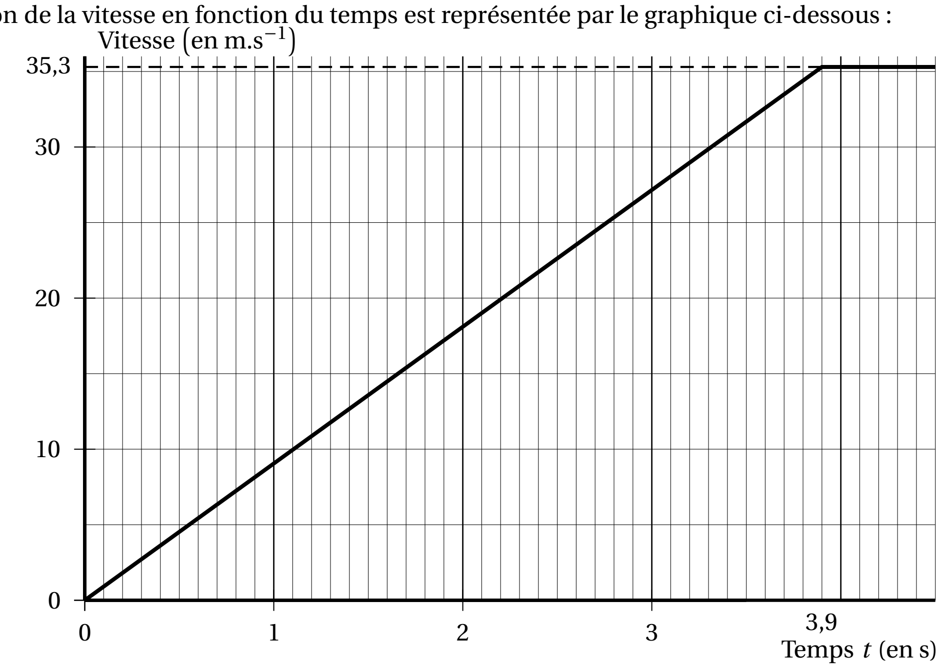
Partie B

Un constructeur de voitures électriques affirme que ses modèles peuvent atteindre la vitesse de 100 km.h^{-1} en moins de 3 secondes. Pour vérifier cette affirmation, des journalistes ont testé une de ces voitures en réalisant l'essai suivant :

— dans un premier temps, augmentation de la vitesse de 0 à 35,3 m.s^{-1} (soit environ 127 km.h^{-1}) en 3,9 s ;

— dans un deuxième temps, stabilisation de la vitesse à 35,3 m.s^{-1}.

L'évolution de la vitesse en fonction du temps est représentée par le graphique ci-dessous :



Durant la phase d'accélération, la vitesse de la voiture est modélisée par la fonction f étudiée dans la partie A et définie par :

$$f(t) = 10t + \ln(4 - t) - \ln 4 \quad \text{avec } t \in [0\ ;\ 3{,}9]$$

où t est exprimé en seconde et $f(t)$ est exprimée en m.s^{-1}.

1. **a.** Calculer $f(3)$.

b. L'affirmation du constructeur est-elle vérifiée ?

2. La distance D, exprimée en mètre, parcourue durant la phase d'accélération est donnée par la formule : $D = \displaystyle\int_0^{3,9} f(t)\,\mathrm{d}t$.

a. On considère la fonction F définie sur $[0 ; 3{,}9]$ par :

$$F(t) = 5t^2 - t + (t-4)[\ln(4-t) - \ln 4].$$

Montrer que la fonction F est une primitive de f.

b. Calculer la distance D arrondie au dixième.

Exercice 3 **5 points**

Les résistances et les condensateurs sont des composants électroniques utilisés dans le domaine du son pour concevoir des filtres.
Placé en sortie d'un microphone, un filtre atténue plus ou moins les sons selon leur fréquence f, exprimée en Hertz (Hz).

$\boxed{\text{micro}} \longrightarrow \boxed{\text{filtre}} \longrightarrow \boxed{\text{ampli}} \longrightarrow \boxed{\text{enceinte}}$

Pour un filtre donné, l'atténuation d'un son se calcule à l'aide de deux nombres complexes z_R.

Dans tout l'exercice, on suppose que $z_R = 10$ et $z_C = -\dfrac{1\,000\sqrt{3}}{f}\mathrm{i}$, où i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$..

Les parties A *et* B *peuvent être traitées de manière indépendante.*

Partie A : Effet du filtre sur un son grave

On choisit un son grave de fréquence $f = 100$.

1. Montrer que $z_C = -10\sqrt{3}\mathrm{i}$.

2. **a.** Déterminer la forme exponentielle de z_C.

b. On considère le nombre complexe $Z = z_R + z_C$. On a donc $Z = 10 - 10\sqrt{3}\mathrm{i}$.
Déterminer la forme exponentielle de Z.

c. On considère le nombre complexe z_G défini par : $z_G = \dfrac{z_C}{z_R + z_C}$.

Montrer que $z_G = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$.

d. Le module du nombre complexe z_G est appelé gain du filtre.
Donner la valeur exacte du gain du filtre puis une valeur approchée au centième.

Partie B : Effet du filtre sur un son aigu

On choisit un son aigu de fréquence $f = 1\,000\sqrt{3}$.

1. Montrer que le nombre complexe z_G défini par $z_G = \dfrac{z_C}{z_R + z_C}$ est égal à $\dfrac{-\mathrm{i}}{10 - \mathrm{i}}$.

2. Déterminer la forme algébrique de z_G.

3. Calculer la valeur exacte du gain du filtre $|z_G|$ et en donner une valeur approchée au centième.

Exercice 4 **4 points**

Cet exercice est composé de quatre affirmations indépendantes. Pour chacune d'entre elles, préciser si elle est juste ou fausse. Les réponses doivent être justifiées. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Une nouvelle gamme de téléphones portables est à l'étude.

1. La durée de fonctionnement, exprimée en jour, du processeur de ce téléphone portable est modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi exponentielle dont l'espérance est égale à 10 000 jours. La durée de garantie légale du téléphone portable est de 2 ans, soit 730 jours.

AFFIRMATION 1 : La probabilité que le processeur s'arrête de fonctionner durant la période de garantie est égale à $\mathrm{e}^{-0.073}$.

2. Pour anticiper la charge de travail du service après-vente, des tests ont été effectués en vue d'estimer le temps de réparation d'un téléphone sous garantie. Ce temps, exprimé en minute, peut être modélisé par une variable aléatoire T qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 50$ et d'écart-type $\sigma = 7$.

AFFIRMATION 2 : La probabilité, arrondie au millième, que le temps de réparation T soit inférieur à 1 heure est 0,923.

3. Une amélioration technique a été apportée. Désormais, la probabilité qu'un téléphone soit réparable en moins d'une heure est estimée à $p = 0{,}97$. Un atelier du service après-vente prévoit de réparer 200 téléphones portables. On s'intéresse aux échantillons constitués, aléatoirement, de 200 téléphones portables à réparer.

AFFIRMATION 3 : Pour de tels échantillons, en arrondissant les bornes au millième, l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de téléphones réparables en moins d'une heure est $[0{,}946\,;\ 0{,}994]$.

4. Un fabricant de processeurs pour téléphone portable certifie que, dans son stock, la probabilité qu'un processeur neuf soit défectueux est $p = 0{,}000\,1$.

On désigne par Y la variable aléatoire correspondant au nombre de processeurs défectueux dans un lot de 200 prélevés au hasard. Le stock est suffisamment important pour assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. Ainsi, la variable aléatoire Y suit la loi binomiale de paramètres $n = 200$ et $p = 0{,}000\,1$.

AFFIRMATION 4 : La probabilité, arrondie au millième, qu'il n'y ait aucun processeur défectueux dans un lot de 200 processeurs est égale à 0,980.

Sommaire Index

Baccalauréat STI2D & STL/SPCL

Métropole – 10 septembre 2019

Exercice 1 — 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée. Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent de point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse.

1. Une variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle $[2 ; 12]$.
   $P(X \leqslant 5)$ est égale à :

   a. $\dfrac{1}{2}$ **b.** $\dfrac{3}{10}$ **c.** $\dfrac{5}{12}$ **d.** $\dfrac{5}{7}$

2. Une variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 20 et d'écart-type σ.
   $P(X \leqslant 18)$ peut être égale à :

   a. 0,4 **b.** 1,8 **c.** 0,6 **d.** 0,82

3. La durée de vie, en années, d'un composant électronique est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre λ. La durée de vie moyenne de ce composant électronique est de 5 ans.
   Le paramètre λ vaut :

   a. 5 **b.** 0,5 **c.** 0,2 **d.** $-0,2$

4. Un argument du nombre complexe $z = (2 - 2\text{i}) \times \text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{2}}$ est :

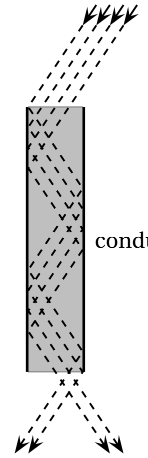
   a. $\dfrac{\pi}{2}$ **b.** $\dfrac{\pi}{4}$ **c.** $\dfrac{3\pi}{4}$ **d.** $4\sqrt{2}$

Exercice 2 — 6 points

Pour permettre un apport de lumière naturelle dans une habitation et réaliser des économies d'électricité, une solution réside dans l'installation d'un conduit de lumière au niveau de la toiture. Il s'agit d'un tube cylindrique en aluminium recouvert d'un film multicouche à base de polymère.

Dans ce conduit, le flux lumineux, exprimé en lumens (lm), diminue de 0,5 % tous les décimètres.

On rappelle qu'un décimètre vaut dix centimètres.



Partie A

Dans cette partie, on suppose que le flux lumineux à l'entrée d'un tel conduit de lumière est de 4 000 lumens.
On pose $u_0 = 4000$. Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, on note (u_n) le flux lumineux, en lumens, à la sortie d'un conduit de longueur n décimètres.

1. Justifier que $u_1 = 3980$.
2. Calculer le flux lumineux, en lumens, à la sortie d'un conduit d'une longueur de 20 cm.
3. Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera les éléments caractéristiques.
4. Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.
5. Un conduit de lumière de 2 mètres de long permettrait-il d'obtenir un flux lumineux d'au moins 3 600 lumens en sortie ?
6. On considère l'algorithme ci-dessous où n désigne un entier naturel et U un nombre réel.

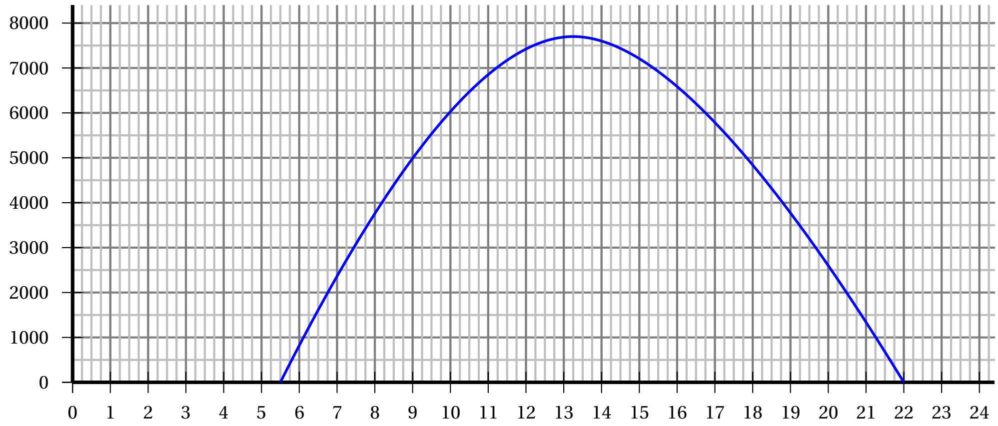
```
n ← 0
U ← 4000
Tant que U > 3000
    n ← n+1
    U ← U × 0,995
Fin Tant que
```

   a. Indiquer le contenu de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme.
   b. Interpréter la réponse obtenue à la question précédente dans le contexte du conduit de lumière.

Partie B

Dans une pièce sombre, on souhaite remplacer un éclairage électrique par l'installation d'un conduit de lumière d'une longueur de 4 mètres pour obtenir en sortie un flux lumineux d'au moins 3 100 lumens.

1. Déterminer le flux lumineux nécessaire à l'entrée de ce conduit.
2. La courbe ci-dessous modélise le flux lumineux, en lumens, à l'entrée de ce conduit en fonction de l'heure pour une journée donnée.



Déterminer, avec la précision permise par le graphique, la plage horaire durant laquelle ce flux lumineux à l'entrée du conduit est suffisant.

Exercice 3 — 5 points

L'octane est un hydrocarbure qui entre dans la composition de l'essence.
Lorsqu'on chauffe un mélange d'octane et de solvant dans une cuve, une réaction chimique transforme progressivement l'octane en un carburant plus performant, appelé iso-octane.
La concentration d'octane, en moles par litre, dans la cuve est modélisée par une fonction f du temps t, exprimé en minutes. On admet que cette fonction f, définie et dérivable sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, est une solution, sur cet intervalle, de l'équation différentielle suivante :

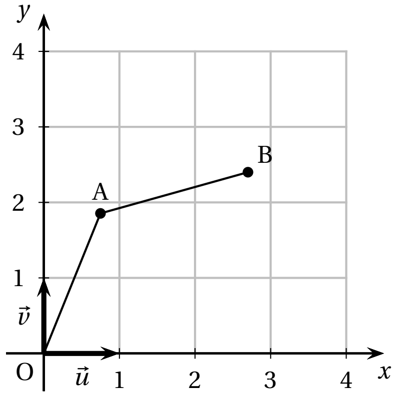
$$(E)\ :\ y' + 0{,}12y = 0{,}003.$$

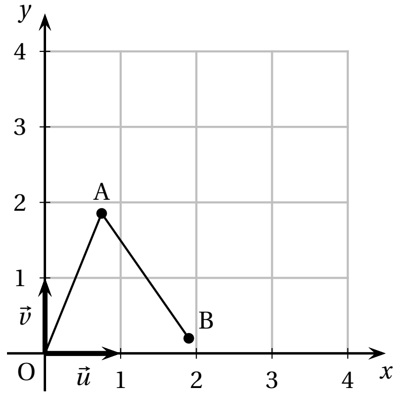
À l'instant $t = 0$, la concentration d'octane dans la cuve est de 0,5 mole par litre (mol.L^{-1}).

1. **a.** Déterminer la solution générale de l'équation différentielle (E).
   b. Donner $f(0)$.
   c. Vérifier que la fonction f est définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $f(t) = 0{,}475\,\text{e}^{-0{,}12t} + 0{,}025$.
2. **a.** Calculer la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   b. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.
   c. Interpréter cette réponse dans le contexte de l'exercice.
3. Calculer, en justifiant votre réponse, à la minute près, le temps nécessaire pour obtenir une concentration en octane dans la cuve de 0,25 mole par litre.
4. **a.** Calculer, en justifiant votre réponse, $\displaystyle\lim_{t \to +\infty} f(t)$.
   Interpréter le résultat dans le contexte.
   b. Le processus de transformation de l'octane en iso-octane est arrêté au bout d'une heure. Expliquer ce choix.

Exercice 4 — 5 points

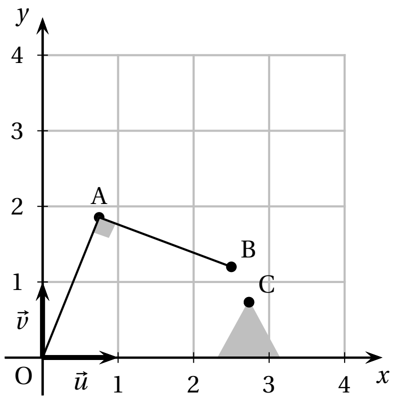
Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $\left(\text{O}\ ;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$, le bras articulé d'un robot, fixé au point O, est représenté par deux segments [OA] et [AB], chacun de longueur 2 unités.
Deux exemples de position du bras articulé sont donnés ci-dessous à titre indicatif.





1. **a.** Tracer sur la copie un repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$.
   Placer le point A d'affixe $z_{\text{A}} = 2\text{i}$ puis construire l'extrémité B du bras articulé lorsque son affixe z_{B} a pour argument $\dfrac{\pi}{4}$.

   b. Donner l'affixe du point B sous forme algébrique et sous forme exponentielle.
2. L'extrémité B du bras peut-elle atteindre un objet qui se trouve à une distance de 4,5 unités du point O ?
3. Pour soulever un objet lourd dont le point d'accroche est le point C (voir figure ci-contre), il faut rigidifier l'articulation en A. On décide alors de bloquer l'angle $\left(\overrightarrow{\text{AO}}\,,\,\overrightarrow{\text{AB}}\right)$ tel qu'une mesure de cet angle soit constamment égale à $\dfrac{\pi}{2}$ radians.



a. Déterminer la longueur OB.

b. Le point C a pour affixe $z_{\text{C}} = 2\sqrt{2}\,\text{e}^{\,\text{i}\frac{\pi}{12}}$.

Justifier que l'extrémité B du bras articulé pourra atteindre le point d'accroche C de l'objet.

c. Lorsque le bras articulé saisit l'objet, les points B et C sont confondus.

Calculer la mesure de l'angle que forme alors le bras [OA] avec l'axe [Ox).

Sommaire Index

Durée : 4 heures

∾ Baccalauréat STI2D - Antilles–Guyane 10 septembre 2019 ∾

Exercice 1 **4 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Aucune justification n'est demandée.
Une bonne réponse rapporte un point. Une mauvaise réponse, plusieurs réponses ou l'absence de réponse à une question ne rapportent ni n'enlèvent aucun point.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la réponse correspondante choisie.

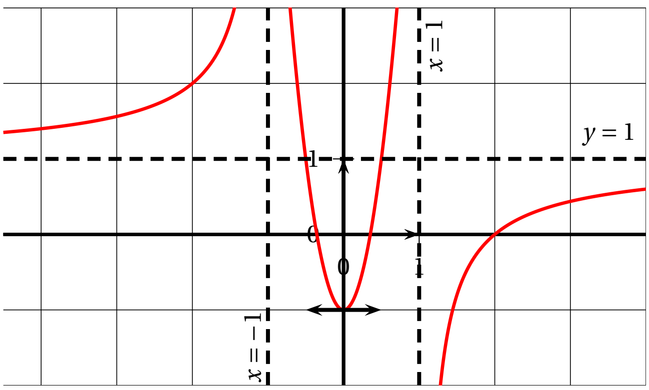
1. On considère une fonction f dont le tableau de variations et le tableau de signes sont donnés ci-dessous :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$		↗	‖	↘		↗	‖	↗	

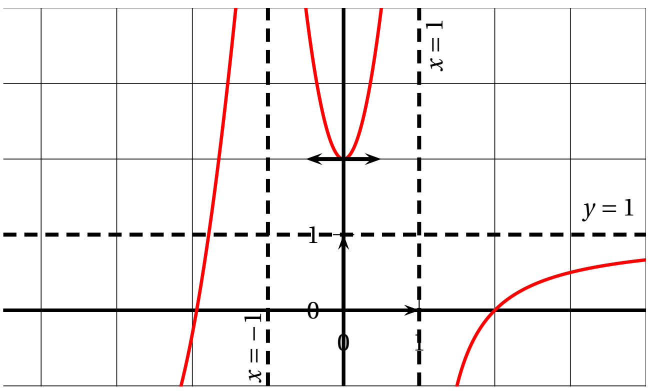
x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$+$	‖	$+$	‖	$-$	0	$+$	

Une courbe susceptible de représenter la fonction f est :

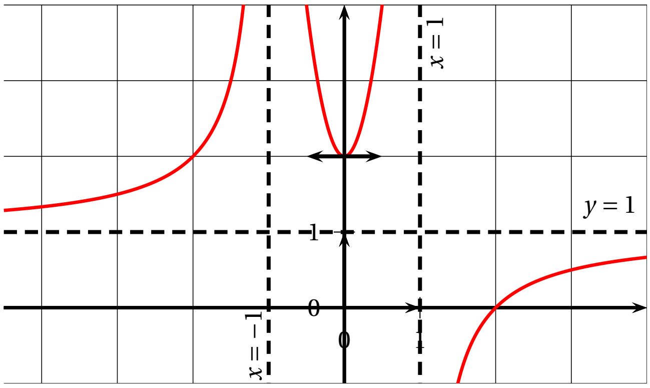
a.



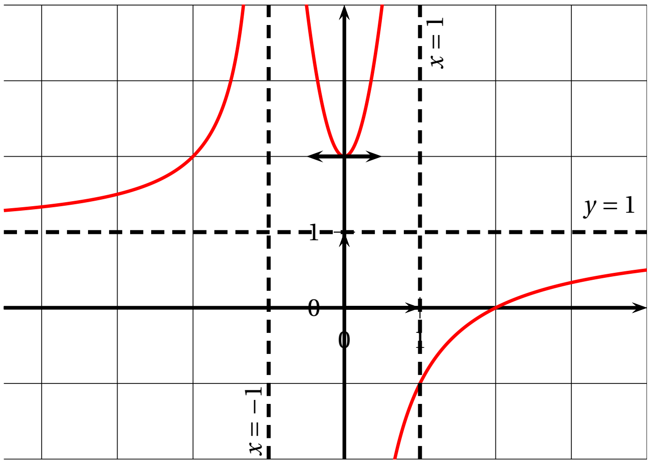
b.



c.



d.

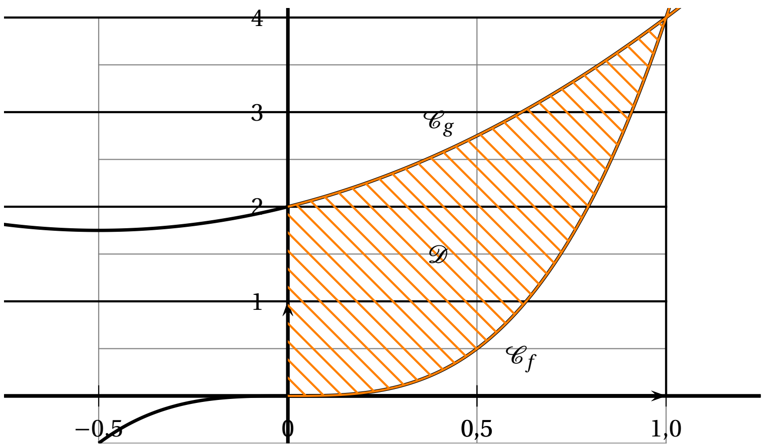


2. On considère f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 4x^3 \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 + x + 2.$$

On note :

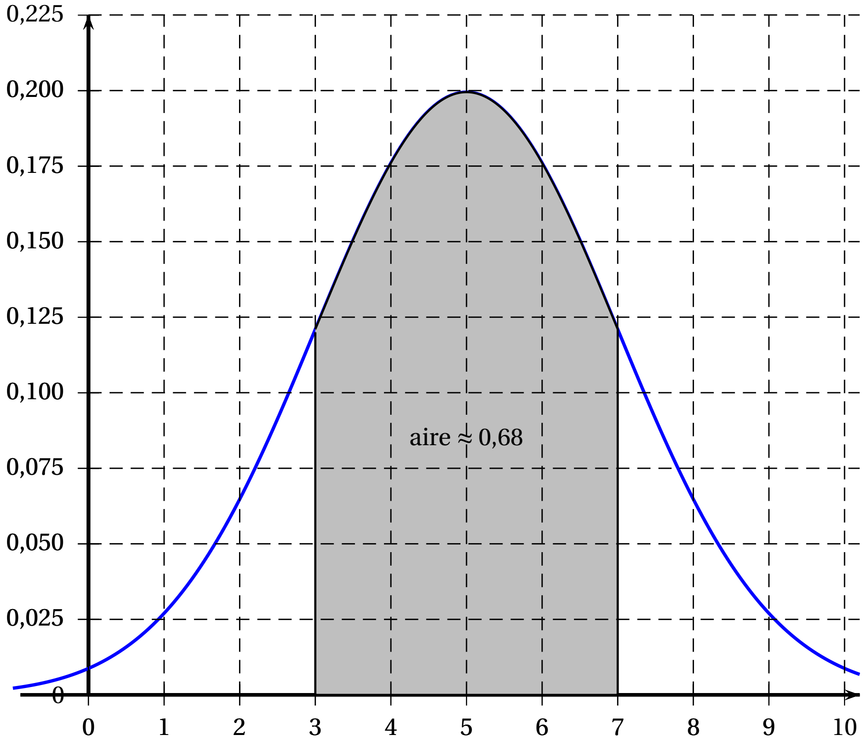
- $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives respectives des fonctions f et g.
- $\mathscr{D}$ le domaine délimité par les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.



L'aire du domaine $\mathcal{D}$, exprimée en unité d'aire, est égale à :

a. $\dfrac{31}{24}$ **b.** $\dfrac{31}{12}$ **c.** $\dfrac{15}{8}$ **d.** $\dfrac{11}{6}$

3. Le graphique ci-dessous donne la courbe représentative de la densité d'une variable aléatoire suivant une loi normale de paramètres μ et σ. L'aire du domaine grisé est environ égale à 0,68.



À partir de ce graphique, on en déduit que :

a. $\mu = 2$ et $\sigma = 5$
b. $\mu = 0{,}2$ et $\sigma = 5$
c. $\mu = 5$ et $\sigma = 1$
d. $\mu = 5$ et $\sigma = 2$

4. Soit a un nombre réel. La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur $[3~;~a]$.
On sait que $p(X < 7) = 0{,}8$.
La valeur de a est :

a. 7,2 **b.** 9 **c.** 8 **a.** 8,2

Exercice 2 **5 points**

Les abeilles assurent la reproduction de plus des trois-quarts des espèces végétales du globe terrestre grâce à la pollinisation. Depuis une dizaine d'années, on constate une diminution du nombre de colonies d'abeilles à cause de l'évolution du climat et de l'utilisation d'insecticides pour protéger certaines cultures.

Partie A

On observe une colonie constituée de 40 000 abeilles. On estime que, dans cette colonie, 1 000 abeilles naissent chaque jour et 500 décèdent chaque jour de manière naturelle.
Déterminer, en justifiant, le nombre de jours nécessaires pour que la population de cette colonie atteigne les 50 000 individus.

Partie B

Après ce premier temps d'observation, un insecticide est régulièrement pulvérisé dans le champ près duquel les abeilles butinent.
On estime alors à 20 % la proportion d'abeilles de la colonie qui décèdent chaque jour à cause de cet insecticide. On suppose que le nombre de naissances et de décès de manière naturelle reste identique (1 000 naissances et 500 décès de manière naturelle).
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'individus de la colonie n jours après le début des pulvérisations de l'insecticide. On a donc $u_0 = 50000$.

1. On modélise cette situation par la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$u_{n+1} = 0{,}8u_n + 500.$$

Calculer le nombre d'abeilles dans la colonie un jour après le début des pulvérisations.

2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par : $v_n = u_n - 2500$.

a. Montrer que, pour tout entier naturel n : $v_{n+1} = 0{,}8v_n$.

b. En déduire la nature de la suite (v_n) et exprimer v_n en fonction de n pour tout entier naturel n.

c. En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n = 47500 \times 0{,}8^n + 2500$.

3. Des études ont montré qu'une colonie d'abeilles n'est plus en mesure d'assurer sa survie si elle compte moins de 5 000 individus.
La colonie étudiée va-t-elle survivre ? Justifier la réponse.

Partie C

Le but de cette partie est de valider, ou non, la proportion $p = 0{,}2$ d'abeilles qui décèdent chaque jour à cause de l'insecticide.
L'insecticide utilisé ici provoque la désorientation des abeilles, ce qui perturbe leur retour à la colonie et entraîne leur mort.
Un matin, on équipe 500 abeilles de la colonie, de puces électroniques. On constate le lendemain que, dans cet échantillon de 500 abeilles, 102 sont décédées à cause de l'insecticide.
Cette observation est-elle compatible avec l'hypothèse $p = 0{,}2$ au seuil de 95 % ?

On rappelle que lorsque la proportion p dans la population est connue, l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille n est donné par :

$$\left[p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ;\ p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right].$$

Exercice 3 **7 points**

Dans cet exercice, on s'intéresse aux batteries des voitures électriques. La charge (énergie restituable) est exprimée en kilowattheure.
Conformément à l'usage commercial, on appelle capacité la charge complète d'une batterie.

Partie A

On dispose des renseignements suivants :

Caractéristiques des bornes de recharge

Type de borne de recharge	Tension (V)	Intensité (A)
Normal	230	16
		32
Semi-rapide	400	16
		32
Rapide	400	63

Document 1

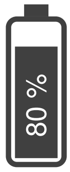
Exemples de capacités de batterie :

- Marque A : 22 kWh
- Marque B : 24 kWh
- Marque C : 33 kWh
- Marque D : 60 kWh

Document 2

Bon à savoir, pour une batterie vide

Après 50 % du temps de charge complète, la batterie est à environ à 80 % de sa capacité de charge.



Document 3

1. La puissance de charge P d'une borne de recharge, exprimée en Watt (W), s'obtient en multipliant sa tension U, exprimée en Volt (V), par son intensité I, exprimée en Ampère (A).

Dans la pratique, on considère que le temps T de charge complète d'une batterie vide, exprimé en heure (h), s'obtient en divisant la capacité C de la batterie, exprimée usuellement en kilowattheure (kWh), par la puissance de charge P de la borne de recharge exprimée en kilowatt (kW).

On considère une batterie de la marque D.

Déterminer le temps de charge complète de cette batterie sur une borne de recharge « Rapide ». Exprimer le résultat en heures et minutes.

2. Lors du branchement d'une batterie vide de marque A sur une borne de recharge de type « Normal », la charge (en kWh) en fonction du temps (en heure) est modélisée par une fonction f définie et dérivable sur $[0~;~+\infty[$, solution de l'équation différentielle :

$$y' + 0{,}55y = 12{,}1.$$

a. Résoudre cette équation différentielle sur $[0~;~+\infty[$.

b. Justifier que $f(0) = 0$.

c. Montrer que la fonction f est définie sur $[0~;~+\infty[$ par : $f(t) = -22\mathrm{e}^{-0{,}55t} + 22$.

d. La durée de demi-charge est le temps nécessaire pour que la batterie soit chargée à 50 %. Résoudre sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$ l'équation $f(t) = 11$ et en déduire la durée d'une demi-charge, exprimée en heure et minute.

e. Dans la pratique, on considère que le temps de charge complète de ce type de batterie est d'environ 6 heures.

Vérifier l'affirmation du document 3.

Partie B

Une thermistance est un composant électronique dont la résistance varie en fonction de la température et qui est utilisé, entre autres, comme capteur de température.
Afin d'alerter les utilisateurs de cas de surchauffe, on munit les batteries de thermistances.
Un constructeur de thermistances indique que la valeur R, exprimée en Ohm (Ω), de la résistance de celle-ci est donnée, pour des températures θ, exprimées en degré Celsius (°C) et comprises entre 0 °C et 120 °C, par :

$$R = -0{,}04\theta^3 + 7{,}2\theta^2 - 240\theta + 3\,000.$$

On considère la fonction g définie sur $[0\,;\,120]$ par :

$$g(x) = -0{,}04x^3 + 7{,}2x^2 - 240x + 3\,000.$$

1. **a.** Calculer $g'(x)$ où g' est la dérivée de g.

b. Dresser, en justifiant, le tableau de variations de g sur $[0\,;\,120]$.

c. En déduire la résistance maximale et la température pour laquelle elle est atteinte.

2. Un message d'alerte apparaît sur l'ordinateur de bord du véhicule lorsque la résistance atteint $5\,000\ \Omega$, ce qui signifie que la batterie est trop chaude.

On cherche la température correspondant à cette valeur.

a. À l'aide de la calculatrice, donner un encadrement, à un degré près, de la température cherchée.

b. On considère l'algorithme suivant :

```
x ← 20
y ← 760
Tant que y < ...
    x ← x + 1
    y ← ...
Fin Tant que
```

Recopier et compléter l'algorithme pour qu'à la fin de son exécution, la variable x contienne la température cherchée.

Exercice 4 **4 points**

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. On considère le nombre complexe $z_1 = \sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$.

a. Écrire z_1 sous forme algébrique.

b. Vérifier que z_1 est solution de l'équation $(2+\mathrm{i})z = 1 + 3\mathrm{i}$.

2. Écrire le nombre complexe $z_2 = -1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$ sous forme exponentielle.

3. On considère z_3 le nombre complexe de module 4 et d'argument $\dfrac{7\pi}{6}$.

Vérifier que $z_3 = z_1^2 \times z_2$.

4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\overrightarrow{u},\,\overrightarrow{v}\right)$.

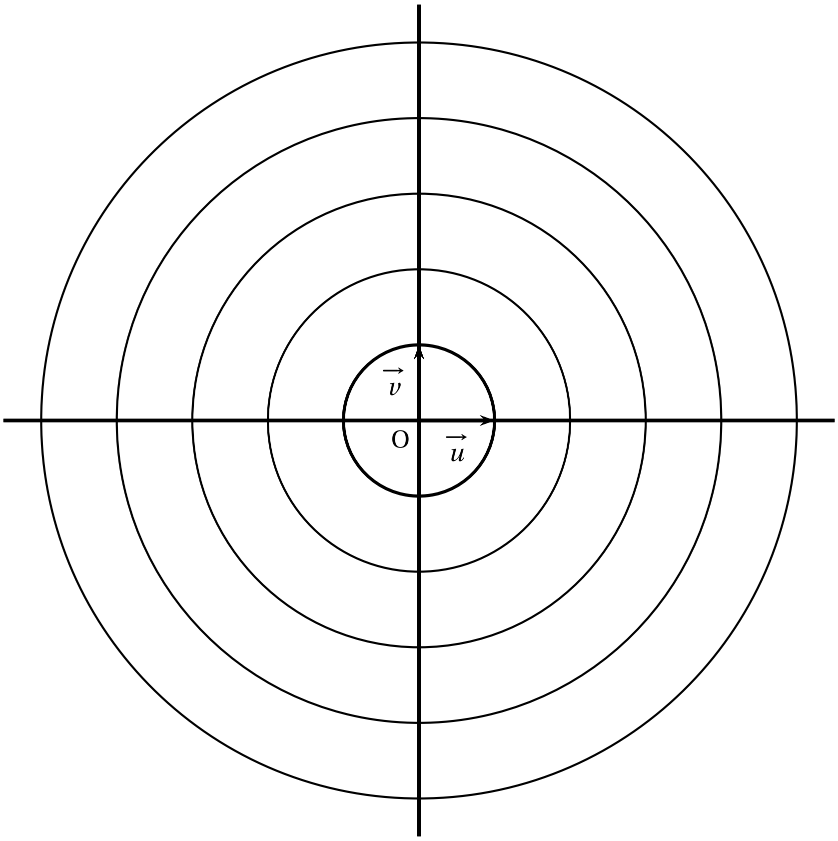
On considère les trois points A, B et C d'affixes respectives $z_\mathrm{A} = 1 + \mathrm{i}$, $z_\mathrm{B} = -1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$ et $z_\mathrm{C} = -2\sqrt{3} - 2\mathrm{i}$.

a. Placer les points A, B et C dans le plan complexe représenté en annexe page 27 (à rendre avec la copie).

b. Démontrer que le triangle OBC est rectangle en O.

Annexe de l'exercice 4

À rendre avec la copie



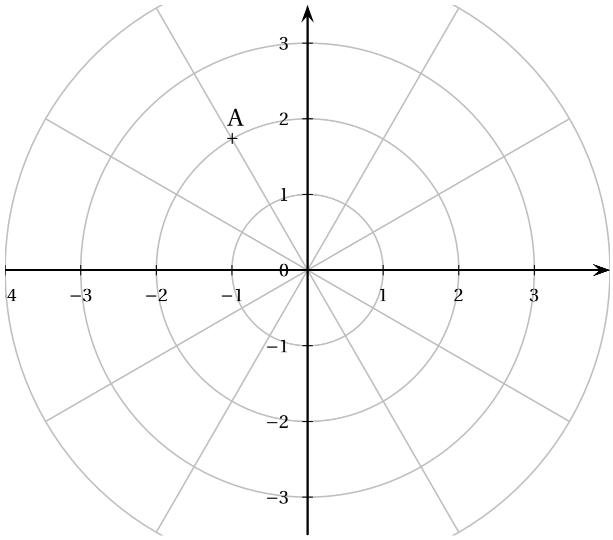
Sommaire Index

Baccalauréat STI2D – Nouvelle Calédonie
26 novembre 2019

Exercice 1 — 4 points

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie. Toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Dans le plan complexe ci-dessous, on a placé le point A d'affixe z_A.



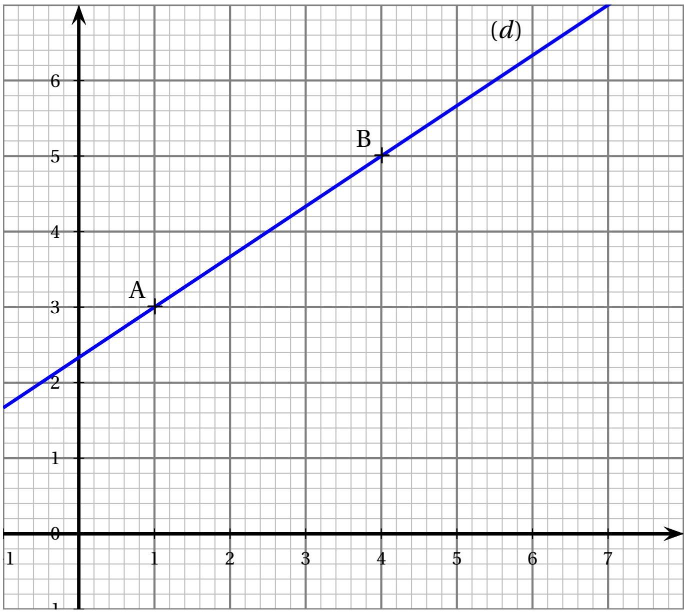
Proposition 1 : la forme algébrique de z_A est $z_A = -1 + 1{,}7\text{i}$.

2. Durant sa scolarité, Mathilde a pris le bus 3 000 fois pour aller au collège ou au lycée.

Son temps d'attente à l'arrêt de bus, en secondes, est modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[120\,;\,500]$.

Proposition 2 : elle a attendu en moyenne, au total, environ 258 heures et 20 minutes à l'arrêt de bus.

3. Soit (d) la droite passant par les points $A(1\,;\,3)$ et $B(4\,;\,5)$.



Proposition 3 : le point C(12,1 ; 10,4) appartient à la droite (d).

4. **Proposition 4** : pour tout nombre réel $x > 2$, on a

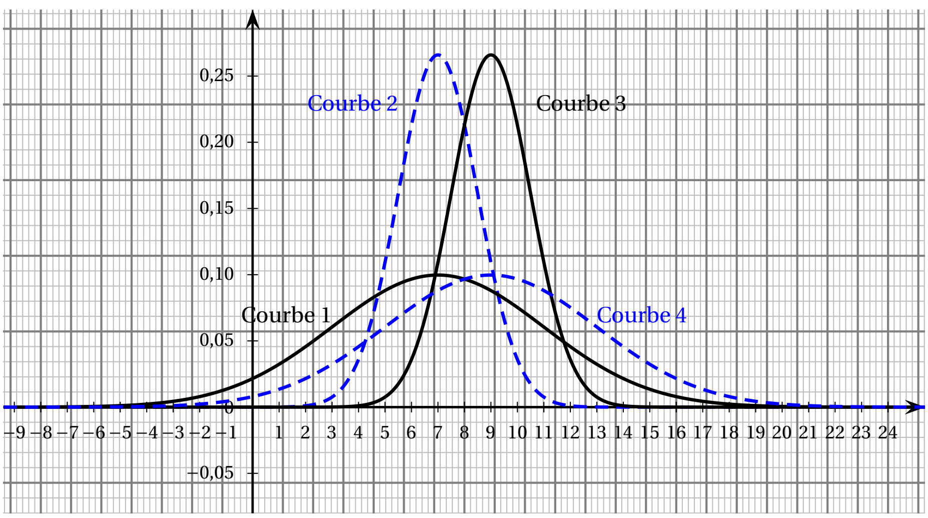
$$\ln\left(x^2-4\right) = \ln(x+2)+\ln(x-2).$$

Exercice 2 — 4 points

Partie A

Une association de protection de la nature a mené durant l'été une campagne de dépollution sur des plages du golfe de Gascogne. La quantité de déchets, en litres, laissée chaque semaine de la saison estivale par les usagers sur un kilomètre de plage est modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi normale $\mathcal{N}(7\,;\,1{,}5)$.

1. Quel est le volume moyen de déchets ramassés en une semaine sur un kilomètre de plage ?
2. Laquelle de ces quatre courbes représente la fonction de densité de la loi normale $\mathcal{N}(7\,;\,1{,}5)$? Aucune justification n'est demandée.



3. Quelle est la probabilité que le volume de déchets sur 1 km de plage soit compris entre 4 et 10 litres ? On arrondira le résultat au centième.
4. **a.** Calculer $P(X \geqslant 5)$. On arrondira le résultat au centième.

   b. Interpréter le résultat.

Partie B

Lors d'un sondage sur la population fréquentant une plage du golfe de Gascogne, 98 % des personnes interrogées ont déclaré ne jamais abandonner de déchets sur la plage.
Des bénévoles ont voulu vérifier ces déclarations en étudiant le comportement des usagers de la plage. À l'issue de plusieurs relevés, ils ont dénombré que, sur 2 200 personnes observées, 135 avaient laissé un ou plusieurs déchets sur la plage.
Ces relevés sont-ils en contradiction avec les résultats du sondage ?
On pourra utiliser un intervalle de fluctuation avec un niveau de confiance de 95 % de la fréquence sur un échantillon de 2 200 personnes.
Rappel : Lorsque la proportion p dans la population est connue, l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95 % d'une fréquence obtenue sur un échantillon de taille n est :

$$I = \left[p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\ ;\ p + 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right]$$

Exercice 3 — 6 points

Une équipe de chercheurs japonais a découvert une bactérie nommée *Ideonella Sakaiensis* capable, sous certaines conditions, de digérer le plastique. Ces biologistes étudient l'évolution de la population des bactéries lors d'une mise en culture.

Partie A

Dans une cuve, les chercheurs ont introduit 3 000 bactéries à l'instant $t = 0$.
On modélise par $f(t)$ le nombre de bactéries (exprimé en milliers) présentes dans la cuve à l'instant t (exprimé en heures).
Pendant les 48 premières heures, la vitesse d'accroissement de la population est proportionnelle au nombre de bactéries. On admet donc que f est solution, sur $[0;48]$, de l'équation différentielle :

$$(E)\ :\ y' = 0{,}02y \text{ où } y \text{ désigne une fonction de la variable } t.$$

1. Résoudre l'équation différentielle (E).
2. Que vaut $f(0)$? En déduire une expression de $f(t)$ sur $[0; 48]$.
3. Au bout de combien de temps, le nombre de bactéries, aura-t-il doublé? Arrondir le résultat au millième puis donner la réponse en heures et minutes.

Partie B

Passés les deux premiers jours, le nombre de bactéries présentes dans la cuve est modélisé par la suite (u_n) définie par :

$$\left\{\begin{array}{lcl} u_0 & = & 7800 \\ u_{n+1} & = & 0{,}95u_n + 1500, \text{pour tout entier naturel } n \end{array}\right.$$

où u_n correspond au nombre de bactéries présentes le n- jour après le deuxième jour de mise en culture.

1. Déterminer les valeurs de u_1 et u_2.
2. **a.** Recopier et compléter l'algorithme suivant afin de déterminer le nombre de jours à partir duquel la population de bactéries dépasse 20 000.

```
u ← 7800
n ← 0
Tant que ...
    u ← ...
    n ← ...
Fin Tant que
```

b. Après exécution de l'algorithme on obtient $n = 16$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

3. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier $n \geqslant 0$ par $v_n = u_n - 30\,000$.
On admet que cette suite est géométrique de raison 0,95.

a. Calculer v_0.

b. Exprimer v_n en fonction de n.

c. Montrer que, pour tout entier naturel n, $u_n = 30\,000 - 22\,000 \times 0{,}95^n$.

d. En déduire la limite de (u_n) et interpréter ce résultat.

Exercice 4 — 6 points

Pour récupérer le plastique se trouvant dans les mers et les océans, un navire expérimental, s'inspirant de la forme des raies mantas, est en projet : le *Manta*. Son rôle serait de collecter les déchets plastiques flottant en surface.

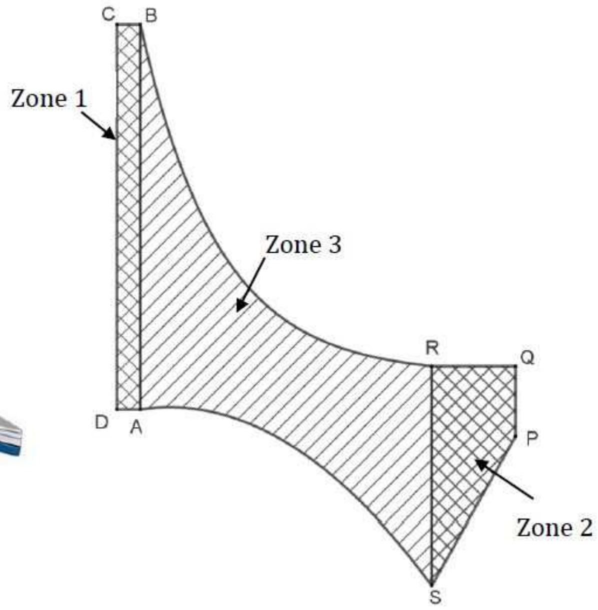
Partie A

On considère qu'un navire comme le *Manta* serait capable de collecter 35 tonnes de déchets plastiques par jour.

1. Chaque année, 8 millions de tonnes de déchets plastiques sont déversés dans les mers et océans. Combien de navires comme le *Manta*, au minimum, faudrait-il pour collecter cette masse de déchets plastiques en un an ?
2. En 2025, il y aura environ 450 millions de tonnes de déchets plastiques dans les mers et océans. Avec une flotte de 700 navires comme le *Manta*, combien d'années faudrait-il, au minimum, pour collecter cette masse de déchets ?

Partie B

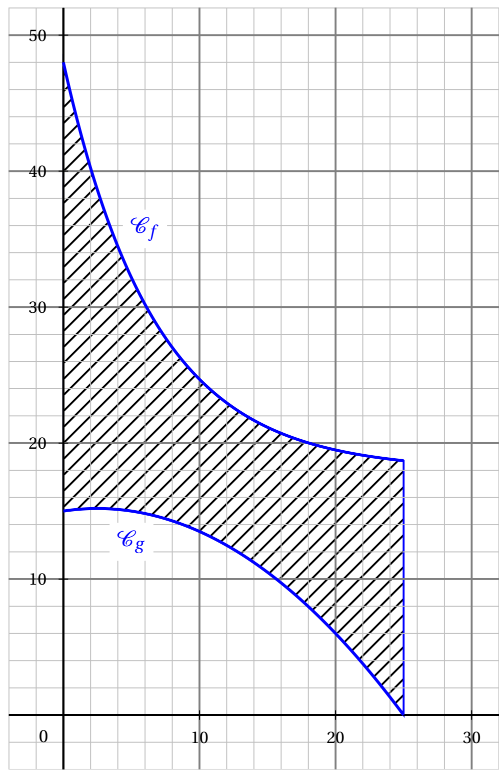
Le *Manta* est prévu pour produire lui-même l'énergie nécessaire à son fonctionnement, grâce entre autres, à des panneaux solaires.
Nous allons ici déterminer la surface de panneaux solaires sur un flanc du navire.



Le schéma ci-dessus représente la surface de panneaux solaires sur le flanc droit du navire.
On a partagé cette surface en 3 zones :

- la zone 1 : un rectangle ABCD, tel que AB = 35 m et BC = 2 m ;
- la zone 2 : un trapèze rectangle PQRS, tel que PQ = 6 m ; RQ = 7,2 m et RS = 18,7 m ;
- la zone 3, qui a été modélisée, et dont la surface, dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité 1 mètre correspond à la partie du plan limitée par :

  - les droites d'équations $x = 0$ et $x = 25$,
  - la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f définie sur [0 ; 25] par
  $$f(x) = 30\,\mathrm{e}^{-0,15x} + 18,$$
  - la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ de la fonction g définie sur [0 ; 25] par
  $$g(x) = -0,03x^2 + 0,15x + 15.$$



ZONE 3

1. **a.** Montrer que la fonction $F(x) = -200\,\mathrm{e}^{-0,15x} + 18x$ est une primitive de f sur [0 ; 25].

b. En déduire la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^{25} f(x)\,\mathrm{d}x$, puis en donner une valeur approchée au centième.

2. **a.** Déterminer une primitive G de la fonction g sur $[0\,;\,25]$.

b. En déduire la valeur exacte de $J = \displaystyle\int_0^{25} g(x)\,\mathrm{d}x$.

3. Déduire des questions précédentes que l'aire de la zone 3 est d'environ 426,55 m^2.

4. Déterminer la surface totale de panneaux solaires sur le flanc droit du navire.

Sommaire Index

Index

aire, 5, 23, 33
algorithme, 4, 9, 13, 18, 26, 30
asymptote, 8, 14

équation différentielle
    ordre 1, 5, 10, 19, 25, 30
    ordre 2, 3

fonction, 4, 26
    exponentielle, 3, 10, 11, 19, 25, 32
    logarithme, 8, 14, 29

intégrale, 5, 15, 33
intervalle
    de confiance, 7
    de fluctuation asymptotique, 12, 16, 24, 30

loi
    binomiale, 16
    exponentielle, 6, 9, 16, 17
    normale, 6, 11, 12, 16, 17, 23, 29
    uniforme, 17, 23, 28

nombres complexes, 3, 8, 15, 17, 20, 26, 28
    forme algébrique, 15, 26, 28
    forme exponentielle, 3, 8, 15

primitive, 5, 15, 32

QCM, 3, 8, 17, 21

sommaire, 1
suite, 4, 9, 13, 18, 24, 30
    géométrique, 13, 18, 31

vrai-faux, 16, 28