Corrigé du baccalauréat STI Arts appliqués
Métropole–La Réunion 21 juin 2011

EXERCICE 1 **8 points**

1. 5 techniciens ont moins de 40 ans, donc la probabilité est égale à $\dfrac{5}{8}$: réponse **a.**
2. Il y a $18+6=24$ non techniciens et parmi ceux-ci il y a $14-3=11$ personnes de plus de 40 ans; la probabilité est donc égale à : $\dfrac{24-11}{32}=\dfrac{13}{32}$: réponse **c.**
3. Avec le sommet $(5\,;\,0)$ on trouve la réponse **b.**
4. Avec $a=5$ et $b=3$, on sait que $c^2=a^2-b^2=25-9=16=4^2$, donc $c=4$: réponse **a.**
5. $\ln x=-2$ entraîne en prenant l'exponentielle de chaque membre $x=\mathrm{e}^{-2}=\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$. Réponse **c.**
6. $0,5\mathrm{e}^x=4$ en multipliant par 2, on obtient $\mathrm{e}^x=8$ soit en prenant le logarithme népérien $x=\ln 8$: réponse **a.**
7. Réponse **b.**
8. Soit d la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $d(x)=f(x)-(2x+1)=\dfrac{1}{x}$.
   Comme $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} d(x)=0$ ceci montre que la droite d'équation $y=2x+1$ est asymptote à la courbe représentative de f au voisinage de plus l'infini : réponse **c.**

EXERCICE 2 **12 points**

Partie 1

1. On lit $f(1)=1$, $f(2)=\dfrac{3}{5}$ et $f(3)=\dfrac{4}{5}$.
2. **a.** On trouve facilement $y=-x+2$

   b. $f'(1)=\dfrac{-1}{1}=-1$ et $f'(2)=0$.
3. Sur $[1\,;\,2]$ la dérivée est négative : la fonction décroit de 1 à $\dfrac{3}{5}$;

   Sur $[2\,;\,3]$ la dérivée est positive : la fonction croit de $\dfrac{3}{5}$ à $\dfrac{4}{5}$.
4. L'aire est égale à $\dfrac{1\times 1}{2}=\dfrac{1}{2}$ (unité d'aire).

Partie 2

1. f est dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,3]$ et sur cet intervalle :
   $f'(x)=1-2\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-2}{x}$.
   On a donc $f'(2)=0$: la tangente au point d'abscisse 2 est horizontale;
   La tangente en $\mathrm{A}(1\,;\,1)$ a pour équation :
   $y-f(1)=f'(1)(x-1)$; avec $f(1)=1$ et $f'(1)=-1$, l'équation s'écrit $y-1=-(x-1)$ ou encore $y=-x+2$: c'est bien l'équation de la droite (AB').
2. F est dérivable sur $[1\,;\,3]$ et
   $F'(x)=\dfrac{2x}{2}+2-2\ln x-2x\times\dfrac{1}{x}=x+2-2\ln x-2=x-2\ln x=f(x)$. Ceci montre que F est une primitive de f sur l'intervalle $[1\,;\,3]$

3. On a $I = \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = [F(x)]_1^3 = F(3) - F(1) = \dfrac{3^2}{2} + 2\times 3 - 2\times 3\ln 3 - \left[\dfrac{1^2}{2} + 2\times 1 - 2\times 1\ln 1\right] = \dfrac{9}{2} + 6 - 6\ln 3 - \dfrac{1}{2} - 2 = 8 - 6\ln 3$.

Ce nombre est l'aire en unité d'aire de la surface limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$.

4. **a.** Voir la figure à la fin

b. L'aire du domaine $(\mathscr{P})$ est égale à I moins l'aire du triangle AA′B′ soit : $8 - 6\ln 3 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{15}{2} - 6\ln 3$.

L'aire du logo est 3×3 soit neuf fois plus grande soit $9\left(\dfrac{15}{2} - 6\ln 3\right)$ unités d'aire.

Comme une unité d'aire est égale à $5\times 5 = 25$ cm^2, l'aire en cm^2 du logo est égale à :
$25\times 9\left(\dfrac{15}{2} - 6\ln 3\right) = 225\left(\dfrac{15}{2} - 6\ln 3\right) \approx 204$ cm^2.

Annexe à l'exercice 2 - À joindre à la copie