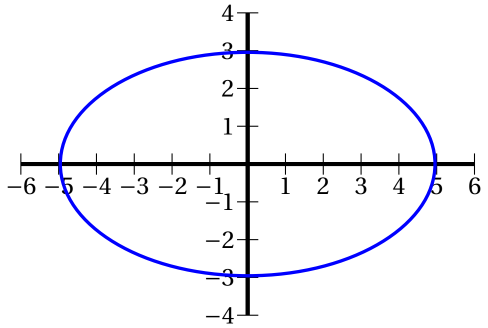
∾ Baccalauréat STI Arts appliqués – Métropole ∾ juin 2007

EXERCICE 1 **8 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Parmi les réponses proposées, une seule est correcte. On indiquera sur la copie, pour chaque question, la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Toutes les questions sont indépendantes. Les réponses exactes aux questions 2 et 3 rapportent deux points, les autres un point.

1. On considère l'ellipse tracée dans un repère orthonormé sur la figure ci-dessous :



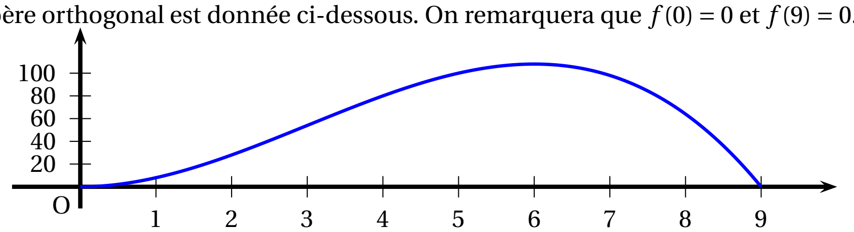
a. Une équation de cette ellipse est :

A : $25x^2+9y^2=225$	B : $9x^2+25y^2=225$	C : $3x^2+5y^2=15$	D : $9x^2-25y^2=225$

b. Un de ses foyers est le point F de coordonnées :

A : (4 ; 0)	B : (5 ; 0)	C : (0 ; 3)	D : (2 ; 0)

2. Soit la fonction f définie sur $[0\,;\,9]$ par $f(x)=-x^3+9x^2$ dont la courbe représentative dans un repère orthogonal est donnée ci-dessous. On remarquera que $f(0)=0$ et $f(9)=0$.



L'aire du domaine compris entre la courbe de f et l'axe des abscisses est, en unités d'aire :

A : 0	B : 546,75	C : 81	D : impossible à calculer

3. Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $f(x)=\ln x+4x$. Une primitive de f est la fonction F définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par :

A : $\dfrac{1}{x}+4$	B : $\dfrac{1}{x}+2x^2$	C : $\ln x+2x^2$	D : $x\ln x+2x^2-x$

4. On tire une carte dans un jeu de 52 cartes. Toutes les cartes ont la même probabilité d'être tirées. La probabilité de tirer une carte qui ne soit ni un roi ni un cœur est :

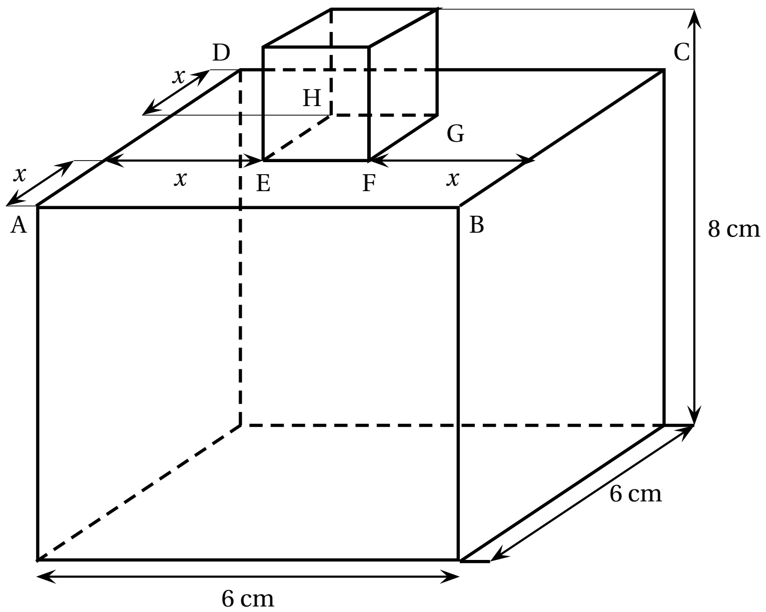
A : $\dfrac{35}{52}$	B : $\dfrac{17}{52}$	C : $\dfrac{9}{13}$	D : $\dfrac{2}{13}$

5. On donne la fonction f définie par $f(x) = \text{e}^{2x} - \text{e}^{x} + x$; l'intégrale $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\text{d}x$ vaut :

A : $\text{e}^2 - \text{e} + 1$	B : $\dfrac{1}{2}\text{e}^2 - \text{e} + 1$	C : $3 - 2$

EXERCICE 2 **12 points**

Un graphiste designer a conçu un flacon pour un parfum. ll s'agit d'un parallélépipède rectangle de base carrée surmonté d'un cube, comme le montre la figure ci-dessous :



Le cube de base EFGH est placé au centre du carré supérieur ABCD. La variable x désigne la distance entre les côtés du carré de base EFGH du cube et les côtés du carré ABCD. Le flacon a une hauteur totale de 8 cm et les côtés du carré ABCL) mesurent 6 cm. On admettra que l'on a : $0 \leqslant x \leqslant 3$.

Partie A.

1. Démontrer que le volume du petit cube est $U(x) = -8x^3 + 72x^2 - 216x + 216$.

2. En déduire que le volume total du flacon est $V(x) = -8x^3 + 72x^2 - 144x + 288$.

Partie B.

1. Soit f la fonction définie sur $[0 ; 3]$ par $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 18x + 36$.

Soit $\mathscr{C}_f$ la courbe représentant la fonction f dans le plan muni d'un repère orthogonal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

(unités graphiques : 5 cm en abscisses et 0,5 cm en ordonnées).

a. f' désignant la dérivée de la fonction f, calculer $f'(x)$.

b. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ dans l'intervalle $[0 ; 3]$. On appelle α la valeur exacte de son unique solution. Déterminer α puis sa valeur arrondie au dixième.

c. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[0 ; 3]$ et dresser le tableau de variations de f sur $[0 ; 3]$.

d. Pour quelle valeur de x cette fonction admet-elle un minimum ?

2. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ en son point d'abscisse 1.

3. **a.** Recopier puis compléter le tableau de valeurs suivant en arrondissant les valeurs calculées au centième.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$							

b. Construire la tangente T et la courbe $\mathscr{C}_f$ sur la feuille de papier millimétré.

Partie C.

1. Vérifier que le volume du flacon vérifie $V(x) = 8f(x)$.

2. À l'aide de la partie B de ce problème, déterminer la valeur en cm^3, arrondie à l'unité, du volume minimal V_m.