Baccalauréat STI Arts appliqués – Métropole septembre 2007

EXERCICE 1 **8 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule des réponses proposées est correcte. Donner la lettre correspondant à cette réponse sur le tableau de la feuille annexe. Chaque réponse exacte rapporte un point.

Question 1
La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{-2x}$ admet pour dérivée la fonction f' définie par $f'(x) =$

A. e^{-2x} B. $2\mathrm{e}^{-2x}$ C. $-2\mathrm{e}^{-2x}$ D. $-\mathrm{e}^{-2x}$

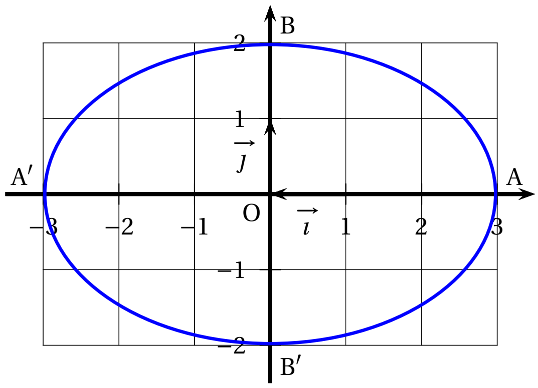
Question 2
L'équation, d'inconnue réelle x, $\ln x + 2 = 0$ admet pour solution :

A. e^{-2} B. -2 C. $-\mathrm{e}^{-2}$ D. aucune

Question 3
Le nombre $\mathrm{e}^{-\ln 3}$ est égal à :

A. -3 B. $\dfrac{1}{3}$ C. $-\dfrac{1}{3}$ D. n'existe pas

Question 4



La courbe dessinée ci-dessus admet pour équation :

A. $\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{2} = 1$ B. $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{4} = 1$ C. $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 0$ D. $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$

Question 5
Un des foyers de l'ellipse précédente est le point F de coordonnées :

A. $\mathrm{F}\left(0 ; \sqrt{13}\right)$ B. $\mathrm{F}\left(\sqrt{13} ; 0\right)$ C. $\mathrm{F}\left(\sqrt{5} ; 0\right)$ D. $\mathrm{F}\left(0 ; \sqrt{5}\right)$

Les trois dernières questions portent sur les données suivantes :

Une municipalité propose à ses habitants de choisir entre deux investissements possibles :
choix X : une médiathèque.
choix Y : un complexe sportif.
La municipalité a reçu 1 000 fiches réponses de ses électeurs. On a classé les électeurs par tranches d'âge :

Tranche A : 18 à 30 ans Tranche B : 30 à 50 ans Tranche C : Plus de 50 ans

Qn a obtenu les résultats suivants :

	A	B	C	Total
X	138	214	172	524
Y	176	188	112	476
Total	314	402	284	1 000

On tire la fiche d'un électeur au hasard :

Question 6
La probabilité $p(\text{X})$ qu'il vote pour X vaut :

A. $0,314$ B. $0,138$ C. $0,524$ D. $\dfrac{524}{476}$

Question 7
La probabilité $p(\text{B} \cap \text{X})$ est égale à :

A. $0,214$ B. $\dfrac{214}{402}$ C. $\dfrac{214}{524}$ D. $0,712$

Question 8
La probabilité $p(\text{B} \cup \text{X})$ est égale à :

A. $0,926$ B. 0,214 C. $\dfrac{214}{524}$ D. $0,712$

EXERCICE 2 **12 points**

Archibald Nikolaüs veut faire graver et dorer ses initiales $\mathcal{A}\mathcal{N}$ sur les volumes reliés de sa bibliothèque. Pour cela, il établit un modèle que l'on a reproduit en partie sur la feuille annexe, dans un repère orthonormé $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

PARTIE 1

Étude d'une première courbe $\mathcal{C}_1$

$\mathcal{C}_1$ est la représentation graphique d'une fonction g, définie sur l'intervalle $[5~;~9]$, par

$$g(x) = -x^2 + bx + c$$

où b et c sont des réels à déterminer.

1. Écrire les conditions que doivent vérifier les réels b et c pour que la courbe $\mathcal{C}_1$ passe par les points A$(5~;~1)$ et B$(9~;~5)$.
2. On admet que $g(x) = -x^2 + 15x - 49$.
   a. On désigne par g' la dérivée de la fonction g. Calculer $g'(x)$ et étudier son signe. En déduire les variations de la fonction g sur l'intervalle $[5~;~9]$.
   b. Déterminer pour quelle valeur de x la fonction g admet un maximum. En déduire les coordonnées du sommet C de la courbe $\mathcal{C}_1$ et le placer sur le graphique de la feuille annexe.

PARTIE 2
Étude et tracé de la courbe $\mathcal{C}_2$
$\mathcal{C}_2$ désigne la courbe représentant la fonction f définie, pour tout x de l'intervalle $[1~;~5]$, par :

$$f(x) = 1 + \frac{1}{2}x^2 - 4\ln x.$$

1. a. f' désignant la dérivée de la fonction f calculer $f'(x)$.
   b. Vérifier que $f'(x) = \dfrac{(x-2)(x+2)}{x}$.
   c. En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[1~;~5]$.
2. Établir le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[1~;~5]$.

3. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en donnant des résultats arrondis au dixième.

x	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$f(x)$					1,1				7,1

4. Tracer $\mathscr{C}_2$ avec soin sur la feuille annexe, dans le même repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

PARTIE 3

Archibald Nikolaüs veut faire dorer à la feuille d'or la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe $\mathscr{C}_2$ les droites d'équation $x = 1$ et $x = 5$.

1. Hachurer sur le graphique de la feuille annexe la partie à dorer.

2. a. Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle $[1 ; 5]$ par

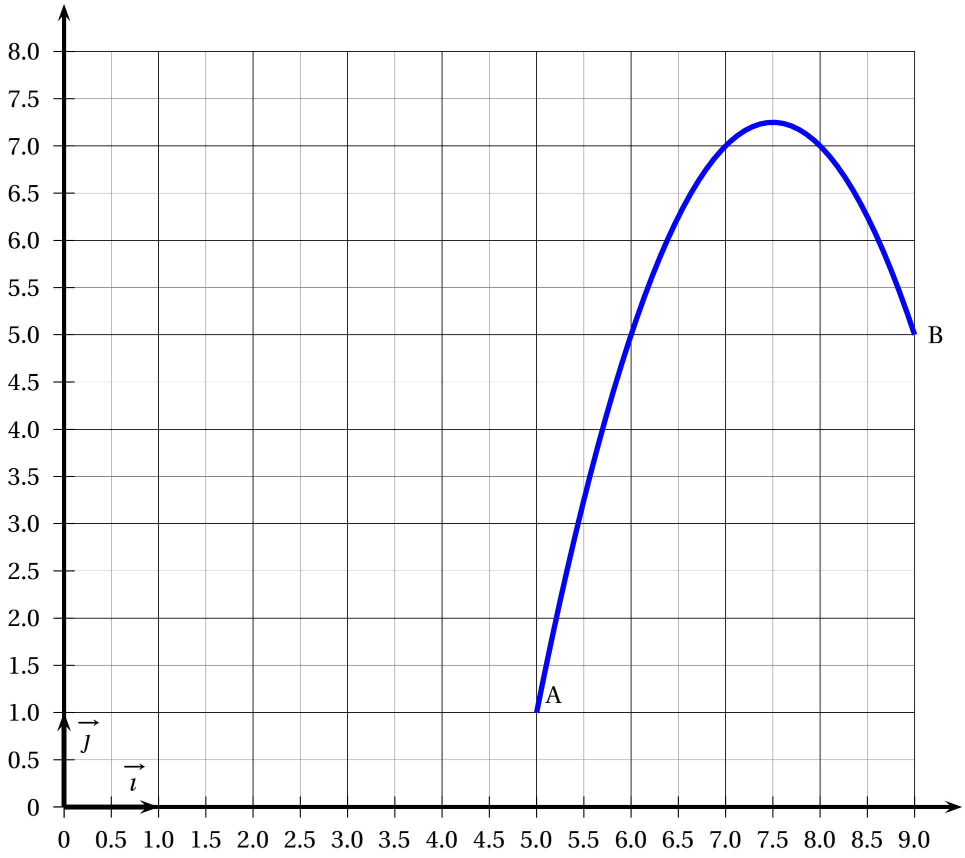
$$F(x) = \frac{1}{6}x^3 - 4x\ln x + 5x$$

est une primitive de f.

b. En déduire la valeur exacte de l'intégrale $\text{I} = \displaystyle\int_1^5 f(x)\,\text{d}x$.

c. Quelle est l'aire de la partie hachurée ? (On donnera un résultat en unités d'aire, arrondi au dixième).

FEUILLE ANNEXE à rendre avec la copie



Question numéro	1	2	3	4	5	6	7	8
Réponse								