Baccalauréat STI Arts appliqués – Antilles–Guyane juin 2008

EXERCICE 1 **8 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Parmi les réponses proposées, une seule est correcte. On indiquera seulement sur la copie, pour chaque question, la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée. Toutes les questions sont indépendantes.
Chaque réponse exacte rapporte un point. Les réponses fausses ne sont pas pénalisées.

1. La solution de l'équation : $2\ln x = 3$ est :

   a. $2\text{e}^{\frac{3}{2}}$ **b.** $\text{e}^{\frac{3}{2}}$ **c.** $\ln\dfrac{3}{2}$ **d.** $2\ln 3$

2. On lance deux dés équilibrés à six faces numérotées de 1 à 6. On fait la somme des numéros sortis. La probabilité d'obtenir une somme égale à 5 est :

   a. $\dfrac{5}{36}$ **b.** $\dfrac{1}{9}$ **c.** $\dfrac{1}{6}$ **d.** $\dfrac{1}{11}$

3. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^3 - 6x + 1$. L'équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 2 est :

   a. $y = 6x - 7$ **b.** $y = 6x + 5$ **c.** $y = 18x - 31$ **d.** $y = 18x + 31$

4. L'ensemble des solutions de l'inéquation : $\text{e}^x \geqslant 2$ est :

   a. $]0~;~+\infty[$ **b.** $]0~;~\ln 2[$ **c.** $[\ln 2~;~+\infty[$ **d.** $]-\infty~;~\text{e}^2[$

5. Dans une classe de 24 élèves, 12 font de l'escalade, 9 font de la natation et 5 pratiquent les deux activités. On rencontre au hasard un élève de cette classe, la probabilité qu'il pratique au moins l'une de ces deux activités est :

   a. $\dfrac{11}{24}$ **b.** $0,6$ **c.** $0,875$ **d.** $\dfrac{2}{3}$

6. Dans un repère orthonormé $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ du plan, on considère les points $\text{F}(3~;~0)$ et $\text{F}'(-3~;~0)$. On considère l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M du plan tels que $M\text{F} + M\text{F}' = 10$.

   Affirmation 1 : la courbe $\mathscr{C}$ est

   a. une parabole **b.** une ellipse **c.** une hyperbole **d.** un cercle

   Affirmation 2 : le point M est un sommet de la courbe $\mathscr{C}$

   a. le point $M(4~;~0)$ **b.** le point $M(2~;~0)$ **c.** le point $M(5~;~0)$ **d.** le point $M(0~;~5)$

   Affirmation 3 : une équation cartésienne de la courbe $\mathscr{C}$ est

   a. $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{25} = 1$ **b.** $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{25} = 1$ **c.** $16x^2 + 25y^2 = 400$ **d.** $25x^2 - 16y^2 = 400$

EXERCICE 2 **12 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle : $]0~;~+\infty[$ par

$$f(x) = \ln x + \ln(x+1)$$

On note $\mathscr{C}$ sa représentation graphique dans le plan rapporté à un repère orthogonal $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 1 cm en abscisse et 2 cm en ordonnée.

Partie A :

1. **a.** Calculer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$. Quelle interprétation graphique peut-on en déduire pour la courbe $\mathscr{C}$?

   b. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

   Montrer que $f'(x) = \dfrac{2x+1}{x(x+1)}$.

3. **a.** Étudier, pour tout x de l'intervalle $]0~;~+\infty[$, le signe de $f'(x)$.

   b. En déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

4. Recopier et compléter le tableau suivant (les valeurs de $f(x)$ seront arrondies à 10^{-1} près.)

x	0,1	0,3	0,5	1	2	4	6	8	10	12
$f(x)$				0,7						

5. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

Partie B

1. **a.** Résoudre dans $]0~;~+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$. (On vérifiera que $f(x)$ s'écrit sous la forme $f(x) = \ln[x(x+1)]$ et on donnera la valeur exacte de la solution puis la valeur arrondie à 10^{-1} près).

   b. Interpréter graphiquement cette réponse.

   c. Montrer que la fonction f est strictement positive sur l'intervalle $[1~;~+\infty[$.

2. **a.** Montrer que la fonction F définie sur $]0~;~+\infty[$ par $F(x) = x\ln x + (x+1)\ln(x+1) - 2x$ est une primitive de f sur l'intervalle.

   b. Calculer l'aire $\mathscr{A}$ exprimée en cm^2 de la partie du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 12$.

   On donnera d'abord la valeur exacte, puis la valeur arrondie au cm^2.