Baccalauréat STI Arts appliqués – Métropole–La Réunion
21 juin 2012

EXERCICE 1 **10 points**

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

L'association « Arts martiaux et Self-défense » d'une municipalité propose à ses adhérents plusieurs activités dont le judo et la self-défense.

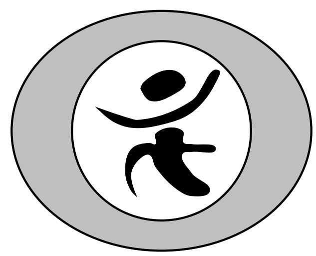
60 % des adhérents sont inscrits au cours de judo, 36 % au cours de self-défense et 5 % aux deux.
On interroge un adhérent au hasard.
On note J l'évènement : « l'adhérent interrogé pratique le judo » et S l'évènement : « l'adhérent interrogé est inscrit au cours de self-défense ».
Pour tout évènement D, on note $\overline{\text{D}}$ l'évènement contraire de D.

	J	$\overline{\text{J}}$	total
S			36 %
$\overline{\text{S}}$			
total			100 %

1. Recopier et compléter le tableau des fréquences en pourcentages ci-dessus.
2. Définir par une phrase les évènements suivants et calculer les probabilités de ces évènements :
   a. $\text{S} \cap \overline{\text{J}}$;
   b. $\overline{\text{S}} \cap \text{J}$;
   c. $\overline{\text{S}} \cap \overline{\text{J}}$.

Partie B

Pour promouvoir leur association, ses dirigeants ont demandé qu'on leur réalise un logo.
Il est conçu à partir d'un cercle (C) contenu dans une ellipse (E).
Le nom de l'association s'inscrira dans la partie grisée limitée par le cercle et l'ellipse comme indiqué ci-contre.

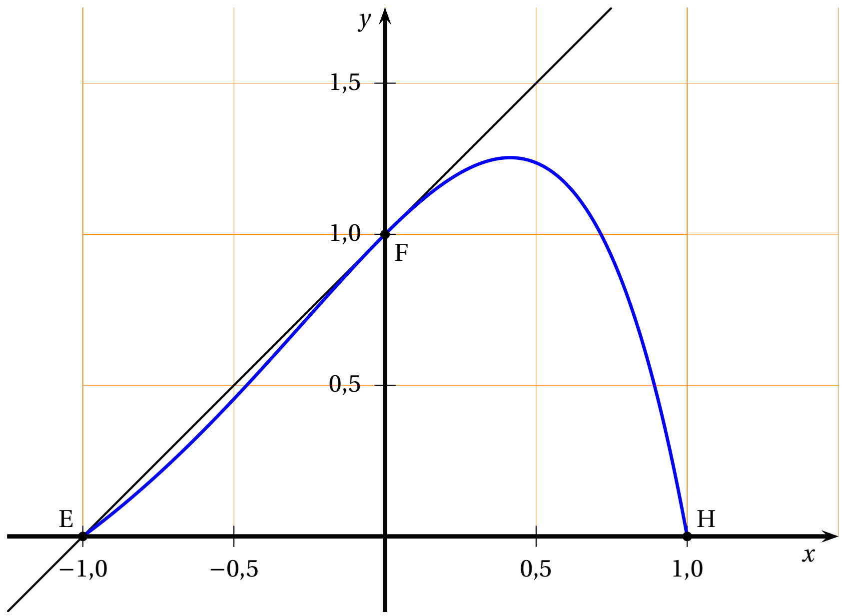


On a représenté en annexe (à joindre à la copie) l'ellipse (E) dans un repère orthonormé du plan d'origine O.

1. Les sommets A, A$'$, B et B$'$ ont des coordonnées entières.
   Préciser les coordonnées de ces sommets.
2. Déterminer une équation de (E) et calculer les coordonnées de ses foyers F et F$'$.
3. Le cercle (C) a pour diamètre [FF$'$]. Tracer ce cercle et vérifier que l'aire du disque de diamètre [FF$'$] est égale à 9π.
4. Les dirigeants souhaitent que la partie du logo dans laquelle s'inscrira le nom de l'association occupe plus de la moitié de la surface délimitée par l'ellipse (E). Est-ce bien le cas ? On admettra que l'aire de l'ellipse (E) est égale à $\pi \times \text{OA} \times \text{OB}$.

EXERCICE 2 **10 points**

La courbe (C) représentée ci-dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1 ; 1]$. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.
Les points E, F et H sont des points de la courbe (C) à coordonnées entières.



Partie A

1. Par lecture graphique, préciser $f(-1), f(0)$ et $f(1)$.
2. Déterminer une équation de la droite (EF).
   Marine pense que la droite (EF) est tangente à la courbe (C) au point F. Si Marine a raison, conjecturer alors la valeur de $f'(0)$.
3. Julien affirme que la tangente au point d'abscisse $0,4$ est parallèle à l'axe des abscisses. Si Julien a raison, que peut-on en déduire pour $f'(0,4)$?

Partie B

La fonction représentée dans la partie A est la fonction définie sur l'intervalle $[-1~;~1]$ par :

$$f(x) = \left(1 - x^2\right)\mathrm{e}^x.$$

1. Comparer les valeurs de $f(-1), f(0)$ et $f(1)$ obtenues par le calcul avec celles obtenues par lecture graphique.
2. On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[-1~;~1]$.
   a. Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[-1~;~1]$, $f'(x) = \left(-x^2 - 2x + 1\right)\mathrm{e}^x$.
   b. En déduire la valeur exacte de $f'(0)$ et de $f'(0,4)$.
3. La conjecture de Marine est-elle validée ? Et celle de Julien ?
   a. Étudier le signe de $-x^2 - 2x + 1$.
   b. En déduire le sens de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-1~;~1]$.

Partie C

1. Pour tout réel x de l'intervalle $[-1~;~1]$, on pose $F(x) = \left(-1 + 2x - x^2\right)\mathrm{e}^x$.
   Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[-1~;~1]$.
2. Calculer l'aire exacte, en unité d'aire, de la surface comprise entre l'axe des abscisses, la courbe (C), les droites d'équations $x = -1$ et $x = 1$.

Annexe à l'exercice 1 - À joindre à la copie