∽ Baccalauréat STI Arts appliqués – Antilles-Guyane ∾ juin 2009

EXERCICE 1 **8 points**

Parmi les 90 élèves de la section STI Arts appliqués d'un lycée :

- 90 % aiment dessiner
- 80 % aiment réaliser des maquettes
- Parmi ceux qui n'aiment pas dessiner les 2/3 aiment réaliser des maquettes

1. Recopier et compléter le tableau des effectifs suivant :

	Aiment dessiner	N'aiment pas dessiner	Total
Aiment réaliser des maquettes			
N'aiment pas réaliser des maquettes			
Total			90

Dans tout l'exercice, donner les probabilités sous forme de fraction irréductible puis en donner l'arrondi à 10^{-3}.

2. Parmi les 90 élèves de la section on choisit un élève au hasard.
On note D l'évènement : « l'élève choisi aime dessiner ».
On note M l'évènement : « l'élève choisi aime réaliser des maquettes ».

a. Exprimer à l'aide d'une phrase chacun des évènements $D \cap M$, $\overline{D}$ et $\overline{D} \cap \overline{M}$.

b. Déterminer la probabilité de chacun de ces trois évènements.

3. Parmi les élèves qui aiment dessiner, on choisit un élève au hasard, quelle est la probabilité que cet élève aime réaliser des maquettes ?

4. On choisit un élève au hasard, quelle est la probabilité qu'il aime dessiner ou réaliser des maquettes ?

PROBLÈME **12 points**

1. Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par

$$f(x) = 4x + 1 - \mathrm{e}^{x}.$$

a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
Déterminer l'expression de $f'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 2]$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 2]$.

c. Déterminer $f(0)$, $f(\ln(4))$ et $f(2)$ (valeurs exactes puis valeurs arrondies à $1O^{-3}$).

d. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 2]$.

2. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par

$$g(x) = \ln(2x + 1).$$

a. On note g' la fonction dérivée de la fonction g. Déterminer l'expression de $g'(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 2]$.

b. Démontrer que $g'(x) > 0$ pour tout x appartenant à l'intervalle $[0\,;\,2]$.

c. Déterminer $g(0)$ et $g(2)$, on donnera les valeurs exactes puis les valeurs arrondies à 10^{-3}.

d. Dresser le tableau de variation de la fonction g sur l' intervalle $[0\,;\,2]$.

3. Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 5 cm.
L'origine de ce repère sera placée dans le coin en bas à gauche de la feuille millimétrée.
Tracer sur le même dessin les représentations graphiques $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ des fonctions f et g.

4. **a.** Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.
En déduire la valeur exacte de l'intégrale $\text{I} = \displaystyle\int_0^2 f(x)\,\text{d}x$.

b. Vérifier que la fonction G définie par $G(x) = \left(x + \dfrac{1}{2}\right)\ln(2x+1) - x$ est une primitive de la fonction g sur l'intervalle $[0\,;\,2]$.
En déduire la valeur exacte de l'intégrale $\text{J} = \displaystyle\int_0^2 g(x)\,\text{d}x$.

c. On admet que la courbe $\mathcal{C}_f$ est au dessus de la courbe $\mathcal{C}_g$.
Donner en unités d'aires la valeur exacte de l'aire de la portion de plan délimitée par les deux courbes tracées et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 2$, puis en donner la valeur en cm^2 arrondie à 10^{-2}.