Baccalauréat STI Métropole juin 2003
Arts appliqués

EXERCICE 1 **8 points**

Dans un repère $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm, placer les quatre points A(5 ; 0), B(0 ; 3), A′(−5 ; 0) et B′(0 ; −3).

1. Donner l'équation de l'ellipse (E) de centre O et d'axes [AA′] et [BB′].
2. Montrer que si le point $M(x ; y)$ est sur (E), alors $M_1(-x ; y)$, $M_2(-x ; -y)$ et $M_3(x ; -y)$ sont aussi sur (E).
3. Tracer l'ellipse (E).
4. Calculer les coordonnées des deux foyers F et F′ ; les placer.
5. On donne $\text{M}\left(3 ; \dfrac{12}{5}\right)$
   a. Calculer les longueurs MF, MF′ puis MF + MF′.
   b. Que remarque t-on ?

EXERCICE 2 **12 points**

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[-4 ; 10[$ par

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x + 4}$$

et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

Partie A

1. Déterminer la limite de la fonction f en −4.
2. En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe $(\mathcal{C})$ dont on précisera une équation.

Partie B

1. Vérifier que la dérivée f' de la fonction f est définie par

   $$f'(x) = \frac{(x+1)(x+7)}{(x+4)^2}.$$

   Étudier son signe et dresser le tableau de variations de la fonction f.
2. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $(\mathcal{C})$ avec les axes du repère.
3. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C})$ au point M d'abscisse 2.
4. Tracer dans le repère $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ la courbe $(\mathcal{C})$, la tangente (T) et l'asymptote.

Partie C

1. **a.** Montrer que $f(x) = x - 6 + \dfrac{9}{x+4}$.
   b. En déduire une primitive F de f sur $]-4 ; 10[$.
2. Calculer en cm^2 l'aire du domaine limité par la courbe $(\mathcal{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -3$ et $x = 5$. On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.