

**∞ Baccalauréat STI Métropole septembre 2003 ∞**  
**Arts appliqués**

**EXERCICE 1**

**8 points**

Un sondage réalisé auprès de 600 jeunes qui partent en vacances révèle que parmi eux :

- Un tiers part avec des amis,
- 70 % restent en France.
- Parmi ceux qui vont en vacances à l'étranger, 20 % partent avec des amis.

1. Recopier et compléter le tableau des effectifs suivant :

	Avec des amis	Sans les amis	Total
En France			
à l'étranger	36		
Total			600

2. On choisit un jeune au hasard parmi ces 600 jeunes. On considère les événements suivants :

$F$  : « Le jeune choisi reste en France »

$A$  : « Le jeune choisi part avec des amis ».

- a. Définir par une phrase les événements  $\bar{F}$ ,  $F \cup A$ .
  - b. Calculer les probabilités des événements suivants :  $\bar{F}$ ,  $F \cap A$ ,  $F \cup A$ . (On écrira les résultats sous forme de fraction irréductible).
3. On choisit un jeune parmi ceux qui partent sans les amis. Déterminer la probabilité pour que ce jeune aille à l'étranger.

**EXERCICE 2**

**12 points**

**Partie A**

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $I = \left[ \frac{3}{4}; 4 \right]$  par :

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^2}.$$

1. Déterminer  $f'(x)$  et vérifier que  $f'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{x^3}$ .
2. Pour  $x$  appartenant à  $I$ , résoudre l'inéquation :  $1 - 2 \ln x > 0$ .  
En déduire, suivant les valeurs de  $x$ , le signe de  $f'(x)$  sur  $I$ .
3. Donner le tableau des variations de  $f$  et donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près du maximum.
4. Montrer, en utilisant le tableau des variations, que l'équation  $f(x) = 0,1$  admet deux solutions dans  $I$ .  
À l'aide d'une calculatrice, donner une valeur approchée, à  $10^{-2}$  près, de chacune de ces solutions.
5. Tracer la courbe  $\mathcal{C}$  représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (unités : 4 cm sur l'axe des abscisses, 10 cm sur l'axe des ordonnées).

**Partie B**

Une petite entreprise fabrique et vend des boîtes de jeu.

Lorsqu'elle vend  $x$  centaines de ces boîtes ( $x \leq x \leq 4$ ), le bénéfice net  $B(x)$  réalisé s'exprime en milliers d'euros, par :  $B(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ .

Déterminer :

1. Le nombre minimum de boîtes de jeu à vendre pour que ce soit rentable.
2. Le nombre de boîtes de jeu à vendre pour que le bénéfice soit maximal. Quel est alors ce bénéfice?
3. Le nombre de boîtes de jeu à vendre si l'entreprise veut gagner au moins 100 euros (on utilisera une méthode graphique en faisant apparaître sur la courbe les tracés utiles).