Durée : 2 heures

Baccalauréat STI Métropole Arts appliqués juin 2002

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **8 points**

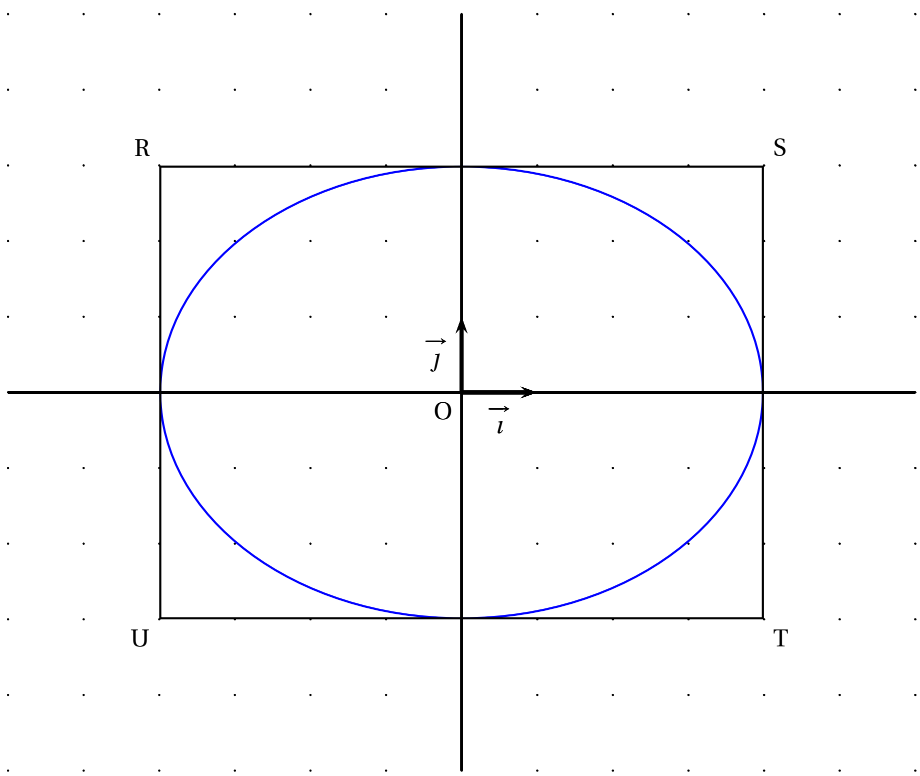
Dans le repère orthonormal $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ ci-dessous, on considère le rectangle RSTU de centre O et l'ellipse $\mathscr{E}$ inscrite dans ce rectangle. Le point R a pour coordonnées $(-4 ; 3)$.

Reproduire la figure ci-dessous sur une feuille de papier millimétré.

1. Placer les sommets de cette ellipse qu'on notera A, A′, B et B′ et préciser leurs coordonnées. On placera A et A′ sur l'axe focal. Décrire la construction géométrique des foyers F et F′ et préciser leurs coordonnées.
2. Parmi les égalités suivantes, choisir celle que vérifie tout point M de l'ellipse $\mathscr{E}$.

   $M\text{F} - M\text{F}' = 8$ $\qquad M\text{F} + M\text{F}' = 6$ $\qquad M\text{F} + M\text{F}' = 8$
3. Parmi les égalités suivantes, choisir celle qui est une équation de l'ellipse $\mathscr{E}$ dans le repère $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

   $9x^2 + 16y^2 = 144$ $\qquad \dfrac{x^2}{8} + \dfrac{y^2}{16} = 1$ $\qquad \dfrac{x^2}{16} - \dfrac{t^2}{9} = 1$
4. Déterminer l'ordonnée des points de $\mathscr{E}$ ayant pour abscisse 2.
5. On veut dessiner un carré de centre O dont les sommets sont des points de l'ellipse $\mathscr{E}$ et dont les côtés sont parallèles à ceux du rectangle. Quelle est la longueur du côté de ce carré ?



EXERCICE 2 **12 points**

Partie A

Dans le repère $\left(\text{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ dont l'unité graphique est 3 cm, on a tracé la courbe $\mathcal{P}$ représentative d'une fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = ax^2 + bx + c$ où $a,\ b$ et c sont des nombres réels.

1. **a.** Déterminer graphiquement $g(0)$, $g(1)$, $g'(1)$

   b. En déduire les valeurs de a, b, c
2. Sachant que $g(x) = -x^2 + 2x + 1$, déterminer la primitive G de la fonction g, définie sur $\mathbb{R}$ et vérifiant $G(0) = 0$.
3. Calculer l'intégrale I$=\displaystyle\int_0^2 g(x)\,\text{d}x$.

Partie B

On considère la fonction h définie sur $[1,5\,;\ 4]$ par $h(x) = \dfrac{3-x}{x-1}$ et $\mathcal{H}$ la courbe représentative de h dans le même repère $\left(\text{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Déterminer la fonction h', dérivée de la fonction h. étudier son signe et en déduire les variations de h sur $[1,5\,;\ 4]$.
2. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe it' au point B$(2\,;\ 1)$. On admettra que (T) est aussi tangente à $\mathcal{P}$ au même point B.
3. Sur une feuille de papier millimétré choisir un repère $\left(\text{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ dont l'unité graphique est 3 cm et dont l'axe des abscisses est placé à mi-hauteur. On trace la courbe $\mathcal{H}$ et la droite (T).
4. Soit H la fonction définie sur $[1,5\,;\ 4\ ]$ par $H(x) = 2\ln(x-1) - x$. Vérifier que H est une primitive de la fonction h, puis calculer l'intégrale J$=\displaystyle\int_2^3 h(x)\,\text{d}x$.

Partie C

On considère maintenant la fonction f définie sur $[0\,;\ 3]$ et telle que :
si $0 \leqslant x \leqslant 2$ alors $f(x) = g(x)$,
si $2 \leqslant x \leqslant 3$ alors $f(x) = h(x)$.

1. **a.** Sur le graphique de la partie B, reproduire la courbe $\mathcal{P}$ de la partie A, puis tracer en rouge la courbe $\mathcal{C}$ représentant la fonction f.

   b. Construire sur le graphique la courbe $\mathcal{C}'$ symétrique de $\mathcal{C}$ par rapport à 1'axe des abscisses .
2. Un publicitaire veut créer un logo dont le contour est formé par $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}'$ et l'axe des ordonnées. Prouver que l'aire de ce logo, en cm^2 est $\mathcal{A} = 18(\text{I} + \text{J})$. En donner la valeur exacte, puis une valeur approchée à 1 mm^2 près.

Annexe : exercice 2