∽ Baccalauréat STI Arts appliqués Métropole ∾ septembre 2004

EXERCICE 1 **8 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Parmi les réponses proposées à chaque question ou sous-question, une seule est correcte. Dans chaque cas une seule réponse est attendue : on indiquera seulement sur la copie la réponse exacte (aucune justification n'est demandée). Toutes les questions sont indépendantes. Chaque réponse exacte rapporte un point.

1. Des jetons contenus dans une urne peuvent être de 3 formes (ronds, carrés ou triangulaires) et de 4 couleurs (rouge, bleu, vert ou jaune). Toutes les possibilités de formes et de couleurs sont présentes dans l'urne. Le nombre de jetons différents est :

   81   7   12   64

2. On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes, la probabilité de l'évènement « tirer une dame ou un cœur » est :

   $\dfrac{12}{32}$ $\dfrac{1}{11}$ $\dfrac{11}{32}$ $\dfrac{1}{12}$

3. On considère un repère $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ du plan. Soit $\mathscr{C}$ la représentation graphique, dans ce repère, de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 20$. Une équation de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2 est :

   $y = 2x + 14$ $y = 3x$ $y = 18$ $y = 3x + 12$

4. On considère un repère $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ du plan. Soit $\mathscr{C}$ la représentation graphique, dans ce repère, de la fonction f définie sur $]2~;~+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{3x-4}{x-2}$. Cette courbe admet comme asymptote la droite d'équation :

   $y = 2$ $y = 3x - 4$ $x = 2$ $y = x - 2$

5. L'équation $\ln(x+3) + \ln(x+5) = \ln 15$ admet pour ensemble de solutions :

   $\left\{\dfrac{7}{2}\right\}$ $\{0\}$ $\{0~;~-8\}$ $\left\{1~;~\mathrm{e}^{-8}\right\}$

6. Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ on considère la courbe $\mathscr{C}$ d'équation $25x^2 + 36y^2 - 900 = 0$.

   a. La courbe $\mathscr{C}$ est :

   une ellipse   un cercle   une hyperbole   une parabole

   b. Un de ses foyers F a pour coordonnées dans le repère orthonormal $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$:

   $\mathrm{F}\left(0~;~\sqrt{11}\right)$ $\mathrm{F}\left(\sqrt{11}~;~0\right)$ $\mathrm{F}\left(0~;~\sqrt{61}\right)$ $\mathrm{F}\left(\sqrt{61}~;~0\right)$

   c. Un de ses sommets A a pour coordonnées :

   A(0 ; 5)   A(5 ; 0)   A(36 ; 0)   A(0 ; 36)

EXERCICE 2 **12 points**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x} - 5\mathrm{e}^{x} + 4.$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthogonal $\left(\mathrm{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

1. Recopier et compléter le tableau suivant, en donnant pour chaque valeur de x une valeur approchée de $f(x)$ à 10^{-1} près.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	1,5	2
$f(x)$								

2. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet une asymptote D dont on donnera une équation.

3. **a.** Vérifier que pour tout réel x, $f(x) = \mathrm{e}^{2x}\left(1 - 5\mathrm{e}^{-x} + 4\mathrm{e}^{-2x}\right)$.

b. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

4. **a.** On note f' la fonction dérivée de f, calculer $f'(x)$ et vérifier que pour tout x réel $f'(x) = \mathrm{e}^{x}\left(2\mathrm{e}^{x} - 5\right)$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$.

c. Dresser le tableau de variation de f.

5. **a.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $X^2 - 5X + 4 = 0$ d'inconnue X.

b. À l'aide de la question **a.** et en posant $X = \mathrm{e}^{x}$, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$ d'inconnue x.

c. En déduire les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.

6. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et l'asymptote D dans le repère $\left(\mathrm{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

7. **a.** Déterminer une primitive F de la fonction f.

b. Hachurer sur le graphique la partie du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \ln 4$. On appelle $\mathscr{A}$ cette partie du plan.

c. On admet que la fonction f est négative sur l'intervalle $[0 ; \ln 4]$.
Calculer, en cm^2, la valeur exacte de l'aire de $\mathscr{A}$ puis une valeur approchée à 10^{-2} près.