

⌘ Baccalauréat STI Arts appliqués – Métropole ⌘
septembre 2006

Coefficient : 2

Durée : 2 heures

L'usage d'une calculatrice réglementaire est autorisé durant l'ensemble de l'épreuve.
 Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE 1

8 points

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité 1 cm, on considère la courbe \mathcal{C} d'équation

$$9x^2 + 25y^2 = 225.$$

1. Vérifier que les points M dont les coordonnées vérifient cette équation, sont solutions de l'équation : $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.
 Quelle est la nature de la courbe \mathcal{C} ?
2. Calculer les coordonnées des sommets A, A', B et B' .
3. Calculer les coordonnées des foyers F et F' .
4. **a.** Placer sur un graphique les points A, A', B, B', F et F' .
b. Montrer que \mathcal{C} est la réunion de deux courbes \mathcal{C}_1 et \mathcal{C}_2 d'équations respectives

$$y = 3\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}} \quad \text{et} \quad (1) \quad y = -3\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}.$$

- c.** En utilisant l'équation (1) de la courbe \mathcal{C}_1 , compléter le tableau de valeurs, arrondies au dixième, ci-dessous.

x	0	1	2	3	4	5
y						

- d.** Tracer la courbe \mathcal{C}_1 sur l'intervalle $[0; 5]$; puis en utilisant les éléments de symétrie de la courbe \mathcal{C} , tracer \mathcal{C} .
5. Soit D le point de coordonnées $(-3; -2,4)$. Déterminer $FD, F'D$ et $FD + F'D$.
 Que peut-on en conclure ?

EXERCICE 2

12 points

Soit f la fonction numérique définie sur $] -1; +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2x^2 + 4x - 1}{(x+1)^2}.$$

On appelle \mathcal{C}_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 2 cm).

1. Vérifier que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme $f(x) = 2 - \frac{3}{(x+1)^2}$.

2. Déterminer $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x)$. En déduire l'existence d'une asymptote dont on déterminera une équation.
3. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. En déduire l'existence d'une asymptote dont on déterminera une équation.
4. Vérifier que la dérivée de f est définie par $f'(x) = \frac{6}{(x+1)^3}$.
Trouver le signe de $f'(x)$ sur $] -1 ; +\infty[$. En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
5. Déterminer une équation de la tangente T à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1.
6. Calculer les coordonnées du point d'intersection de \mathcal{C}_f avec l'axe des ordonnées puis du point d'intersection de \mathcal{C}_f avec l'axe des abscisses.
7. a. Compléter le tableau de valeurs, arrondies au dixième, suivant :

x	-0,5	0	1	2	3	5
$f(x)$						

- b. Construire sur un même graphique les asymptotes, T , puis \mathcal{C}_f .
8. a. Montrer que la fonction F définie sur $] -1 ; +\infty[$ par $F(x) = 2x + \frac{3}{x+1}$ est une primitive de la fonction f sur $] -1 ; +\infty[$.
- b. On considère la partie \mathcal{A} du plan comprise entre les droites d'équation $x = 1$, $x = 5$, la courbe \mathcal{C}_f et l'axe des abscisses.
Déterminer l'aire de \mathcal{A} en unités d'aire et ensuite en cm^2 .