Baccalauréat STI Arts appliqués – Métropole septembre 2010

EXERCICE **8 points**

Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiples. Pour chaque question, une seule des affirmations proposées est exacte. On indiquera pour chaque question la réponse correcte. Aucune justification n'est demandée. Une réponse correcte rapporte un point, une réponse fausse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2x^2 + 5x - 3$ et P la parabole représentant la fonction f dans un repère orthogonal.

a. Si $f(x) = 0$, alors $x = 1,5$;

b. P a pour sommet le point S de coordonnées $\left(\dfrac{5}{4}\ ;\ \dfrac{5}{40}\right)$

c. Pour tout x réel, $f(x) = (x-1)(2x-3)$;

d. $f(-1) = 6$.

2. Soit f la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{2x-3}{3x+1}$ et f' la dérivée de f sur $[0\ ;\ +\infty[$.

Alors, pour tout réel x positif ou nul :

a. $f'(x) = -\dfrac{7}{(3x+1)^2}$; **b.** $f'(x) = \dfrac{11}{(3x+1)^2}$; **c.** $f'(x) = \dfrac{2}{3}$; **d.** $f'(x) = \dfrac{11}{3x+1}$

3. Une solution de l'équation $e^{2x} - e^x - 2 = 0$ est :

a. -1 ; **b.** 0 ; **c.** e^2 ; **d.** $\ln(2)$

4. Pour tout x réel, $\dfrac{e^{x+1}}{e^{-1+x}}$ est égal à :

a. 1 ; **b.** e^2 ; **c.** $e^{x+1} \times e^{-(x+1)}$; **d.** e^{2x}

5. Soit F et F$'$ deux points distincts du plan. Alors l'ensemble des points M du plan tels que $\left|M\text{F} - M\text{F}'\right| = 8$ est :

a. l'ensemble vide ; **b.** une hyperbole ; **c.** une ellipse ; **d.** un cercle.

6. Dans un plan rapporté à un repère orthonormal, on considère l'ellipse E d'équation cartésienne $x^2 + 2y^2 = 16$. On appelle F et F$'$ les deux foyers de E. Alors :

a. un de ses sommets a pour coordonnées $(0\ ;\ 4)$;

b. $\text{FF}' = 8$;

c. un des foyers a pour coordonnées $\left(0\ ;\ 2\sqrt{2}\right)$;

d. Pour tout point M de E : $M\text{F} + M\text{F}' = 8$.

7. Dans une classe de 40 élèves, on sait que 10 élèves écoutent uniquement du rap, que 17 élèves écoutent uniquement de la techno et que 4 élèves écoutent à la fois du rap et de la techno. On interroge un élève au hasard. La probabilité qu'il n'écoute ni rap ni techno est :

a. $\dfrac{13}{40}$; **b.** $\dfrac{9}{40}$; **c.** $\dfrac{14}{40}$; $\dfrac{1}{10}$.

8. Une urne contient trois boules bleues et deux boules vertes.

On tire au hasard une boule que l'on remet dans l'urne après avoir noté sa couleur, puis on tire une deuxième boule au hasard. La probabilité d'obtenir deux boules de couleurs différentes est :

a. $\dfrac{12}{5}$; **b.** $\dfrac{12}{25}$; **c.** $\dfrac{6}{25}$; $\dfrac{1}{5}$.

PROBLÈME **12 points**

Première partie

La courbe $(\mathscr{C})$ donnée en annexe est la représentation graphique d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,3]$ dans le plan muni d'un repère orthonormé d'origine O.
On désigne par f' la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,3]$.
La courbe $(\mathscr{C})$ passe par les points A, B et D d'abscisses respectives 1, 2 et 3. Les points A, A$'$, B$'$ et D$'$ ont des coordonnées entières.
La droite (BE), parallèle à l'axe des abscisses, est tangente en B à la courbe $(\mathscr{C})$. La droite (AB') est tangente en A à la courbe $(\mathscr{C})$. On répondra aux questions ci-dessous par une lecture graphique. De ce fait, certains résultats seront donnés en valeurs approchées à 0,1 près.

1. Déterminer $f(1)$, $f(2)$ et $f(3)$.
2. **a.** Déterminer une équation de la droite (AB').

   b. Déterminer $f'(1)$ et $f'(2)$.
3. Dresser le tableau des variations de la fonction f et préciser le signe de sa dérivée f'.
4. Calculer l'aire du triangle AA$'$B$'$ en unités d'aires.

Deuxième partie

La fonction représentée dans la première partie est définie sur l'intervalle $[1\,;\,3]$ par :

$$f(x) = x - 2\ln(x).$$

1. Vérifier que $f(3) = \ln\left(\dfrac{\mathrm{e}^3}{9}\right)$.
2. Soit F la fonction définie sur $[1\,;\,3]$ par :

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - 2x\ln x.$$

   a. Vérifier que F est une primitive de f sur l'intervalle $[1\,;\,3]$.

   b. Calculer la valeur exacte de l'intégrale $\mathrm{I} = \displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$ et en donner une interprétation graphique.
3. Soit $(\mathscr{P})$ la partie du plan limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses, la droite (AB$'$) et la droite (DD$'$).

   a. Hachurer $(\mathscr{P})$.

   b. Le domaine $(\mathscr{P})$ représente la maquette du logo d'une société. Une unité sur le graphique représente 10 cm en réalité.
   Calculer l'aire en cm^2 de ce logo en grandeur réelle, arrondie au cm^2.

Annexe au problème