Durée : 4 heures

Baccalauréat STI Antilles-Guyane 20 juin 2012
Génie mécanique (options A et F), civil, énergétique

EXERCICE 1 **5 points**

Une machine fabrique 10 000 pièces par jour. En sortie de fabrication, on a constaté qu'une pièce pouvait présenter deux sortes de défauts : A et B.
Un contrôle qualité a permis d'établir qu'en moyenne :

— 10 % du total des pièces présentent le défaut A ;
— 15 % du total des pièces présentent le défaut B ;
— 2 % du total des pièces présentant à la fois les défauts A et B.

1. Compléter le tableau figurant en annexe 1 qui sera à rendre avec la copie.
Aucune justification n'est attendue.

2. On prélève une pièce au hasard dans la production d'une journée. Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies.

a. Calculer la probabilité p_1 qu'elle n'ait aucun défaut.

b. Calculer la probabilité p_2 qu'elle présente un seul défaut.

3. Une entreprise commercialise les pièces fabriquées par cette machine.
— Les pièces qui ne présentent aucun défaut sont vendues 20 euros chacune.
— Les pièces qui présentent les deux défauts ne sont pas mises en vente.
— Parmi les pièces qui présentent un seul défaut, 80 % sont vendues 12 euros chacune et les autres ne sont pas mises en vente.
— Dans tous les cas, le coût de fabrication d'une pièce est 10 euros.

a. Calculer sur les 10 000 pièces fabriquées le nombre de pièces vendues 12 euros.

b. Sur les 10 000 pièces fabriquées, montrer que l'entreprise peut espérer un bénéfice de 74 160 euros.

EXERCICE 2 **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées dont une seule est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. On ne demande aucune justification.
Chaque réponse juste rapporte 1 point ; une réponse fausse enlève 0,25 point ; une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.
Si le total des points est négatif, il est ramené à zéro.

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Le nombre complexe $z = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$ a pour nombre complexe conjugué :

a. $-1 - \mathrm{i}\sqrt{3}$ **b.** $-1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$ **c.** $1 - \mathrm{i}\sqrt{3}$ **d.** $\dfrac{1}{1+\mathrm{i}\sqrt{3}}$

2. L'équation $\dfrac{z-1}{z+1} = \mathrm{i}$ d'inconnue z admet pour solution :

a. i **b.** $\dfrac{1}{2} - \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **c.** $\dfrac{1}{2} + \mathrm{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **d.** $-\mathrm{i}$

3. Le nombre complexe $z = 2\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$ a pour forme algébrique :

a. $-2+2\mathrm{i}$ **b.** $2+2\mathrm{i}$ **c.** $2+\mathrm{i}\sqrt{2}$ **d.** $2-2\mathrm{i}$

4. Le nombre complexe $z = -4\mathrm{i}$ a respectivement pour module et argument :

a. 4 et 0 **b.** 1 et $\dfrac{\pi}{4}$ **c.** 4 et $-\dfrac{\pi}{2}$ **d.** -4 et $\dfrac{3\pi}{2}$

5. Le nombre complexe $z = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}\text{i}$ a pour notation exponentielle :

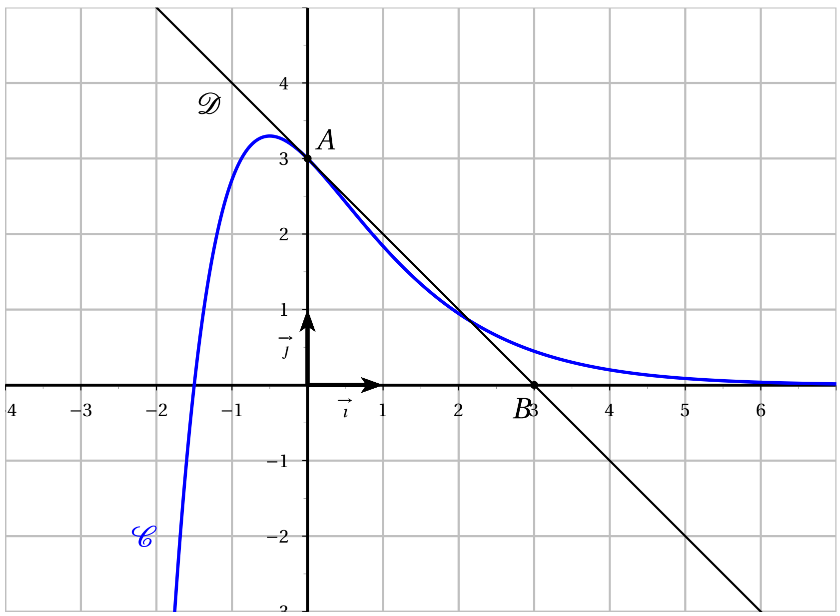
a. $-\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{6}}$ **b.** $\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{6}}$ **c.** $\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{6}}$ **d.** $-\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{6}}$

PROBLÈME **10 points**

On désigne par $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels.
Les deux parties de ce problème peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A : lectures graphiques

La courbe $\mathscr{C}$ ci-dessous représente dans un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (ax+b)\text{e}^{-x}$, où a et b sont deux nombres réels.



La droite $\mathscr{D}$ est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 0.
Cette tangente passe par le point B de coordonnées $(3\,;\,0)$.

1. **a.** Lire graphiquement $f(0)$.
   b. En déduire la valeur de b.
2. **a.** Lire graphiquement le coefficient directeur de la tangente $\mathscr{D}$.
   b. On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Pour tout réel x, calculer $f'(x)$, puis en déduire la valeur de a.

Partie B : étude d'une fonction et calcul intégral

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x+3)\text{e}^{-x}$.

1. **a.** Étudier la limite de f en $-\infty$.
   b. Étudier la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.
2. **a.** Démontrer que pour tout réel x, on a : $f'(x) = (-2x-1)\text{e}^{-x}$.
   b. Étudier le signe de f' sur $\mathbb{R}$.
   c. En déduire le sens de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variation de f.

3. **a.** Vérifier que pour tout réel x, on a : $f(x) = -f'(x) + 2\text{e}^{-x}$.
   b. En déduire une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.
4. On considère l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\text{d}x$.
   a. Calculer la valeur exacte de I, puis donner une valeur approchée de I à 10^{-3} près.
   b. Étudier le signe de $f(x)$ sur l'intervalle $[0~;~1]$.
   c. Interpréter I comme l'aire, en unités d'aire, d'un domaine du plan à définir.

Annexe de l'exercice 1
(à rendre avec la copie)

	Nombre de pièces présentant le défaut A	Nombre de pièces ne présentant pas le défaut A	Total
Nombre de pièces présentant le défaut B			
Nombre de pièces ne présentant pas le défaut B			
Total			10 000