Baccalauréat STI Génie électronique Polynésie
8 juin 2005

EXERCICE 1 **4 points**

Un établissement scolaire propose à chaque élève des sorties culturelles. Celles-ci sont de trois types : théâtre, sport ou cinéma.
On considère que chaque élève choisit de façon aléatoire deux sorties culturelles. On suppose l'équiprobabilité des choix.

1. On s'intéresse aux différents choix possibles qui s'offrent à un élève. Ainsi participer à une sortie sport et une sortie théâtre correspond au choix [S ; T]. De même participer à deux sorties cinéma correspond au choix [C ; C]. On ne tient pas compte de l'ordre des sorties. Dresser la liste des six choix possibles.
2. Une sortie théâtre coûte 12 €, une sortie sport coûte 8 €et une sortie cinéma coûte 4 €. On définit une variable aléatoire X qui, à chaque choix, associe la dépense totale pour l'élève. Ainsi, au choix [S ; T], la variable aléatoire X associe 20.
   a. Déterminer l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire X.
   b. Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant, donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X :

x_i					
$P[X = x_i]$					

   c. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de la variable aléatoire X. Que représente $E(X)$?

EXERCICE 2 **5 points**

La figure sera construite sur la copie et complétée au fur et à mesure de la résolution de l'exercice. On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O} ;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$ d'unité graphique 4 cm.
Soit A le point d'affixe z_{A} de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{3}$, B le point d'affixe z_{B} égale à i et C le point d'affixe z_{C} égale à 1.

1. **a.** Placer les points A, B et C (la construction du point A se fera uniquement avec le compas et on laissera apparents les traits de construction sur la copie).
   b. Construire le point E tel que $\overrightarrow{\mathrm{O}E} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}}$.
   c. Prouver que le quadrilatère OAEB est un losange.
2. On note z_E l'affixe du point E. écrire le nombre complexe z_{A} sous forme algébrique, en déduire que $z_E = \frac{1}{2} + \frac{2+\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$.
3. **a.** On considère l'application f définie dans $\mathbb{C}$ par $f(z) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}z$. Caractériser la transformation géométrique r associée à f.
   b. Le point E' est l'image du point E par la transformation r. On note $z_{E'}$ l'affixe du point E'. Sachant qu'un argument de z_E est $\frac{5\pi}{12}$ justifier qu'un argument de $z_{E'}$ est $\frac{\pi}{4}$ et construire le point E'.

Problème **11 points**

Partie A

Soit une fonction f définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ dont la courbe représentative $\mathscr{C}$ est tracée dans l'annexe 1 (à remettre avec la copie). Les droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$ sont asymptotes à la courbe $\mathscr{C}$.

1. Déterminer une équation de chacune des droites $\mathscr{D}_1$ et $\mathscr{D}_2$.

2. En déduire $\displaystyle\lim_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f(x)$ et $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

3. Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.

Partie B

La fonction de la **partie A** est définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{2x}{x+1} - \mathrm{e}^{-x}.$$

1. a. Retrouver par le calcul $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

b. Retrouver par le calcul $\displaystyle\lim_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f(x)$.

2. a. On note f' la dérivée de la fonction f, déterminer $f'(x)$ et étudier son signe sur l'intervalle $]-1;+\infty[$.

b. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur cet intervalle.

c. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse zéro ; tracer cette tangente T sur l'annexe 1 (à remettre avec la copie).

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[0\ ;\ 1]$ une solution unique α et donner une valeur du nombre réel α, arrondie à 10^{-2}.

Partie C

1. Montrer que pour tout x de l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ on a :

$$f(x) = 2 - \frac{2}{x+1} - \mathrm{e}^{-x}.$$

2. Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$.

3. En déduire la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ 2]$. On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie à 10^{-1}.