∾ Baccalauréat STI Métropole septembre 2005 ∾
Génie des matériaux, mécanique B, C, D, E

EXERCICE 1 **4 points**

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres réels l'équation suivante :

$$2x^2 - 3x - 2 = 0.$$

2. En déduire les solutions dans l'ensemble des nombres réels des équations suivantes :
   a. $2\sin x^2 - 3\sin x - 2 = 0$.
   b. $2\mathrm{e}^{2x} - 3\hat{\mathrm{e}}^{x} - 2 = 0$.
   c. $\ln x + \ln\left(x - \dfrac{3}{2}\right) = 0$ où ln désigne la fonction logarithme népérien.

EXERCICE 2 **6 points**

On désigne par I l'intervalle $\left[-\dfrac{\pi}{6}\ ;\ \dfrac{\pi}{6}\right]$.
Soit Γ la représentation graphique dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 6 cm), de la fonction f définie, pour tout nombre réel de I, par :

$$f(x) = \cos 3x.$$

1. **a.** Calculer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.
   b. Déterminer le tableau de variations de f sur I.
2. **a.** Calculer le coefficient directeur de chacune des tangentes à Γ aux points d'abscisses $-\dfrac{\pi}{6}$ et $\dfrac{\pi}{6}$.
   b. Dans le repère $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, tracer les tangentes à Γ aux points d'abscisses $-\dfrac{\pi}{6}$ et $\dfrac{\pi}{6}$, puis tracer Γ.
3. Déterminer l'aire de la partie (S) du plan comprise entre Γ et l'axe des abscisses.

PROBLÈME **10 points**

A.

Soit f la fonction numérique définie, pour tout nombre réel x de $\left]\dfrac{1}{2}\ ;\ +\infty\right[$, tel, par :

$$f(x) = \ln[h(x)] = \ln\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.
Soit $\mathscr{C}$ la représentation graphique de f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).

1. Étude du comportement de f en $\dfrac{1}{2}$.

   a. Calculer $h\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

   b. Déterminer la limite de f en $\dfrac{1}{2}$.

c. En déduire que $\mathscr{C}$ admet une asymptote Δ dont on donnera une équation.

2. étude du comportement de f en $+\infty$:

a. Calculer la limite de la fonction h en ∞

b. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

c. En déduire que $\mathscr{C}$ admet une asymptote dont on donnera une équation.

3. Étude des variations de f :

a. Montrer que, pour tout nombre réel x de $\left]\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$

$$f(x) = \ln(2x-1) - \ln(2x+1).$$

b. En déduire la fonction dérivée f' de f.

c. Étudier le signe de f' sur $\left]\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$.

d. Établir le tableau de variations de f sur $\left]\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$.

4. Dans le repère $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$, tracer Δ, puis la courbe $\mathscr{C}$ sur $\left]\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$. On placera l'origine du repère au centre de la feuille).

B.

Soit G la fonction numérique définie, pour tout nombre réel x de $\left]\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$ par :

$$G(x) = (2x-1)\ln(2x-1) - (2x+1)\ln(2x+1).$$

1. Déterminer la fonction dérivée G' de G, pour tout nombre réel x de $\left]\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$.

2. En déduire une primitive F de la fonction f, pour tout nombre réel x de $\left]\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$.

3. Calculer, en unités d'aires, l'aire de la partie du plan limitée par $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$.
Donner la valeur exacte de cette aire en cm^2, puis sa valeur décimale arrondie au mm^2 près.