∾ Baccalauréat STI Antilles–Guyane juin 2000 ∾
Génie mécanique (B, C, D, E), des matériaux

Durée : 4 heures Coefficient : 4

EXERCICE 1 **4 points**

Une enquête a été effectuée auprès de 450 jeunes titulaires d'un baccalauréat d'enseignement général ou technique, 3 ans après l'obtention de leur diplôme :

- 20 % sont titulaires d'un bac STI;
- le tiers des 450 jeunes interrogés ont un emploi;
- 220 continuent leurs études; parmi eux, 15 % sont titulaires d'un bac STI;
- 95 % de ceux qui sont au chômage sont titulaires d'un bac autre que STI.

1. Recopier et compléter le tableau des effectifs suivant :

Situation / Nature du Bac	Ont un emploi	Continuent leurs études	Sont au chômage	Total
Bac STI				
Autre Bac				
Total		220		450

2. Dans cette question, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
On choisit un jeune au hasard parmi les 450 interrogés.

a. Calculer les probabilités des évènements suivants :
A : « le jeune a un bac STI »;
B : « le jeune continue ses études ».

b. Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$.
Déterminer la probabilité de l'évènement $A \cup B$.

c. Définir par une phrase l'évènement $A \cup B$.
Déterminer la probabilité de l'évènement $A \cup B$.

d. le jeune choisi au hasard est titulaire du bac STI. Quelle est la probabilité p pour qu'il ait un emploi?

EXERCICE 2 **4 points**

le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $\left(O\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$ d'unité graphique 2 cm.
On désigne par A le point d'affixe $Z_A = 2 + i\sqrt{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :

$$z^2 + 2\sqrt{2}z + 6 = 0.$$

On appelle z_B la solution de cette équation dont la partie imaginaire est positive.
Placer dans le plan complexe les points A et B d'affixes respectives Z_A et Z_B.

2. Montrer que les points A et B appartiennent au cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon $\sqrt{6}$.

3. Soient I, J et K les points d'affixes respectives z_I, z_J et z_K telles que :

- $z_I = 2i$;
- z_J est le nombre complexe de module 2 et d'argument $\dfrac{3\pi}{4}$;
- $z_K = -z_J$.

a. Donner la forme algébrique de z_{J}.

b. Placer les points I, J et K dans le plan complexe.
Quelle est la nature du triangle IJK? Justifier.
Donner le rayon du cercle $(\mathscr{C}')$ circonscrit au triangle IJK.

4. Soit E l'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie la relation :

$$2 < |z| < \sqrt{6}.$$

a. Tracer les cercles $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$.

b. Représenter l'ensemble E sur le graphique précédent à l'aide de hachures.
Justifier.

PROBLÈME **12 points**

le but de ce problème est d'étudier la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -\text{e}^{2x} + 4\text{e}^{x} - \frac{7}{4}.$$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).

Partie A - Résolution d'une inéquation

1. Résoudre, dans l'ensemble des nombres réels, l'inéquation d'inconnue y :

$$-y^2 + 4y - \frac{7}{4} \geqslant 0$$

2. Déduire de la question précédente que l'ensemble des nombres réels x tels que $-\text{e}^{2x} + 4\text{e}^{x} - \frac{7}{4}$ est positif ou nul est l'intervalle $\left[-\ln 2~;~\ln \frac{7}{2}\right]$.
(On pourra poser : $\text{e}^x = y$.)

Partie B - Étude de la fonction *f* et tracé de sa courbe représentative

1. a. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$.
En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet une asymptote Δ dont on donnera une équation.

b. Montrer que :

$$f(x) = \text{e}^{x}\left(-\text{e}^{x} + 4 - \frac{4}{4\text{e}^{x}}\right).$$

En déduire la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

2. a. Calculer la dérivée f' de la fonction f. Montrer que $f'(\ln 2) = 0$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ pour x élément de $\mathbb{R}$ et en déduire le tableau de variations de f.

3. a. Calculer les coordonnées de E, point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de l'axe des ordonnées.

b. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ en ce point.

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous en donnant pour $f(x)$, lorsque c'est nécessaire, des valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.

x	-4	-2	-1	0	$\ln 2$	1	$\frac{3}{2}$
$f(x)$							

5. Tracer avec précision la tangente T et la courbe $\mathscr{C}$.

Partie C - Calcul d'aire

1. Déterminer une primitive F de la fonction f.
2. À l'aide de la partie A, étudier la position de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à l'axe des abscisses.
   Préciser les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de l'axe des abscisses.
3. On note $\mathscr{A}$ l'aire, exprimée en cm^2, de la portion du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$ et l'axe des abscisses.
   Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}$, puis en donner une approximation décimale à 10^{-2} près.