

⌘ Baccalauréat STI Antilles–Guyane juin 2009 ⌘
Génie des matériaux, mécanique B, C, D, E

EXERCICE 1

4 points

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

Le plan complexe est muni du repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 1 cm.

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation suivante (E) :

$$(E) : (z-2)(iz+i+\sqrt{3})=0.$$

On donnera la forme algébrique des solutions.

2. Les points A et B ont pour affixes respectives : $z_A = 2$, $z_B = -1 + \sqrt{3}i$.
- Calculer le module et un argument de z_A .
 - Déterminer la forme trigonométrique de z_B .
 - Expliquer pourquoi les points A et B sont sur le même cercle Ω de centre O et de rayon 2,
 - On considère le point C d'affixe $z_C = -1 + \lambda i$ où λ est un nombre réel négatif.
Déterminer le nombre λ tel que le point C soit sur le cercle Ω .
Que représente le nombre complexe z_C par rapport au nombre complexe z_B ?
 - Sur la feuille annexe 1, placer avec soin les points A, B et C dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
(On laissera apparents les traits de construction à la règle et au compas. Ces traits seront pris en compte dans l'évaluation de la question.)
 - Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Quelle est la nature du triangle ABC? Justifier.

EXERCICE 2

5 points

Un objet produit en série a un coût de production de 95 euros.

Un objet défectueux à l'issue de sa fabrication peut présenter seulement le défaut A, seulement le défaut B, ou les deux défauts A et B simultanément.

La garantie permet d'effectuer les réparations aux frais du fabricant avec les coûts suivants :

- 10 euros pour le seul défaut A,
- 15 euros pour le seul défaut B,
- 25 euros pour les deux défauts A et B.

1. Sur un lot L de 200 objets prélevés sur l'ensemble de la production, on constate que 16 objets ont au moins le défaut A, 12 objets ont au moins le défaut B et 180 objets n'ont aucun des deux défauts.

- a. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous :

Nombre d'objets du lot L	Avec le défaut A	Sans le défaut A	Total
Avec le défaut B			
Sans le défaut B			
Total			

- b. On prélève au hasard un objet parmi les 200 objets du lot L, décrits précédemment.
Calculer la probabilité p_1 que cet objet ne présente aucun défaut. On donnera la valeur décimale de p_1 .
- c. On prélève au hasard un objet parmi les 200 objets du lot L, décrits précédemment.
Calculer la probabilité p_2 que cet objet présente seulement le défaut A. On donnera la valeur décimale de p_2 .
2. Pour la suite de l'exercice, on admettra que, sur l'ensemble de la production, 90 % des objets n'ont aucun défaut, 4 % des objets ont le seul défaut A, 2 % des objets ont le seul défaut B et 4 % des objets ont les deux défauts A et B.

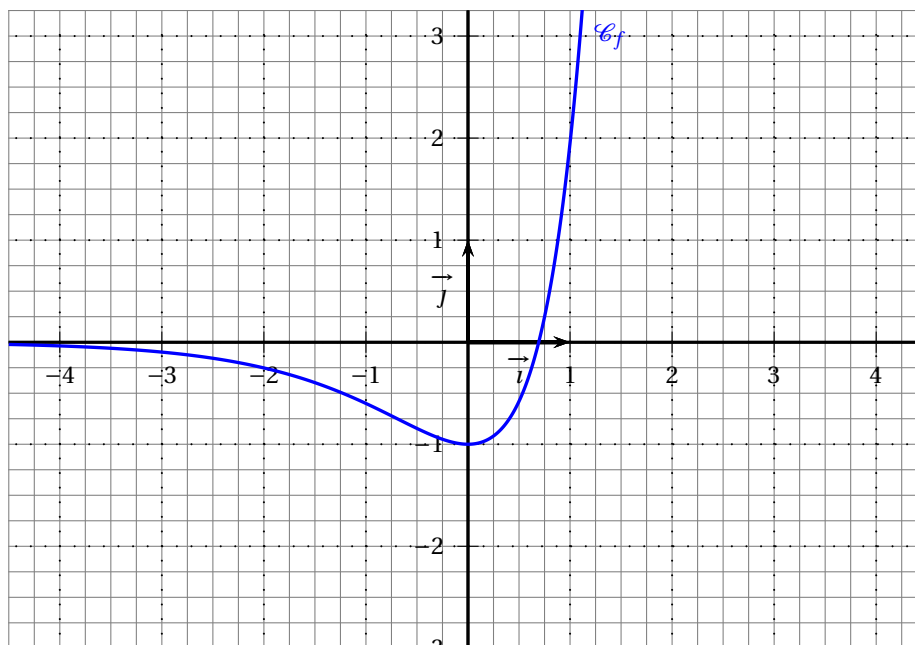
On note X la variable aléatoire qui, à chaque objet choisi au hasard sur l'ensemble de la production, associe son prix de revient, c'est-à-dire le coût de production augmenté éventuellement du coût de réparation.

- a. Quelles sont les valeurs possibles de la variable aléatoire X ?
- b. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X . (On pourra présenter cette loi sous la forme d'un tableau.)
- c. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ de cette variable aléatoire X . Que représente-t-elle pour l'usine?
On admet pour la suite de l'exercice que tous les objets produits sont vendus.
- d. L'usine peut-elle espérer faire des bénéfices en vendant 96 euros chaque objet produit?
- e. L'usine veut faire un bénéfice moyen de 10 euros par objet.
Expliquer comment on doit alors choisir le prix de vente d'un objet produit.

PROBLÈME**11 points****Partie A**

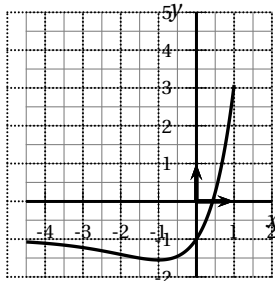
f est une fonction définie sur l'ensemble des réels \mathbb{R} .

La courbe représentative de cette fonction f , notée \mathcal{C}_f est donnée ci-dessous dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

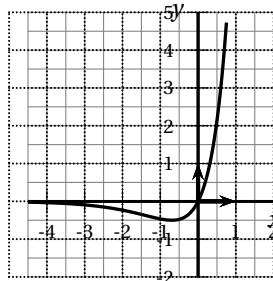


Les deux questions suivantes sont indépendantes.

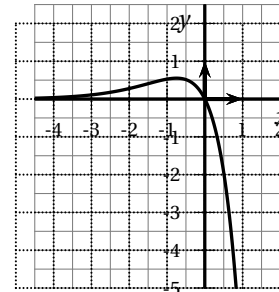
1. Parmi les trois courbes données ci-dessous se trouve la représentation graphique de la fonction f' , où f' désigne la fonction dérivée de f . Indiquez de quelle courbe il s'agit en justifiant votre choix.



Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3

2. La fonction f est définie par

$$f(x) = e^{\alpha x} - 2e^x, \text{ où } \alpha \text{ est un nombre réel.}$$

Sachant que la tangente à la courbe \mathcal{C}_f au point A de coordonnées $(0; -1)$ est horizontale, déterminer le nombre α . On détaillera le raisonnement et les calculs.

Partie B

La fonction f est la fonction définie sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels par

$$f(x) = e^{2x} - 2e^x.$$

La fonction f' est la fonction dérivée de la fonction f .

- Déterminer, en justifiant par des calculs, la limite de $f(x)$ en $+\infty$ (on pourra factoriser par e^x).
- Déterminer, en justifiant par des calculs, la limite de $f(x)$ en $-\infty$. Interpréter graphiquement.
- Vérifier que pour tout nombre réel x : $f'(x) = 2e^x(e^x - 1)$.
Dresser le tableau de variations complet de la fonction f (on justifiera soigneusement le signe de $f'(x)$).

Partie C

Soit g la fonction définie sur l'ensemble des réels \mathbb{R} par

$$g(x) = e^x + 4.$$

On note \mathcal{C}_g sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

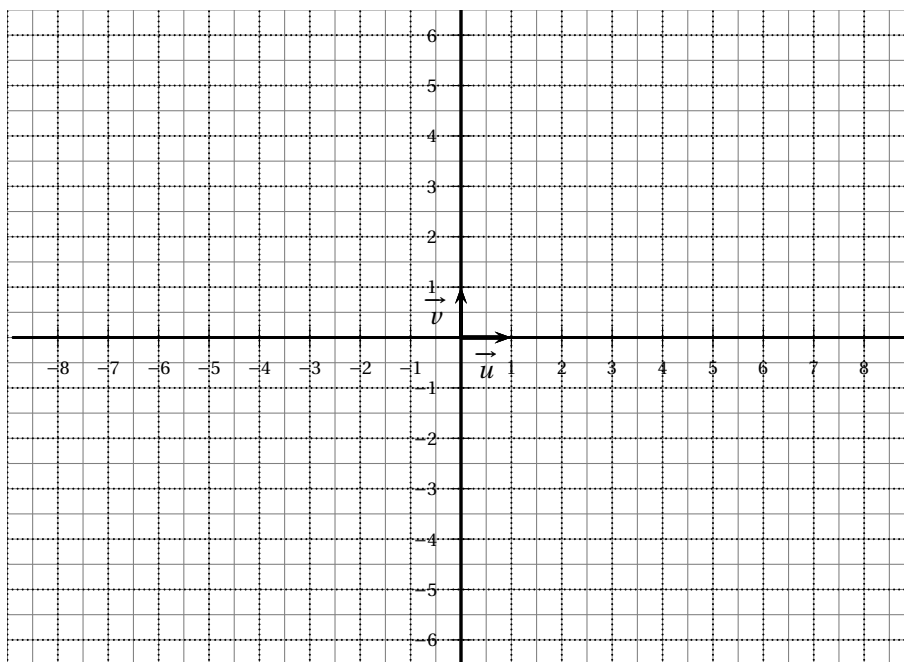
- Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante : $X^2 - 3X - 4 = 0$.
- En déduire les coordonnées du (ou des) points d'intersection des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .
 \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g sont données en annexe 2, dans le même repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan. L'unité est 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

On note S le domaine du plan délimité par la droite d'équation $x = 0$, la droite d'équation $x = 1$, la courbe \mathcal{C}_f et la courbe \mathcal{C}_g .

- a. Hachurer sur la feuille **annexe 2** le domaine S .

- b. Calculer, en unités d'aire puis en cm^2 , la mesure de l'aire \mathcal{A} du domaine S.

Annexe 1 (à rendre avec la copie)



Annexe 2 (à rendre avec la copie)

