∽ Baccalauréat STI 2000 ∽

L'intégrale de juin à décembre 2000

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

Antilles–Guyane Génie civil juin 2000 3

Métropole Génie civil juin 2000 6

Polynésie Génie civil juin 2000 9

Métropole Génie civil septembre 2000 11

Nouvelle-Calédonie Génie civil décembre 2000 14

Antilles–Guyane Génie électronique juin 2000 17

Métropole Génie électronique juin 2000 20

Métropole Génie électronique septembre 2000 24

Antilles–Guyane Génie des matériaux juin 2000 26

Métropole Génie des matériaux juin 2000 29

Métropole Génie des matériaux septembre 2000 31

∽ Baccalauréat STI Antilles juin 2000 ∾
Génie civil, énergétique, mécanique (A et F)

Durée : 4 heures — Coefficient : 4

EXERCICE 1 — **4 points**

Chacun des 150 élèves des classes de terminales STI d'un lycée ayant effectué un stage en entreprise a rédigé un rapport de stage.
Pour rendre ce rapport de stage le plus lisible et le plus attractif possible :

- 115 élèves ont utilisé un traitement de textes ;
- 100 élèves ont utilisé un tableur ;
- 75 élèves ont utilisé à la fois un traitement de textes et un tableur.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre d'élèves	ayant utilisé un traitement de textes	n'ayant pas utilisé un traitement de textes	Total
ayant utilisé un tableur	75		100
n'ayant pas utilisé de tableur			
Total	115		150

2. Un professeur étudie un des 150 rapports de stage choisi au hasard. On suppose que chaque rapport de stage a la même probabilité d'être ainsi choisi. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants

   A : « l'élève ayant rédigé ce rapport de stage n'a pas utilisé de tableur » ;

   B : « l'élève ayant rédigé ce rapport de stage a utilisé un traitement de textes mais pas de tableur » ;

   C : « l'élève ayant rédigé ce rapport de stage n'a utilisé ni un traitement de textes, ni un tableur ».

EXERCICE 2 — **5 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O} ; \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité 1 cm.
i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$; on rappelle que $\text{i}^2 = -1$.
On considère les points A(4 ; 0) et $\text{C}\left(-2\sqrt{3} ; -2\right)$ d'affixes respectives $z_\text{A} = 4$ et $z_\text{C} = -2\sqrt{3} - 2\text{i}$, et les points B et D d'affixes respectives $z_\text{B} = \text{i}z_\text{A}$ et
$z_\text{D} = \text{i}z_\text{C}$.

1. **a.** Calculer les modules des nombres complexes z_A et z_C.

   b. En déduire les modules des nombres complexes z_B et z_D.

   c. Montrer que les points A, B, C et D sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

2. **a.** Montrer que les coordonnées de B et D sont respectivement (0 ; 4) et $\left(2 ; -2\sqrt{3}\right)$.

   b. Placer les points A, B, C et D dans le repère $\left(\text{O} ; \vec{u}, \vec{v}\right)$.

3. **a.** Montrer que les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

   b. Montrer que les diagonales du quadrilatère ABCD sont perpendiculaires.

PROBLÈME **11 points**

Le but du problème est d'étudier la position relative d'une courbe et d'une tangente à cette courbe en un point, et de calculer l'aire d'un domaine plan.
Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 2 cm.

Sur la figure ci-après a été tracée la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f, définie pour tout réel x de l'intervalle $]0 ; 6]$ par :

$$f(x) = \frac{x+2}{x} + \ln x.$$

Partie A - étude de la fonction f

Soit f la fonction définie sur $]0 ; 6]$ par :

$$f(x) = \frac{x+2}{x} + \ln x.$$

1. Calculer la limite de f en zéro. On pourra mettre $f(x)$ sous la forme :

$$f(x) = \frac{x+2+x\ln x}{x}.$$

2. Calculer (1), $f(2)$, $f(\mathrm{e})$, $f(4)$ et $f(6)$.
3. **a.** Vérifier que, pour tout x dans l'intervalle $]0 ; 6]$, on a :

$$f'(x) = \frac{x-2}{x^2}.$$

   b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $]0 ; 6]$.
   c. Établir le tableau de variations de f sur $]0 ; 6]$.

Partie B - Position de la courbe par rapport à une tangente

1. Montrer qu'une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 4 est :

$$y = \frac{x}{8} + 1 + \ln 4.$$

2. On considère la fonction g définie sur $]0 ; 6]$ par :

$$g(x) = f(x) - \left(\frac{x}{8} + 1 + \ln 4\right).$$

   a. Vérifier que pour tout x de $]0 ; 6]$: $g(x) = \ln x - \ln 4 + \dfrac{2}{x} - \dfrac{x}{8}$.
   b. Montrer que pour tout x de $]0 ; 6]$: $g'(x) = \dfrac{-x^2 + 8x - 16}{8x^2}$.
   c. Déterminer le signe de $g'(x)$ sur $]0 ; 6]$.
   d. Préciser le sens de variation de g sur $]0 ; 6]$ (on ne demande pas les limites aux bornes du domaine de définition).
   e. Calculer $g(4)$ et en déduire le signe de g sur $]0 ; 6]$.
3. En déduire la position relative de $\mathscr{C}$ et T.
4. Tracer la droite T dans le repère $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ de la figure.

Partie C - Calcul d'une aire

1. Soit la fonction H définie sur $]0 ; 6]$ par :

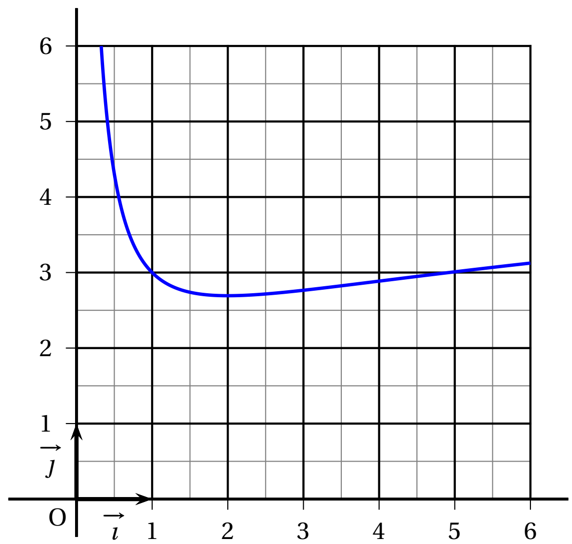
$$H(x) = (2 + x)\ln x.$$

Calculer $H'(x)$.

2. On considère la partie du plan comprise entre la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$. On appelle $\mathscr{A}$ l'aire, exprimée en cm^2, de cette partie du plan.

a. Hachurer cette partie sur la figure.

b. Donner la valeur exacte de $\mathscr{A}$ puis sa valeur approchée à 10^{-2} près par défaut.



☙ Baccalauréat STI Métropole juin 2000 ❧
Génie mécanique, civil, Génie énergétique

Durée : 4 heures | Coefficient : 4

EXERCICE 1 **5 points**

1. i est le complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
On considère les nombres complexes suivants :

$$a = \sqrt{3} + \mathrm{i} \qquad b = \sqrt{2} - \mathrm{i}\sqrt{2}.$$

Déterminer le module et un argument de $a,\ b$ et $\frac{a}{b}$.

2. Soit $z = \cos\frac{5\pi}{12} + \mathrm{i}\sin\frac{5\pi}{12}$. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}~;~\overrightarrow{u},~\overrightarrow{v}\right)$ avec 4 cm comme unité graphique. On considère les points $M_1,\ M_2,\ M_3,\ M_4$ d'affixes respectives $z,\ z^2,\ z^3,\ z^4$.

a. Déterminer le module et un argument de $z,\ z^2,\ z^3,\ z^4$.

b. En laissant vos traits de construction sur la copie, placer les points $M_1,\ M_2,\ M_3$ et M_4 dans le plan complexe.

EXERCICE 2 **4 points**

Un professeur organise un tournoi de football entre des équipes d'élèves de seconde et des équipes d'élèves de première. Voici les résultats des huit matchs joués le premier jour du tournoi.

	équipe de seconde	équipe de première
1er match	2 buts	1 but
2e match	2 buts	0 but
3e match	3 buts	3 buts
4e match	1 but	3 buts
5e match	0 but	1 but
6e match	0 but	0 but
7e match	1 but	4 buts
8e match	3 buts	2 buts

On choisit un match au hasard parmi les huit matchs du premier jour du tournoi ; tous les matchs ont la même probabilité d'être choisis

1. a. Montrer que la probabilité p_1 qu'aucun but n'ait été marqué au cours de ce match est égale à $\frac{1}{8}$.

b. Quelle est la probabilité p_2 que le match soit nul (c'est-à-dire que chaque équipe ait marqué le même nombre de buts) ?

2. Pour chaque match, on calcule la différence entre les nombres de buts marqués par les deux équipes, de façon à trouver un nombre positif ou nul. On définit ainsi une variable aléatoire X. Par exemple, pour le 5e match, la valeur de X est égale à 1 et pour le 8e match, elle est aussi égale à 1.

a. Donner les quatre valeurs possibles de X.

b. Déterminer la loi de probabilité de X.

c. Calculer l'espérance mathématique de X.

PROBLÈME **11 points**

Dans tout le problème, le plan $\mathscr{P}$ est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.
Soit f la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x+2+\ln x}{x}.$$

La courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f dans le repère $\left(\text{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ est tracée à la dernière page (à compléter au fur et à mesure et à rendre avec la copie).

Partie I - étude de la fonction *f*

1. D'après le graphique, il semble que l'axe des ordonnées soit asymptote à la courbe $\mathscr{C}$.
   Le prouver par le calcul.
2. **a.** Vérifier que pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$, $f(x) = 1 + \dfrac{2}{x} + \dfrac{\ln x}{x}$.
   b. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   c. En déduire l'existence d'une asymptote D à la courbe $\mathscr{C}$. Donner son équation et la tracer sur la dernière page.
3. **a.** Prouver que, pour tout x de $]0\,;\,+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{1-\ln x}{x^2}$.
   b. Montrer que $f'(x)$ s'annule en changeant de signe en e^{-1}.
   c. Établir le tableau de variations de f. Dans ce tableau, on donnera la valeur exacte du maximum de f.

Partie II - Position relative de deux courbes

1. Soit g la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \dfrac{x+2}{x}$ et $\mathscr{H}$ la courbe représentative de g dans le repère $\left(\text{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
   a. Étudier rapidement la fonction g sur $]0\,;\,+\infty[$ (dérivée, limites, tableau de variations).
   b. Donner les équations des deux asymptotes de la courbe $\mathscr{H}$.
2. **a.** Calculer $f(x) - g(x)$ et étudier son signe.
   b. Montrer que les deux courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{H}$ se coupent en un point K d'abscisse 1.
   c. Étudier la position relative des deux courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{H}$.
3. Placer le point K et construire la courbe $\mathscr{H}$ sur la dernière page.

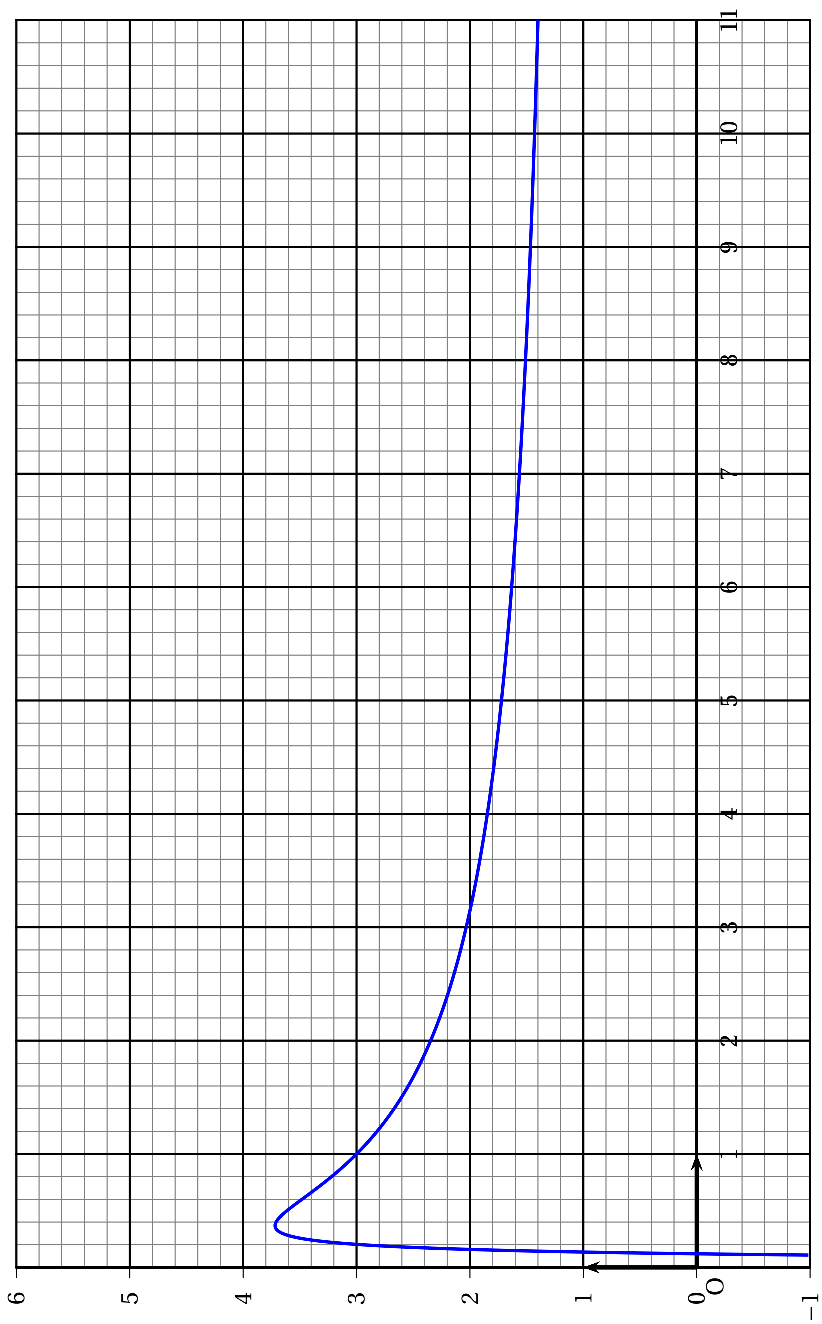
Partie III - Calcul d'une aire

Soit α un réel tel que $\alpha > 1$.
On note $\mathscr{A}(\alpha)$ l'aire du domaine limité par les courbes $\mathscr{C}$ et $\mathscr{H}$ et par les droites d'équation $x = 1$ et $x = \alpha$.

1. Soit u la fonction définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par $u'(x) = \dfrac{1}{2}(\ln x)^2$. Vérifier que u est une primitive de $\dfrac{\ln x}{x}$ sur $]0\,;\,+\infty[$.
2. Calculer $\mathscr{A}(\alpha)$ en cm^2.
3. En remarquant que $\ln\alpha$ est strictement positif, calculer α pour que $\mathscr{A}(\alpha) = 8\ \text{cm}^2$. Hachurer l'aire correspondante sur le graphique (dernière page) à rendre avec la copie.

Document à rendre avec la copie

Courbe représentative de la fonction f



∽ Baccalauréat STI Polynésie juin 2000 ∾
Génie civil, énergétique, mécanique (A et F)

Durée : 4 heures | Coefficient : 4

EXERCICE 1 **5 points**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $\left(O ; \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

1. Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $z^2 - 4z + 16 = 0$.
2. Pour tout nombre complexe z, on pose $f(z) = z^2 + z\left(5 - i\sqrt{3}\right) + 4\left(1 - i\sqrt{3}\right)$.
   a. Vérifier que $f(-4) = 0$.
   b. Déterminer les nombres a et b tels que, pour tout nombre complexe z, $f(z) = (z+4)(az+b)$.
   c. Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation $f(z) = 0$.
3. Calculer le module de chacun des nombres complexes -4 et $-1 + i\sqrt{3}$.
4. Soient A, B, C, D les points d'affixes respectives $2 + 2i\sqrt{3}$, $2 - 2i\sqrt{3}$, -4, $-1 + i\sqrt{3}$.
   a. Réaliser une figure et placer les points A, B, C, D.
   b. Montrer que A, B, C sont sur un même cercle, de centre O.
   c. Montrer que D est le milieu de [AC].
   d. Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

EXERCICE 2 **5 points**

1. Résoudre l'équation différentielle E : $9y'' + 16y = 0$.
2. Déterminer la solution particulière f de l'équation E dont la courbe représentative, dans le plan rapporté à un repère orthonormal, passe par le point A de coordonnées $\left(\frac{\pi}{2} ; 0\right)$ et admet en ce point une tangente de coefficient directeur égal à $-\dfrac{16}{3}$.
3. Vérifier que, pour tout réel x, $f(x) = 4\cos\left(\dfrac{4}{3}x - \dfrac{\pi}{6}\right)$.
4. **a.** Démontrer que $\dfrac{3\pi}{2}$ est une période pour f.
   b. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur l'intervalle $\left[0 ; \dfrac{3\pi}{4}\right]$.

PROBLÈME **10 points**

Les objectifs de ce problème sont l'étude d'une fonction, le tracé de sa courbe représentative et le calcul d'une aire associée à cette courbe.

Partie A - Étude d'une fonction auxiliaire g

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]-\infty ; 0]$ par

$$g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}.$$

1. Étudier la limite de g en $-\infty$.

2. Étudier le sens de variation de g.
3. **a.** Dresser le tableau de variations de g (on ne demande pas la représentation graphique de g).

   b. Démontrer que, pour tout x appartenant à $]-\infty~;~0]$, $g(x) \geqslant 0$.

Partie B - Étude de la fonction f

Soit f la fonction définie sur $]-\infty~;~0]$ par

$$f(x) = x + 3 - x\mathrm{e}^{2x}.$$

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. **a.** Étudier la limite de f en $-\infty$.

   b. Calculer $f'(x)$ puis, en utilisant la partie A, en déduire le sens de variation de f.

   c. Dresser le tableau de variations de f.
2. **a.** Montrer que la droite D, d'équation $y = x + 3$, est asymptote à $\mathscr{C}$.

   b. Préciser la position relative de $\mathscr{C}$ et D.
3. **a.** Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution notée α, dans l'intervalle $[-5~;~0]$. En déduire que α est l'unique solution de l'équation $f(x) = 0$, dans l'intervalle $]-\infty~;~0]$.

   b. Déterminer un encadrement de α, d'amplitude 10^{-1}.
4. Tracer D et $\mathscr{C}$.

Partie C - Calcul d'une aire

Soit H la fonction définie pour tout x appartenant à $]-\infty~;~0]$ par

$$H(x) = \mathrm{e}(ax + b),$$

où a et b sont des nombres réels.

1. **a.** Déterminer les réels a et b pour que H soit une primitive de la fonction qui, à x associe $x\mathrm{e}^{2x}$.

   b. En déduire une primitive de f.
2. Calculer la valeur exacte de l'aire, en cm^2, du domaine compris sur le graphique entre la courbe $\mathscr{C}$, la droite D et les droites d'équations respectives $x = -\ln 3$ et $x = 0$, puis en donner la valeur décimale arrondie à 10^{-2}.

Baccalauréat STI Métropole septembre 2000
Génie Civil, énergétique, mécanique (A et F)

EXERCICE 1 **4 points**

Les trois machines A, B et C d'un atelier ont une production totale de 10 000 pièces du même type. Elles produisent respectivement 2 000, 3 000 et 5 000 pièces.
Par ailleurs, on constate que le nombre de pièces avec défaut est de 100 pour A, de 120 pour B et de 150 pour C.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

	Machine A	Machine B	Machine C	TOTAL
Nombre de pièces sans défaut				
Nombre de pièces avec défaut			150	
TOTAL	2 000			10 000

2. Une pièce est choisie au hasard dans la production totale.
Toutes les pièces ont la même probabilité d'être choisies.

a. Montrer que la probabilité p_1 pour qu'elle provienne de A est égale à $0,2$.

b. Montrer que la probabilité p_2 pour qu'elle ait un défaut est égale à $0,037$.

c. Calculer à 10^{-3} près la probabilité p_3 pour qu'elle provienne de B et qu'elle soit sans défaut.

3. Une pièce est choisie au hasard dans l'ensemble des pièces sans défaut.
Toutes ces pièces ayant la même probabilité d'être choisies, calculer à 10^{-3} près la probabilité pour qu'elle provienne de B.

EXERCICE 2 **4 points**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation

$$(z-4)\left(z^2-2z+4\right)=0.$$

2. On note A, B et C les points d'affixes respectives :

$$z_\text{A}=4 \quad ; \quad z_\text{B}=1+\text{i}\sqrt{3} \quad ; \quad z_\text{C}=1-\text{i}\sqrt{3}.$$

a. Écrire z_B et z_C sous forme trigonométrique.

b. Placer avec précision les points A, B et C dans le plan complexe.
On fera le dessin sur la copie

c. Calculer $|z_\text{B}-z_\text{A}|$, $|z_\text{C}-z_\text{B}|$ et $|z_\text{C}-z_\text{A}|$.

d. En déduire la nature du triangle ABC.

3. On note K le point d'affixe $z_\text{K}=-\sqrt{3}+\text{i}$.

a. Placer avec précision le point K sur la figure précédente.

b. Démontrer que le triangle OBK est rectangle isocèle.

PROBLÈME **12 points**

On se propose d'étudier, dans une première partie, quelques propriétés d'une fonction f dont la représentation graphique est donnée. On s'intéresse, dans une seconde partie, à l'une de ses primitives et, dans une troisième partie, au calcul d'une aire.

Pour tout le problème, le plan est muni du repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ *d'unité graphique* 4 cm.

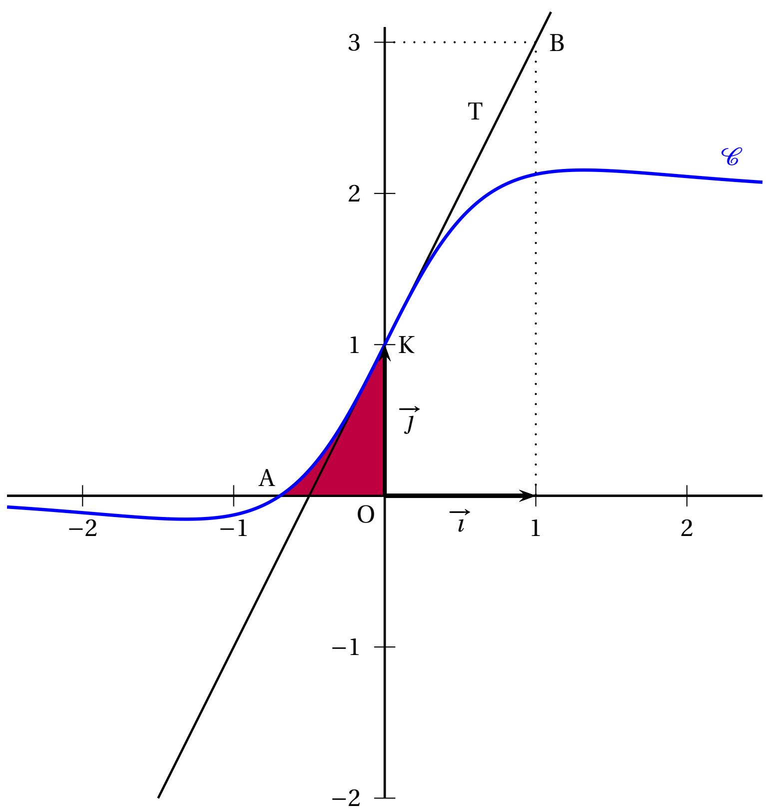
Partie A - étude graphique d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $]-\infty\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{2\text{e}^{2x}-\text{e}^{x}}{\text{e}^{2x}-\text{e}^{x}+1}.$$

On trouvera sur le graphique ci-après, le tracé de la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f et le tracé de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point K(0 ; 1), dans le repère orthonormé $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$.

On admet que le point K est centre de symétrie de la courbe $\mathscr{C}$ et que le point B(1 ; 3) appartient à la tangente T.



1. On se propose de démontrer certaines propriétés de la courbe $\mathscr{C}$.
   a. Étudier la limite de f en $-\infty$ et préciser l'asymptote à $\mathscr{C}$ correspondante.
   b. On admet que pour tout réel x, $f(x)$ peut se mettre sous la forme :

$$f(x)=\frac{2-\text{e}^{-x}}{1-\text{e}^{-x}+\text{e}^{-2x}}.$$

   En déduire la limite de f en $+\infty$ et préciser l'asymptote à $\mathscr{C}$ correspondante.

c. Vérifier, par le calcul, que le point A$(-\ln 2~;~0)$ est un point de la courbe $\mathscr{C}$.

2. Grâce à une lecture graphique, répondre aux questions suivantes en justifiant vos réponses.

a. Déterminer la valeur de $f'(0)$.

b. Donner le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie B - étude d'une primitive de f sur $]-\infty~;~+\infty[$

Soit F la fonction définie sur $]-\infty~;~+\infty[$ par

$$F(x) = \ln\left(\text{e}^{2x} - \text{e}^{x} + 1\right).$$

et Γ sa courbe représentative dans le repère orthonormé $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

1. Étudier la limite de F en $-\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat pour la courbe Γ.

2. **a.** Vérifier que pour tout réel x, $F(x)$ peut s'écrire :

$$F(x) = 2x + \ln\left(1 - \text{e}^{-x} + \text{e}^{-2x}\right).$$

b. Calculer la limite de F en $+\infty$, puis la limite de $F(x) - (2x)$ en $+\infty$.

c. En déduire que la courbe Γ admet une droite asymptote.

3. **a.** Démontrer que f est la fonction dérivée de F sur $]-\infty~;~+\infty[$.

b. Vérifier que $F(-\ln 2) = \ln \dfrac{3}{4}$.

c. Déduire de la **partie A** le tableau de variations de la fonction F.

4. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant les résultats à 10^{-2} près :

x	-3	-2	-1	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$F(x)$									

5. Sur la feuille de papier millimétré, tracer dans le repère $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 4 cm, les droites d'équations respectives $y = 2x$ et $y = 0$, puis la courbe Γ.

Partie C - Calcul d'une aire

1. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_{-\ln 2}^{0} f(x)\,\text{d}x$.

2. En déduire la valeur exacte en cm^2 de l'aire du domaine AOK (grisé sur la courbe jointe) et en donner une valeur approchée à un millimètre carré près par excès.

Baccalauréat STI Nouvelle Calédonie décembre 2000
Génie énergétique, civil, mécanique

EXERCICE 1 **5 points**

On dispose de deux urnes U_1 et U_2.
L'urne U_1 contient 4 boules rouges portant respectivement les numéros 0, 1, 2, 4 et l'urne U_2 contient 3 boules vertes portant respectivement les numéros 1, 3, 5.
On tire au hasard et simultanément une boule de l'urne U_1 et une boule de l'urne U_2.

- a désigne le numéro de la boule tirée de U_1 et b celui de la boule tirée de U_2.
- z est le nombre complexe dont la partie réelle est a et la partie imaginaire b. On suppose que les écritures algébriques $z = a + \mathrm{i}b$ possibles sont équiprobables.

Les probabilités demandées seront données sous forme de fractions irréductibles.

1. Dresser une liste de toutes les écritures algébriques possibles de z.
2. Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :
   a. E_1 : « $z = 1 + 3\mathrm{i}$ »,
   b. E_2 : « $z + \overline{z} = 2$ ».
3. On désigne par A l'évènement « le module de z est 5 », et par B l'évènement « z est un imaginaire pur ».
   a. Calculer la probabilité de l'évènement A puis celle de l'évènement B.
   b. Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$. Calculer la probabilité de cet évènement.
   c. En déduire la probabilité de l'évènement $A \cup B$.
4. On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, associe $a + b$.
   a. Quelles sont les valeurs prises par X ?
   b. Déterminer la loi de probabilité de X.
   c. Calculer l'espérance mathématique $\mathrm{E}(X)$ de X.

EXERCICE 2 **5 points**

On appelle f la fonction numérique définie sur l'intervalle $[0 ; 1]$ par :

$$f(x) = \mathrm{e}^x - 1.$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$; unité graphique 10 cm.

1. Représenter la courbe $(\mathscr{C})$.
2. **a.** Calculer $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   b. En déduire que la valeur moyenne μ de f sur l'intervalle $[0 ; 1]$ est égale à e -2. Donner l'arrondi au centième de μ.
   On désigne par $(\mathscr{P})$ la partie du plan limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = 1$, et par $(\mathscr{R})$ la partie du plan limitée par la droite d'équation $y = \mu$, l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.
3. **a.** Représenter $(\mathscr{P})$ et $(\mathscr{R})$ en utilisant des hachures.
   b. Justifier le fait que $(\mathscr{P})$ et $(\mathscr{R})$ ont la même aire.

4. On désigne par V_1 le volume, exprimé en unités de volume, du solide engendré par la rotation de la partie $(\mathscr{P})$ autour de l'axe des abscisses et par V_2 celui du solide engendré par la rotation de la partie $(\mathscr{R})$ autour du même axe.

$$\text{(On rappelle que } V_1 = \pi \int_0^1 (f(x))^2\,\mathrm{d}x.$$

On se propose de comparer V_1 et V_2.

a. Calculer la valeur exacte de V_1.

b. Calculer la valeur exacte de V_2.

c. Calculer la valeur exacte de $V_1 - V_2$ puis donner un arrondi au millième. Conclure.

PROBLÈME **10 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

Partie A : détermination d'une fonction

On considère la fonction φ, définie sur l'intervalle $]-1\,;\ +\infty[$ par :

$$\varphi(x) = a - (bx+1)\ln(x+1), \text{ où } a \text{ et } b \text{ sont deux nombres réels.}$$

La courbe $\left(\mathscr{C}_\varphi\right)$ représentative de la fonction φ satisfait aux conditions suivantes :

- $\left(\mathscr{C}_\varphi\right)$ passe par le point A de coordonnées $(0\,;\mathrm{e})$,
- $\left(\mathscr{C}_\varphi\right)$ passe par le point B de coordonnées $(\mathrm{e}-1\,;\ 0)$.

1. Déterminer a puis b.

2. En déduire $\varphi(x)$.

Partie B : étude d'une fonction et tracé de sa courbe représentative

On appelle f la fonction définie sur l'intervalle $]-1\,;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \mathrm{e} - (bx+1)\ln(x+1).$$

On désigne par $\left(\mathscr{C}_f\right)$ sa courbe représentative.

1. a. Démontrer que la limite de f en -1 est égale à e. (On admettra que $\lim\limits_{X\to 0} X\ln X = 0$).

b. Calculer la limite de f en $+\infty$.

2. a. Démontrer, en la résolvant, que l'équation $f'(x) = 0$ admet une unique solution, notée α, dans l'intervalle $]-1\,;\ +\infty[$.

Donner une valeur exacte puis la valeur décimale arrondie à 10^{-2} de α.

b. Étudier le sens de variation de f sur l'intervalle $]-1\,;\ +\infty[$.

c. Calculer la valeur exacte de $f(\alpha)$ et sa valeur décimale arrondie à 10^{-2}.

3. Dresser le tableau de variations de f.

4. a. Calculer les coefficients directeurs des tangentes (T_1) et (T_2) à la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ aux points d'abscisses respectives 0 et $\mathrm{e}-1$.

b. Tracer les tangentes (T_1) et (T_2) et la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$ (unité graphique : 5 centimètres).

Partie C : calcul d'une aire

1. Soit G la fonction définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ par :

$$G(x) = \frac{1}{4}(x+1)^2[\ln(x+1)-1].$$

Vérifier que G est une primitive de la fonction qui, à x, associe $(x+1)\ln(x+1)$.
En déduire une primitive F de f.

2. On désigne par $(\mathscr{P})$ la partie du plan délimitée par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la courbe $\left(\mathscr{C}_f\right)$.

a. Représenter $(\mathscr{P})$ sur la figure précédente en utilisant des hachures.

b. Calculer la valeur exacte de l'aire de la partie hachurée, en cm^2.
Donner sa valeur décimale arrondie à 10^{-2}.

Baccalauréat STI Antilles juin 2000
Génie électronique, électrotechnique, optique

Durée : 4 heures Coefficient : 4

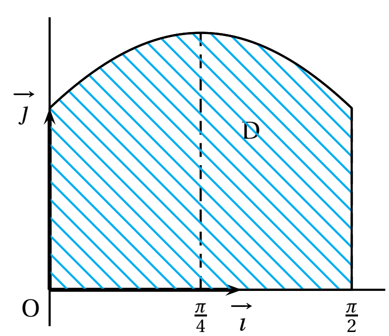
EXERCICE 1 **4 points**

On note i le nombre complexe de module 1 et dont un argument est $\dfrac{\pi}{2}$.
Soient les nombres complexes z_1 et z_2 tels que $z_1 = \sqrt{2} + \mathrm{i}\sqrt{6}$ et $z_2 = 2 - 2\mathrm{i}$.

1. **a.** Calculer le module et un argument de chacun des deux nombres complexes z_1 et z_2.
   b. Écrire le quotient $\dfrac{z_1}{z_2}$ sous la forme $r\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ où r est un nombre réel strictement positif et θ un nombre réel.
2. $\mathscr{P}$ est le plan muni d'un repère orthonormal direct $\left(\mathrm{O}~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$ d'unité graphique 2 cm dans lequel les points M_1 et M_2 sont les points d'affixes respectives z_1 et z_2.
   Dans ce plan :
   a. placer les points M_1 et M_2 ;
   b. montrer qu'il existe une rotation de centre O qui transforme M_2 en M_1.
   Donner une mesure, en radian, de l'angle de cette rotation.
3. **a.** En utilisant les formes algébriques de z_1 et de z_2 données dans l'énoncé, écrire le quotient $\dfrac{z_1}{z_2}$ sous forme algébrique.
   b. Déduire des résultats précédents les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$.

EXERCICE 2 **4 points**

1. **a.** Résoudre l'équation différentielle $y'' + y = 0$, où y désigne une fonction définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$ et où y'' désigne la fonction dérivée seconde de la fonction y.
   b. Déterminer la solution particulière f de cette équation différentielle vérifiant $f(0) = 1$ et $f'\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 0$. ($f'$ désigne la fonction dérivée de la fonction f.)
2. L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath},~\vec{k}\right)$ d'unité graphique 4 cm.
   Le but de cette question est de calculer le volume V engendré par la rotation, autour de l'axe des abscisses, du domaine D hachuré sur le dessin ci-dessous :



Dans le plan rapporté au repère $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ le domaine D est limité par :

- la courbe représentative de la fonction f trouvée à la question précédente ;
- l'axe des abscisses ;

- l'axe des ordonnées;
- la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point de coordonnées $\left(\frac{\pi}{2}\ ;\ 0\right)$.

a. Montrer que, pour tout x réel :

$$[f(x)]^2 = 1 + \sin(2x).$$

b. Sachant que :

$$\mathrm{V} = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x)]^2\,\mathrm{d}x,$$

calculer la valeur exacte de V en unité de volume.

c. Donner la valeur de V arrondie au mm^3. (Exprimer le résultat en cm^3.)

PROBLÈME **12 points**

Dans ce problème :

- I désigne l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$;
- f désigne la fonction définie, pour tout x de l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^{2x}}{\mathrm{e}^x - 1};$$

- f' désigne la fonction dérivée de la fonction f;
- $\mathscr{C}_f$ désigne la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthogonal $(\mathrm{O}x,\ \mathrm{O}y)$ d'unités graphiques 4 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

Partie A

1. a. Vérifier que, pour tout x de l'intervalle I :

$$f(x) = \mathrm{e}^x + 1 + \frac{1}{\mathrm{e}^x - 1}.$$

b. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$, et la limite de $f(x)$ quand x tend vers 0.

En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe $\mathscr{C}_f$.

2. a. Vérifier que, pour tout x de l'intervalle I :

$$f'(x) = \frac{\mathrm{e}^{2x}\left(\mathrm{e}^x - 2\right)}{\left(\mathrm{e}^x - 1\right)^2}.$$

b. Étudier, pour tout x de l'intervalle I, le signe de $f'(x)$.

En déduire le sens de variations de la fonction f et que, pour tout x de l'intervalle I, $f(x) > 0$.

3. a. Résoudre, dans l'intervalle I, l'équation, d'inconnue x, $f(x) = \frac{9}{2}$.

b. Déduire, du résultat obtenu à la question précédente, les coordonnées des points A et B, points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite dont une équation est $y = \frac{9}{2}$.

(A est le point d'intersection dont l'abscisse est la plus petite.)

Partie B

Soit la fonction g définie, pour tout x de l'intervalle I, par :

$$g(x) = \mathrm{e}^x + 1.$$

On note $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de la fonction g dans le plan rapporté au repère $(\mathrm{O}x, \mathrm{O}y)$.
$\mathscr{C}_g$ est donnée sur le graphique ci-après.
On note h la fonction définie, pour tout x de l'intervalle I, par :

$$h(x) = f(x) - g(x).$$

1. **a.** Étudier, pour tout x de l'intervalle I, le signe de $h(x)$; en déduire la position de la courbe $\mathscr{C}_f$, par rapport à la courbe $\mathscr{C}_g$.

   b. Résoudre dans l'intervalle I, l'inéquation, d'inconnue x, $h(x) \leqslant 0,05$.
   On admet que deux points du plan de même abscisse sont indiscernables sur un dessin dès que la différence de leurs ordonnées a une valeur absolue inférieure à $0,05$.
   Déterminer un demi-plan dans lequel les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ sont indiscernables.

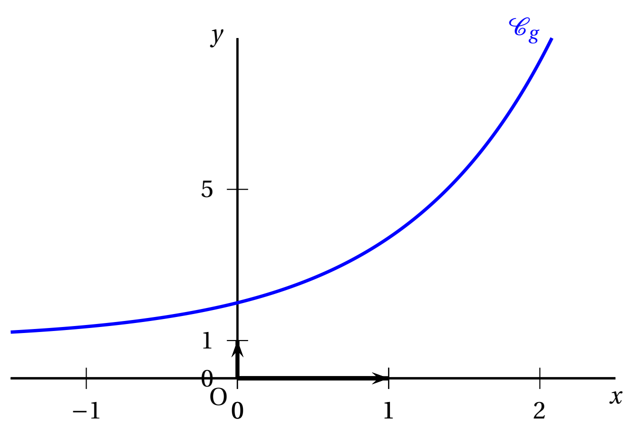
   c. Tracer, avec soin, la courbe $\mathscr{C}_f$ sur le graphique ci-après.

2. Montrer que, pour tout x de I :

$$h(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x - 1} - 1\ .$$

   En déduire une fonction primitive de h sur I.

3. Calculer l'aire S de la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}_f$, la courbe $\mathscr{C}_g$ et les droites d'équations respectives $x = \ln 2$ et $x = \ln 3$.
   (Exprimer le résultat en cm^2.)



Baccalauréat STI Métropole juin 2000
Génie électrotechnique, électronique, optique

Durée : 4 heures Coefficient : 4

EXERCICE 1 **4 points**

Un test d'aptitude consiste à poser à chaque candidat une série de quatre questions indépendantes.
Pour chacune d'elles, deux réponses sont proposées dont une et une seule est correcte.
Un candidat répond chaque fois au hasard (on suppose donc l'équiprobabilité des réponses).

1. On note V une réponse correcte et F une réponse incorrecte : VFFV signifie que la première et la quatrième réponse sont correctes et la deuxième et la troisième sont incorrectes.
Établir la liste des seize résultats possibles (que l'on pourra présenter à l'aide d'un arbre).

2. Quelle est la probabilité pour que le candidat donne la bonne réponse :

a. à la première question posée ?

b. à une seule des questions posées ?

c. aux quatre questions posées ?

3. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de réponses correctes données par le candidat.

a. Donner les différentes valeurs prises par X.

b. Donner la loi de probabilité de X.

c. Calculer l'espérance mathématique de X.

4. Un candidat sera reconnu apte s'il donne au moins trois réponses correctes. Quelle est la probabilité qu'un candidat répondant au hasard soit reconnu apte ?

EXERCICE 2 **4 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O} ; \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

On considère les nombres complexes $z_{\text{A}} = 5-5\text{i}$ et z_{B} de module égal à $5\sqrt{2}$ et d'argument égal à $-\dfrac{7\pi}{12}$, d'images respectives A et B.

1. a. Placer le point A.

b. Calculer le module et un argument de z_{A}.

2. Soit la fonction f de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par $f(z) = z\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{3}}$.

a. Quelle est la transformation géométrique associée à f.

b. Montrer par le calcul que $f\left(z_{\text{A}}\right) = z_{\text{B}}$.

c. En déduire la construction de B (on laissera les traits de la construction).

3. a. Exprimer $\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{3}}$ sous forme algébrique.

b. Calculer $f\left(z_{\text{A}}\right)$ sous forme algébrique.

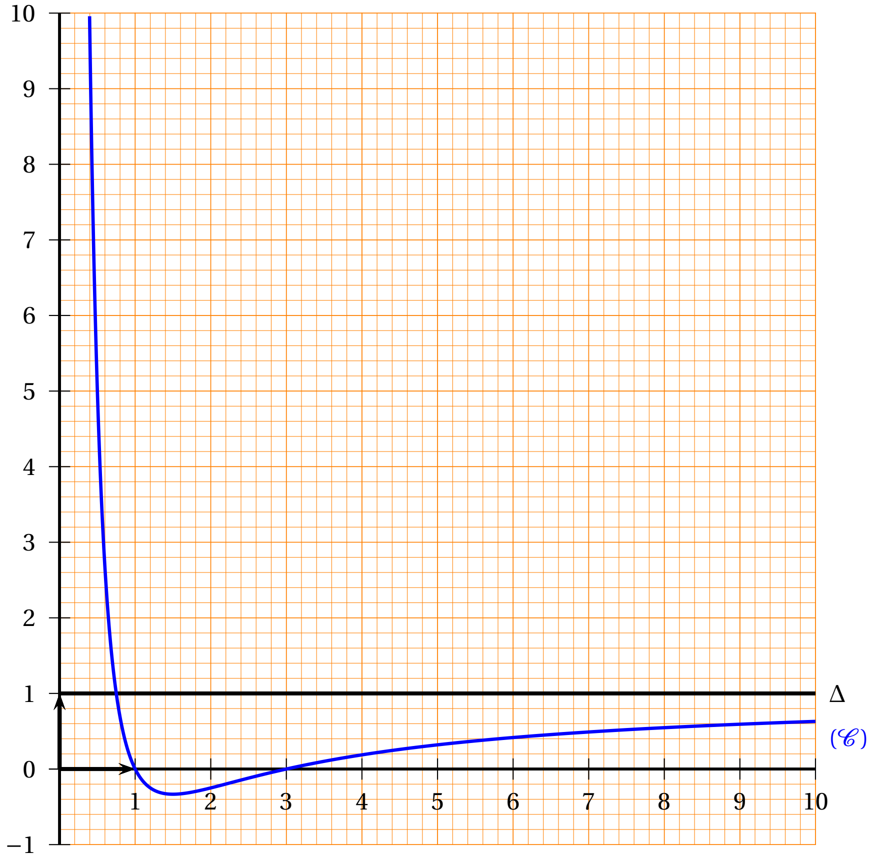
c. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{-7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{-7\pi}{12}\right)$.

PROBLÈME **12 points**

Les trois parties du problème peuvent être traitées séparément.

Partie A : Exploitation d'un graphique

On considère la fonction g définie sur $]0~;~+\infty[$, dont la représentation graphique $(\mathscr{C})$ obtenue sur l'écran d'une calculatrice est donnée sur la figure (1) ci-dessous.



On précise que la courbe $(\mathscr{C})$ ne coupe l'axe des abscisses qu'en deux points et qu'elle admet l'axe des ordonnées et la droite (Δ) qui est parallèle à l'axe des abscisses comme asymptotes :
I À partir de cette représentation graphique :

1. déterminer :
   a. la limite de $g(x)$ lorsque x tend vers 0;
   b. la limite de $g(x)$ lorsque x tend vers l'infini.
2. dresser un tableau donnant le signe de $g(x)$ lorsque x décrit l'intervalle $]0~;~+\infty[$.

II On admet que : $g(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x^2}$ où $a,~b$ et c sont trois nombres réels.

1. En calculant la limite de $\dfrac{ax^2 + bx + c}{x^2}$ lorsque x tend vers l'infini, montrer que $a = 1$.
2. Lire $g(1)$ et $g(3)$ sur le graphique et en déduire un système de deux équations permettant d'obtenir b et c.
3. Résoudre ce système et exprimer $g(x)$ en remplaçant $a,~b$ et c par leurs valeurs.

Partie B : étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = -\frac{3}{x} - 4\ln x + x.$$

1. **a.** En mettant x en facteur dans l'expression de $f(x)$, montrer que la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$ est égale à $+\infty$.

   b. En mettant $\frac{1}{x}$ en facteur dans l'expression de $f(x)$, montrer que la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 0 est égale à $-\infty$. (On rappelle que $\lim\limits_{x\to 0}(x\ln x) = 0$.)

2. **a.** Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = g(x)$.

   b. Utiliser les résultats de la **partie A** pour en déduire le tableau de variation de f.

   c. Calculer les valeurs exactes de $f(1)$ et $f(3)$.

II En utilisant le tableau de variations de f, justifier que l'équation $f(x) = 0$

1. **a.** n'admet pas de solution dans l'intervalle $]0~;~3[$,

   b. admet une solution unique, notée x_0 dans l'intervalle $[3~;~10]$,

   c. n'admet pas de solution dans l'intervalle $]10~;~+\infty[$.

2. Compléter le tableau (document à rendre avec votre copie) et en déduire un encadrement d'amplitude 10^{-2} de x_0.

Partie C : Calcul d'aires

1. Montrer que $f(\sqrt{3}) = -2\ln 3$ (détailler les calculs sur votre copie).

2. Le tracé de la courbe $(\mathscr{C})$ représentant g dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ est donné sur la figure (2). (Document à rendre avec votre copie).

   a. Soit D le domaine compris entre l'axe des abscisses et la courbe $(\mathscr{C})$ d'une part et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = 3$ d'autre part.
   Calculer la valeur exacte de son aire A exprimée en unités d'aires. (On rappelle que $g = f'$).

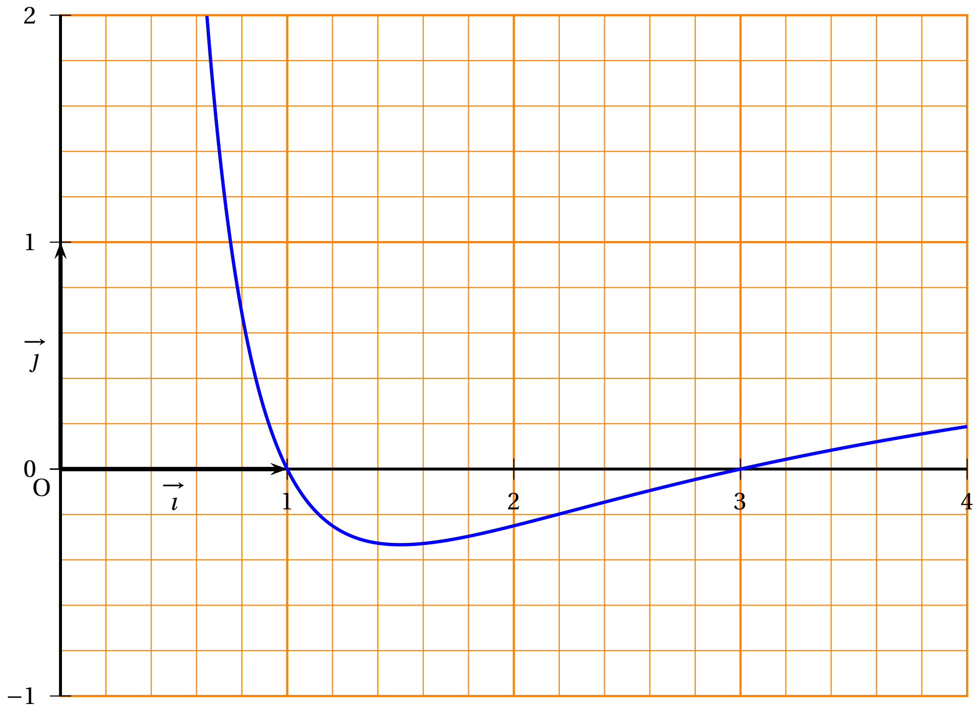
   b. Tracer la droite (L) d'équation $x = \sqrt{3}$ et montrer qu'elle partage le domaine D en deux domaines d'aires égales.

DOCUMENT À RENDRE AVEC LA COPIE

Tableau à compléter (partie B 2)

x	9,15	9,16	9,17	9,18	9,19	9,20	9,21	9,22	9,23	9,24	9,25
$f(x)$											

Figure 2



Baccalauréat STI Métropole septembre 2000
Génie électronique, électrotechnique, optique

EXERCICE 1 **5 points**

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation

$$z^2 - 6z + 12 = 0.$$

2. a. Dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm, placer les points A et B images respectives des nombres complexes $z_{\text{A}} = 3 + \text{i}\sqrt{3}$ et $z_{\text{B}} = \overline{z_{\text{A}}}$ où $\overline{z_{\text{A}}}$ désigne le nombre complexe conjugué de z_{A}.
   b. Écrire z_{A} et z_{B} sous la forme $r\text{e}^{\text{i}\theta}$ avec $r > 0$ et θ réel.
3. a. Calculer $\dfrac{z_{\text{A}}}{z_{\text{B}}}$.
   b. En déduire que $z_{\text{B}} = z_{\text{A}}\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{3}}$ et interpréter géométriquement ce résultat.
4. On pose : $z' = z - 2 + \text{i}\sqrt{3}$. On note T la transformation géométrique du plan qui à tout point d'affixe z associe le point d'affixe z'.
   a. Caractériser cette transformation T.
   b. Calculer l'affixe z_{D} de l'image D du point A par cette transformation.
   c. Calculer l'affixe du point C tel que ABCD soit un parallélogramme.
   d. Compléter la figure en plaçant C et D.

EXERCICE 2 **4 points**

Soient I et J les intégrales définies par :

$$\text{I} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{e}^{-x}\sin x\,\text{d}x \qquad \text{et} \qquad \text{J} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{e}^{-x}\cos x\,\text{d}x.$$

1. Soit f et u les fonctions définies sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = \text{e}^{-x}(\cos x - \sin x) \qquad \text{et} \qquad u(x) = \text{e}^{-x}\sin x.$$

   a. Montrer que u est une primitive de f.
   b. En déduire la valeur exacte de l'intégrale $\text{K} = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,\text{d}x$.
2. a. Déterminer $f'(x)$ où f' désigne la fonction dérivée de f.
   b. En déduire la valeur exacte de l'intégrale J.
3. a. Déterminer une relation entre I, J et K.
   b. En déduire la valeur exacte de l'intégrale I.

PROBLÈME **11 points**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(x^2 + x + 2\right)\text{e}^{\frac{x}{2}}.$$

Soit $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$, unité : 2 cm.

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$.
   b. En remarquant que :

$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}\right) x^2 \mathrm{e}^{\frac{x}{2}}.$$

   et en admettant que $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(x^2 \mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\right) = 0$, déterminer la limite de f en $-\infty$. Que peut-on en déduire pour $(\mathscr{C})$?

2. **a.** Calculer $f'(x)$. Montrer que :

$$f'(x) = \frac{1}{2}\left(x^2 + 5x + 4\right) \mathrm{e}^{\frac{x}{2}}.$$

   b. Étudier le signe de $f'(x)$.
   En déduire le tableau de variations de f.

3. Déterminer une équation de la droite (D), tangente à $(\mathscr{C})$ en son point d'abscisse -2.
4. Recopier et compléter le tableau de valeurs :

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	0,5	1
$f(x)$										

   Les valeurs de $f(x)$ seront arrondies avec deux décimales.
   Représenter (D) puis $(\mathscr{C})$ dans le repère $\left(\mathrm{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

5. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = \left(ax^2 + bx + c\right) \mathrm{e}^{\frac{x}{2}},$$

   où a, b et c sont des constantes réelles.
   Calculer $g'(x)$. Déterminer les nombres a, b et c pour que g soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

6. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[-4\,;\,0]$.

Baccalauréat STI Antilles–Guyane juin 2000
Génie mécanique (B, C, D, E), des matériaux

Durée : 4 heures — Coefficient : 4

EXERCICE 1 — **4 points**

Une enquête a été effectuée auprès de 450 jeunes titulaires d'un baccalauréat d'enseignement général ou technique, 3 ans après l'obtention de leur diplôme :

- 20 % sont titulaires d'un bac STI ;
- le tiers des 450 jeunes interrogés ont un emploi ;
- 220 continuent leurs études ; parmi eux, 15 % sont titulaires d'un bac STI ;
- 95 % de ceux qui sont au chômage sont titulaires d'un bac autre que STI.

1. Recopier et compléter le tableau des effectifs suivant :

Situation / Nature du Bac	Ont un emploi	Continuent leurs études	Sont au chômage	Total
Bac STI				
Autre Bac				
Total		220		450

2. Dans cette question, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
On choisit un jeune au hasard parmi les 450 interrogés.

a. Calculer les probabilités des évènements suivants :
A : « le jeune a un bac STI » ;
B : « le jeune continue ses études ».

b. Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$.
Déterminer la probabilité de l'évènement $A \cup B$.

c. Définir par une phrase l'évènement $A \cup B$.
Déterminer la probabilité de l'évènement $A \cup B$.

d. le jeune choisi au hasard est titulaire du bac STI. Quelle est la probabilité p pour qu'il ait un emploi ?

EXERCICE 2 — **4 points**

le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$ d'unité graphique 2 cm.
On désigne par A le point d'affixe $Z_{\text{A}} = 2 + \text{i}\sqrt{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :

$$z^2 + 2\sqrt{2}z + 6 = 0.$$

On appelle z_{B} la solution de cette équation dont la partie imaginaire est positive.
Placer dans le plan complexe les points A et B d'affixes respectives Z_{A} et Z_{B}.

2. Montrer que les points A et B appartiennent au cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon $\sqrt{6}$.

3. Soient I, J et K les points d'affixes respectives z_{I}, z_{J} et z_{K} telles que :

- $z_{\text{I}} = 2\text{i}$;
- z_{J} est le nombre complexe de module 2 et d'argument $\dfrac{3\pi}{4}$;
- $z_{\text{K}} = -z_{\text{J}}$.

a. Donner la forme algébrique de z_J.

b. Placer les points I, J et K dans le plan complexe.
Quelle est la nature du triangle IJK ? Justifier.
Donner le rayon du cercle ($\mathscr{C}'$) circonscrit au triangle IJK.

4. Soit E l'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie la relation :

$$2 < |z| < \sqrt{6}.$$

a. Tracer les cercles ($\mathscr{C}$) et ($\mathscr{C}'$).

b. Représenter l'ensemble E sur le graphique précédent à l'aide de hachures.
Justifier.

PROBLÈME **12 points**

le but de ce problème est d'étudier la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -\mathrm{e}^{2x} + 4\mathrm{e}^{x} - \frac{7}{4}.$$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 2 cm).

Partie A - Résolution d'une inéquation

1. Résoudre, dans l'ensemble des nombres réels, l'inéquation d'inconnue y :

$$-y^2 + 4y - \frac{7}{4} \geqslant 0$$

2. Déduire de la question précédente que l'ensemble des nombres réels x tels que $-\mathrm{e}^{2x} + 4\mathrm{e}^{x} - \frac{7}{4}$ est positif ou nul est l'intervalle $\left[-\ln 2\,;\,\ln\frac{7}{2}\right]$.
(On pourra poser : $\mathrm{e}^{x} = y$.)

Partie B - Étude de la fonction f et tracé de sa courbe représentative

1. a. Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $-\infty$.
En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet une asymptote Δ dont on donnera une équation.

b. Montrer que :

$$f(x) = \mathrm{e}^{x}\left(-\mathrm{e}^{x} + 4 - \frac{4}{4\mathrm{e}^{x}}\right).$$

En déduire la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

2. a. Calculer la dérivée f' de la fonction f. Montrer que $f'(\ln 2) = 0$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ pour x élément de $\mathbb{R}$ et en déduire le tableau de variations de f.

3. a. Calculer les coordonnées de E, point d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de l'axe des ordonnées.

b. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ en ce point.

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous en donnant pour $f(x)$, lorsque c'est nécessaire, des valeurs décimales arrondies à 10^{-2} près.

x	-4	-2	-1	0	$\ln 2$	1	$\frac{3}{2}$
$f(x)$							

5. Tracer avec précision la tangente T et la courbe $\mathscr{C}$.

Partie C - Calcul d'aire

1. Déterminer une primitive F de la fonction f.
2. À l'aide de la partie A, étudier la position de la courbe $\mathscr{C}$ par rapport à l'axe des abscisses.
   Préciser les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de l'axe des abscisses.
3. On note $\mathscr{A}$ l'aire, exprimée en cm^2, de la portion du plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$ et l'axe des abscisses.
   Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}$, puis en donner une approximation décimale à 10^{-2} près.

∽ Baccalauréat STI Métropole juin 2000 ∾
Génie mécanique (B, C, D, E), des matériaux

Durée : 4 heures — Coefficient : 4

EXERCICE 1 — **5 points**

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation suivante :

$$z^2 - 2z + 4 = 0.$$

On appellera z_1 la solution dont la partie imaginaire est positive et z_2 l'autre solution.

2. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O} ; \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité graphique 2 cm.
On appelle A_0, A_1 et A_2 les points d'affixes respectives

$$z_0 = 3 + \text{i}\sqrt{3} \quad ; \quad z_1 = 1 + \text{i}\sqrt{3} \quad ; \quad z_2 = 1 - \text{i}\sqrt{3}.$$

   a. Placer les points A_0, A_1 et A_2 dans le plan complexe.

   b. Démontrer que le triangle $\text{A}_0\text{A}_1\text{A}_2$ est rectangle.

   c. En déduire le centre et le rayon du cercle Γ passant par A_0, A_1 et A_2.

EXERCICE 2 — **5 points**

Pour imiter la Française des jeux, un particulier crée un jeu de loterie instantanée pour lequel 500 tickets ont été imprimés.
Les tickets gagnants se répartissent de la manière suivante :

Nombre de tickets	Somme en francs gagnée par ces tickets
1	1 000
4	200
5	100
90	10

1. Calculer la probabilité qu'un ticket tiré au hasard soit un ticket gagnant.
2. Le prix de vente du ticket est de 10 francs.
On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque ticket, associe son gain (en tenant compte des 10 francs d'achat : à chaque ticket gagnant 100 F, X associe ainsi 90 F).

   a. Déterminer toutes les valeurs prises par X.

   b. Calculer la probabilité de l'évènement $X = -10$.

   c. Déterminer la loi de probabilité associée à X.

   d. Calculer et interpréter l'espérance de X.

PROBLÈME — **10 points**

Partie A - étude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]1\ ;\ +\infty[$ par

$$g(x) = 1 - \frac{x-1}{\text{e}^x}.$$

1. Déterminer la valeur exacte de $g(2)$.

2. Calculer la limite de la fonction g en 1.

3. a. En remarquant que :

$$g(x) = 1 - \frac{x}{\mathrm{e}^x} + \frac{1}{\mathrm{e}^x},$$

calculer la limite de la fonction g en $+\infty$.

b. Déduire de **3. a.** que la courbe représentative de la fonction g admet une asymptote horizontale en $+\infty$, dont on précisera une équation.

4. a. On note g' la fonction dérivée de la fonction g. Calculer $g'(x)$.

b. Étudier le signe de $g'(x)$ sur $]1\ ;\ +\infty[$.

c. Dresser le tableau de variations de g.

d. En déduire le signe de $g(x)$ sur $]1\ ;\ +\infty[$.
(On ne demande pas de tracer la courbe représentative de la fonction g).

Partie B - étude d'une fonction et tracé de sa courbe représentative

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]1\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{\mathrm{e}^x} - \frac{1}{\mathrm{e}^2} + \ln(x-1).$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, d'unité graphique 5 cm.

1. a. Calculer la limite de la fonction f en 1.
En déduire l'existence d'une asymptote Δ à la courbe $\mathscr{C}$, dont on précisera une équation.

b. Calculer la limite de f en $+\infty$.

2. a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$.

b. Montrer que $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x-1}$.

c. En déduire le sens de variations de f sur $]1\ ;\ +\infty[$. Dresser le tableau de variations de f.

3. a. Calculer $f(2)$.

b. Tracer la droite Δ et la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère défini précédemment.

Partie C - Calcul d'aire

On considère la fonction numérique F de la variable réelle x définie sur $]1\ ;\ +\infty[$ par :

$$F(x) = -\frac{1}{\mathrm{e}^x} + (x-1)\ln(x-1) - \left(1 + \frac{1}{\mathrm{e}^2}\right)x.$$

1. Montrer que F est une primitive de f sur $]1\ ;\ +\infty[$.

2. a. On désigne par $\mathscr{A}$ l'aire en cm^2 de la partie de plan limitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = 2$ et $x = 3$.
Déterminer la valeur exacte de $\mathscr{A}$.

b. Donner une valeur de $\mathscr{A}$ en cm^2 à 10^{-2} près.

∽ Baccalauréat STI Métropole septembre 2000 ∾
Génie des matériaux, mécanique

EXERCICE 1 **4 points**

On considère l'équation différentielle

$$(E): \quad 16y'' + y = 0,$$

dans laquelle l'inconnue y est une fonction de la variable réelle x, définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, et y'' la dérivée seconde de y.

1. Résoudre l'équation différentielle (E).
2. Déterminer la solution particulière g de (E) telle que :

$$g(0) = -\sqrt{3} \quad \text{et} \quad g'(\pi) = \frac{\sqrt{2}}{8}\left(\sqrt{3}+1\right).$$

3. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$ on a : $g(x) = 2\sin\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{3}\right)$.
4. Résoudre dans $[0\,;\,8\pi[$ l'équation : $g(x) = 1$.

EXERCICE 2 **4 points**

Le plan complexe P est rapporté au repère orthonormal direct $\left(\text{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$, d'unité graphique 1 cm.

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Résoudre, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation :

$$z^3 - 12z^2 + 48z = 0.$$

2. Soient A et B les points du plan d'affixes respectives z_{A} et z_{B} telles que :

$$z_{\text{A}} = 6 + 2\text{i}\sqrt{3} \quad \text{et} \quad z_{\text{B}} = 6 - 2\text{i}\sqrt{3}.$$

   a. Placer A et B dans le plan.
   b. Calculer le module et un argument de z_{A} et z_{B}.
   c. Démontrer que le triangle OAB est équilatéral.
   d. Soit Ω le point d'affixe 4.
   Démontrer que les points O, A et B se trouvent sur un cercle (Γ) de centre Ω.

PROBLÈME **12 points**

Partie A

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $\text{I} =]0\,;\,+\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 - 2\ln x.$$

1. Étudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variations.
   (On ne demande pas de calculer les limites aux bornes de I.)
2. En déduire que pour tout nombre réel x strictement positif : $g(x) > 0$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle I par :

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} + \frac{1 + \ln x}{x}.$$

On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. a. Étudier la limite de f en 0 et en déduire l'existence d'une asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$.

b. En remarquant que $f(x)$ peut s'écrire :

$$f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}.$$

étudier la limite de f en $+\infty$.

2. a. Montrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle I, $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2x^2}$.

b. Déduire de la Partie A le signe de $f'(x)$, puis le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle I.

c. Dresser le tableau de variations de f.

3. Soit (D) la droite d'équation : $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{3}{2}$.

a. Montrer que la droite (D) est asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$.

b. Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection de la courbe $(\mathscr{C})$ et de la droite (D).

c. Sur l'intervalle I, déterminer la position de la courbe $(\mathscr{C})$ par rapport à la droite (D).

4. Construire avec soin, dans le repère $\left(\text{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$, la droite (D) et la courbe $(\mathscr{C})$.

Partie C

On considère la fonction h définie sur l'intervalle I par :

$$h(x) = \frac{1 + \ln x}{x}.$$

1. En remarquant que $h(x)$ est de la forme $u'(x)u(x)$, déterminer une primitive de la fonction h.

2. On considère la partie du plan limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite (D) et les droites d'équation : $x = \dfrac{1}{\text{e}}$ et $x = \text{e}^2$.

Hachurer cette partie de plan, puis calculer son aire en cm^2.