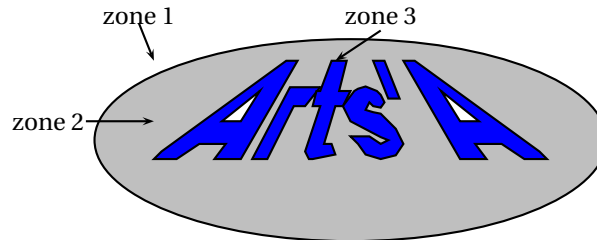


Baccalauréat STI Arts appliqués Antilles-Guyane juin 2010

EXERCICE 1

8 points

Un patron de PME souhaite un logo pour son entreprise. Celui qu'il a choisi est rectangulaire et une ellipse est inscrite dans le rectangle. Le nom de son entreprise sera placé à l'intérieur de l'ellipse.



Partie A Coloriage du logo

Ce logo délimite trois zones à colorier : Le fond rectangulaire (zone 1), l'intérieur de l'ellipse (zone 2) et le nom de l'entreprise composé de lettres d'une même couleur (zone 3). Pour colorier ces trois zones, on utilise deux ou trois des couleurs suivantes : le jaune, le noir et le rouge. Deux zones voisines doivent être de couleurs différentes : la zone 1 a donc une couleur différente de la zone 2 qui, elle-même, a une couleur différente de la zone 3.

- Montrer qu'il y a douze façons de colorier le logo.
On pourra utiliser un arbre de dénombrement.
- On choisit un des douze coloriages au hasard. En supposant l'équiprobabilité dans le choix des couleurs, déterminer la probabilité des événements suivants :

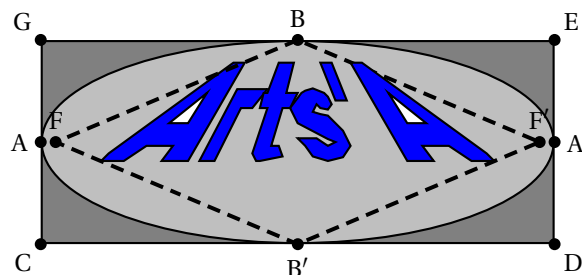
A : « Le nom de l'entreprise est en rouge »

B : « Le fond rectangulaire et le nom de l'entreprise sont de la même couleur »

On donnera tous les résultats sous forme de fractions irréductibles.

Partie B

L'ellipse de sommets A, A', B et B' et de foyers F et F' est inscrite dans le rectangle CDEG. La taille des lettres et leur position sont telles que le nom de l'entreprise « Arts' A » est entièrement contenu dans le losange BFB'F' qui a pour sommets B, B' et les deux foyers F et F' de l'ellipse.



Dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'origine O, l'ellipse a pour équation cartésienne :

$$\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$$

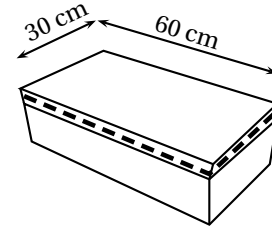
- Déterminer les dimensions du rectangle CDEG ainsi que les coordonnées des foyers F et F'.
- Calculer l'aire du losange (qui est la partie réservée à l'inscription du nom de l'entreprise) en unités d'aires.

On rappelle que l'aire d'un losange dont les diagonales ont pour mesures respectives ℓ et L est égale à $\frac{\ell \times L}{2}$.

PROBLÈME**12 points**

Sur l'ensemble des 4 rebords rectangulaires d'un couvercle de boîte ayant 60 cm de long, 30 cm de large et 3 cm de haut, on veut peindre une frise continue par juxtaposition d'un même motif.

Les parties A et B ont pour objet la construction du motif de cette frise et la partie C porte sur le calcul de l'aire de la frise à peindre.

**PARTIE A**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; 1]$ par :

$$f(x) = 0,5x^2 - 2e^x + 3.$$

On appelle (\mathcal{C}) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal d'unités graphiques 5 cm en abscisses et 2 cm en ordonnées.

1. Calculer la dérivée $f'(x)$. Étudier son signe et donner le tableau des variations de f .
2. Tracer la courbe (\mathcal{C}) .

PARTIE B

On désigne par g la fonction définie sur l'intervalle $[0; 1]$ par :

$$g(x) = 4x - 2e^x + 5.$$

Soit (Γ) sa représentation graphique dans le repère orthogonal défini à la partie A.

1. a. Calculer $g'(x)$ où g' , est la fonction dérivée de g .
b. Résoudre l'équation $g'(x) = 0$.
c. Étudier le signe de $g'(x)$ sur l'intervalle $[0; 1]$ et en déduire le tableau des variations de g .
On donnera la valeur exacte du maximum de g .
2. a. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous (arrondir au centième).

x	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$g(x)$						

- b. Tracer (Γ) dans le même repère que (\mathcal{C}) .

PARTIE C

1. On admet que l'aire de la partie P_1 du plan limitée par les courbes (\mathcal{C}) , (Γ) et par les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$ est égale à : $\int_0^1 [g(x) - f(x)] dx$ (en unités d'aire).
2. Colorier P_1 sur le dessin et, en utilisant les parties A et B, donner la valeur exacte de son aire en cm^2 puis une valeur approchée au mm^2 près.
3. Dessiner la partie P_2 du plan, symétrique de P_1 par rapport à la droite d'équation $x = 1$. Le motif de la frise est la réunion de P_1 et P_2 .
Donner une valeur approchée en cm^2 , arrondie à 10^{-1} , de l'aire de ce motif.
4. Donner une valeur approchée en cm^2 , arrondie au cm^2 , de l'aire de la frise à réaliser sur le couvercle de la boîte.