Baccalauréat STI Arts appliqués – Métropole–La Réunion
21 juin 2010

EXERCICE 1 **8 points**

Partie A

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'origine O, on considère l'ellipse (E) d'équation :

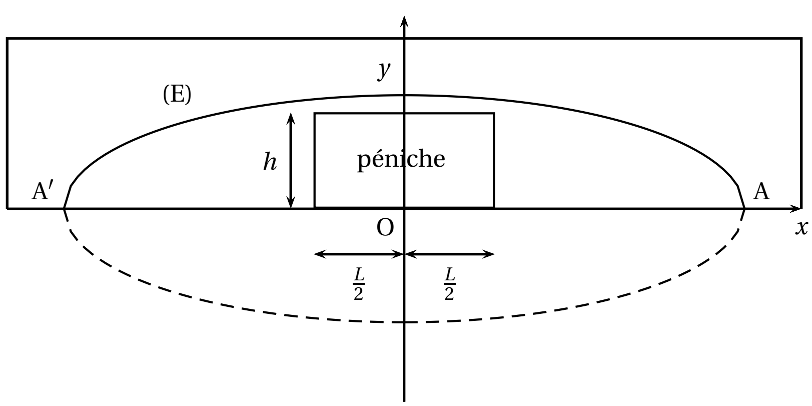
$$x^2 + 9y^2 = 900.$$

1. Déterminer les coordonnées de ses sommets A, A′, B, B′ (A et A′ étant les sommets situés sur le grand axe de l'ellipse).
2. Dans le repère joint en annexe 1, les quatre points marqués. D, G, H, K sont des points de (E). Construire (E) dans ce repère.
3. Tracer dans ce repère la droite d'équation $y = 9$. Elle coupe l'ellipse (E) en deux points C et C′.
   a. Lire les abscisses de ces points, avec la précision permise par le dessin.
   b. Résoudre l'équation : $x^2 + 9^3 = 900$.
   En déduire les valeurs exactes des abscisses des points C et C′.
4. Tracer la droite d'équation $x = 8$. Elle coupe l'ellipse (E) en deux points J et J′.
   a. Lire les ordonnées de ces points, avec la précision permise par le dessin.
   b. Résoudre l'équation : $8^2 + 9y^2 = 900$.
   En déduire les valeurs exactes des ordonnées des points J et J′.

Partie B

L'ellipse (E) définie dans la partie A est la réunion de deux demi-ellipses. La demi-ellipse située au dessus de l'axe des abscisses représente une arche de pont au dessus d'une rivière (unité graphique du repère de l'annexe 1 : 1 carreau pour 1 m). Le segment [AA′] représente la surface de l'eau.

1. Donner en mètres, la largeur AA′ de la rivière et la hauteur OB sous le pont.
2. Une péniche de section rectangulaire, de largeur L et de hauteur h doit passer sous cette arche. (Voir schéma ci-dessous).
   a. Si la péniche fait 9 m de haut. quelle peut être sa largeur maximale à 0,1 m près ?
   b. Si la péniche fait 16 m de large. quelle peut être sa hauteur maximale à 0,1 m près ?



EXERCICE 2 **12 points**

On considère la fonction f définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = 1 + \ln(x+2).$$

1. Soit f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$; étudier son signe et en déduire les variations de f.
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
3. Recopier et compléter le tableau suivant puis tracer la courbe $(\mathscr{C})$ représentant la fonction f dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm. Les valeurs de $f(x)$ seront arrondies au dixième.

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$						

4. On considère la fonction g définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$g(x) = (x+2)\ln(x+2).$$

Vérifier que g est une primitive de f sur $[0~;~+\infty[$.

5. Calculer, en unités d'aire, la valeur exacte de l'aire du domaine plan délimité par $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 5$.
En déduire une valeur approchée de cette aire en cm^2 à 1 mm^2 près.
6. Ce domaine représente à l'échelle $\dfrac{1}{40}$ l'un des deux battants d'un portail.
Quelle est l'aire totale de ce portail en m^2 à 1 cm^2 près ?

Annexe à l'exercice 1