Durée : 4 heures

Baccalauréat STI Polynésie 11 juin 2012
Génie mécanique, énergétique, civil

EXERCICE 1 — 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Les quatre questions sont indépendantes. Pour chaque question, quatre réponses sont proposées, dont une seule est exacte. Le candidat mentionnera le numéro de la question, et la réponse qu'il pense être juste, sans justification.
Une bonne réponse rapporte un point, l'absence de réponse ou une mauvaise réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.

Question 1

Une entreprise fabrique des composants, qui peuvent présenter deux types de défauts :

- 30 % des composants présentent le défaut A;
- 10 % des composants présentent le défaut B;
- la moitié des composants qui présentent le défaut B présentent aussi le défaut A.

On prélève dans la production un composant au hasard, en supposant l'équiprobabilité des tirages.
La probabilité que le composant prélevé ne présente aucun des deux défauts est égale à :

Réponse A : 0,05 **Réponse B** : 0,65 **Réponse C** : 0,5 **Réponse D** : 0,45

Les questions 2, 3, 4 portent sur la situation suivante :

Un jeu se présente sous la forme d'une machine comprenant un carré de neuf cases où sont inscrits des numéros, comme sur le schéma ci-contre. Lorsqu'on actionne la machine, l'une des cases s'allume de façon aléatoire, toutes les cases ayant la même probabilité de s'allumer.
Pour jouer une partie, un joueur mise 1 € et actionne la machine, il reçoit alors un montant en euro égal au numéro de la case qui s'est allumée. Par exemple, si la case portant le numéro 3 s'est allumée, le joueur a misé 1 € et reçoit 3 € donc son gain algébrique est égal à 2 €

2	0	2
0	1	0
0	3	0

Question 2
Un joueur joue une partie. La probabilité que son gain algébrique soit strictement positif est égale à :

Réponse A : 0 **Réponse B** : $\frac{1}{3}$ **Réponse C** : $\frac{2}{3}$ **Réponse D** : 1

Question 3
Un joueur joue une partie. Son gain algébrique moyen, en euro, est égal à :

Réponse A : 0 **Réponse B** : $\frac{1}{9}$ **Réponse C** : $\frac{1}{3}$ **Réponse D** : $-\frac{1}{9}$

Question 4
On veut modifier le numéro placé dans la case centrale (en grisé sur la figure) pour que le gain algébrique moyen du joueur qui joue une partie soit égal à 0. Il faut pour cela placer dans la case centrale le numéro :

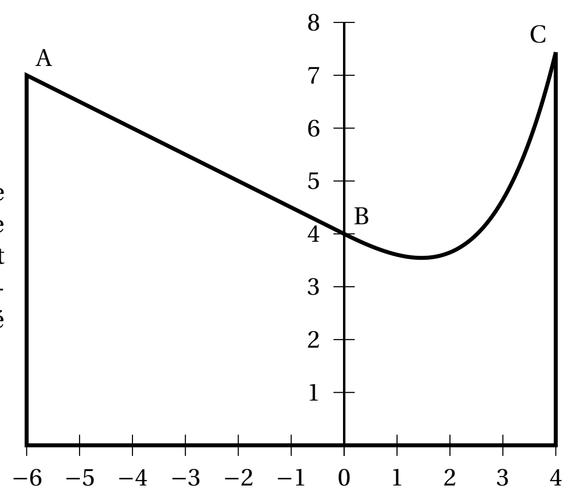
Réponse A : 0 **Réponse B** : 2 **Réponse C** : 4 **Réponse D** : 6

EXERCICE 2 — 5 points

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z^2 - 2z + 2 = 0$. Donner les solutions sous forme algébrique.
2. On note $w = 1 + \text{i}$ et $\text{a} = 2 + \text{i}$, où i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.
   a. On pose $b = a \times w$. Calculer la forme algébrique du nombre complexe b.
   b. On pose $c = \dfrac{a}{w}$. Démontrer que $c = \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}\text{i}$.
   c. Calculer le module de b et le module de c.
3. Le plan est rapporté au repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.
   On note A, B et C les points du plan d'affixes respectives a, b et c.
   a. Faire une figure, dans laquelle on placera les points A, B, C. L'unité graphique est 2 cm.
   b. Calculer la longueur BC.
   c. Quelle est la nature du triangle OBC ? Justifier la réponse.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
   Démontrer que la droite (OA) est une bissectrice du triangle OBC.

PROBLÈME **11 points**

L'organisateur d'une compétition de skateboard souhaite construire une piste dont le profil dans un plan est schématisé ci-contre dans un repère orthonormal, en convenant qu'une unité dans le repère correspond à 1 mètre.



Sur ce profil, on considère que :

- la piste entre les points A et B est rectiligne, elle est donc modélisée par un segment ;
- la piste entre les points B et C est modélisée par la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,4]$ par : $f(x) = 2 + \left(\dfrac{1}{4}x^2 - x + 2\right)\text{e}^{\frac{x}{4}}$.

Partie A - Modélisation de la piste

Dans le repère, les coordonnées des points A et B sont respectivement $\text{A}(-6\,;\,7)$ et $\text{B}(0\,;\,4)$.

1. **Détermination graphique d'une équation de la droite (AB)**
   La droite (AB) a une équation du type $y = ax + b$, où a et b sont des réels que l'on va déterminer dans cette question.
   a. À partir des données de l'énoncé, donner la valeur du nombre b.
   b. En utilisant les coordonnées du point A, déterminer la valeur du nombre a.
2. **Raccordement de la droite (AB) avec la courbe représentative de la fonction f**
   On note f' la dérivée de f et $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère.

a. Démontrer que pour tout nombre réel x : $f'(x) = \dfrac{1}{16}\left(x^2 + 4x - 8\right)\mathrm{e}^{\frac{x}{4}}$.

b. Vérifier que le point B est situé sur la courbe $\mathscr{C}_f$ puis que la droite (AB) est tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point B.

Partie B - Étude de la fonction *f*

1. Étude des variations et du signe de la fonction *f*

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 + 4x - 8 = 0$.

b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$. Préciser les valeurs, arrondies au dixième, du maximum et du minimum de la fonction f sur cet intervalle.

d. En déduire que, pour tout x de l'intervalle $[0\,;\,4]$, $f(x) > 3,5$.

2. Calcul d'une intégrale

Soit F la fonction définie pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,4]$ par :

$$F(x) = 2x + \left(x^2 - 12x + 56\right)\mathrm{e}^{\frac{x}{4}}.$$

a. Démontrer que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,4]$.

b. En déduire la valeur exacte de l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Partie C - Calcul d'une aire plane

Pour déterminer le volume de béton nécessaire à la construction de la piste, l'organisateur doit connaître, sur le profil plan, l'aire de la surface située sous la piste. Pour cela, il découpe cette surface en deux parties.

1. On note O et E les points de coordonnées respectives O$(0\,;\,0)$ et E$(-6\,;\,0)$, et $\mathscr{S}_1$ l'aire en m^2 du quadrilatère ABOE.

a. Quelle est la nature du quadrilatère ABOE ?

b. En déduire la valeur exacte de $\mathscr{S}_1$.

2. On note $\mathscr{S}_2$ l'aire en m^2 de la surface délimitée par la courbe $\mathscr{C}_f$ l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 4$.

Calculer la valeur exacte de $\mathscr{S}_2$, puis sa valeur arrondie au dm^2. En déduire l'aire totale du profil de la piste, en m^2.