Durée : 4 heures

Baccalauréat STI La Réunion juin 2010
Génie électronique, électrotechnique, optique

EXERCICE 1 **5 points**

Le plan complexe $\mathscr{P}$ est muni d'un repère orthonormal $\left(O ; \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm. On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$$z^2 + 4z + 13 = 0.$$

2. Dans le plan complexe $\mathscr{P}$, on considère les points A, B et C d' affixes respectives

$$z_A = -2 - 3i,\ z_B = -2 + 3i \quad \text{et} \quad z_C = 3 - 2i.$$

a. Placer les points A, B et C dans le repère $\left(O ; \vec{u}, \vec{v}\right)$.

b. Écrire $\dfrac{z_C}{z_A}$ sous forme algébrique.

c. En déduire la forme exponentielle de $\dfrac{z_C}{z_A}$.

d. En justifiant, donner la nature du triangle OAC.

3. On désigne par D l'image du point C par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.

a. Construire à la règle et au compas le point D dans le repère $\left(O ; \vec{u}, \vec{v}\right)$.
On laissera apparents les traits de construction.

b. Déterminer, sous forme algébrique, l'affixe z_D du point D.

4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Les points A, B, C et D semblent appartenir à une même figure géométrique. Laquelle ? On justifiera la réponse.

EXERCICE 2 **5 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte.
Chaque bonne réponse rapporte 1 *point et chaque mauvaise réponse enlève* 0,5 *point. Une absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point. Si le total est négatif, la note est ramenée à* 0.
On notera sur la copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie.

Partie A

Dans une entreprise qui fabrique des pièces pour l'horlogerie, on souhaite étudier la conformité d'un type de pièce ayant la forme d'une roue dentée. Deux machines produisent ce type de pièce. Sur chacune des machines, on prélève 200 unités sortant de la chaîne de fabrication et on mesure avec précision le diamètre des roues dentées. On rassemble les résultats dans le tableau suivant :

Diamètre en mm	3,45	3,5	3,55	3,6
Nombre de pièces issues de la machine A	5	184	10	1
Nombre de pièces issues de la machine B	9	173	15	3

Une pièce est dite conforme lorsqu'elle a un diamètre de $3,5$ mm.

1. On tire au hasard une pièce dans le lot issu de la machine A. La probabilité que cette pièce soit conforme est de :

a. 0,8925 **b.** 0,92 **c.** 0,865 **d.** 1,02

2. On tire au hasard une pièce parmi les 400 qui ont été prélevées dans la production.
La probabilité que le diamètre de cette pièce soit supérieur ou égal à 3,5 mm est de :

a. 0,035 **b.** 0,8925 **c.** 0,0725 **d.** 0,965

3. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque pièce mesurée, associe l'écart par rapport à la dimension théorique de 3,5 mm. Le tableau suivant donne la loi de probabilité de cette variable aléatoire.

x_i	$-0,05$	0	0,05	0,1
$P(X = x_i)$	0,035	0,892 5	0,062 5	0,01

L'espérance mathématique de la variable aléatoire X est de :

a. 0,2375 **b.** 2,375 **c.** 0,002 375 **d.** 0,005 875

Partie B

1. Une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' + 3y = 6x + 5$ est :

a. $x \longmapsto \mathrm{e}^{-3x}$ **b.** $x \longmapsto \mathrm{e}^{-3x} + 2x + 1$
c. $x \longmapsto \mathrm{e}^{3x} + 2x + 1$ **d.** $x \longmapsto \mathrm{e}^{-3x} + 2x + 3$

2. Une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y'' + 9y = 0$ est :

a. $x \longmapsto 2\cos(9x) + 5\sin(3x)$ **b.** $x \longmapsto 2\cos(3x) + 5\sin(3x)$
c. $x \longmapsto 2\cos(9x)$ **d.** $x \longmapsto 2\cos(9x) + 5\sin(9x)$

PROBLÈME **10 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$, en prenant pour unité graphique 2 cm.
Sur la **feuille annexe jointe, à rendre avec la copie**, on a tracé la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par :

$$f(x) = a\ln x + \frac{b}{x} + c,$$

où $a,\ b$ et c désignent trois nombres réels.
On a également placé les points A et B de coordonnées respectives $(0\ ;\ \ln 2-2)$ et $(-4\ln 2+8\ ;\ 0)$ dans le repère $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

Partie A

1. **a.** Déterminer graphiquement les valeurs de $f(1)$ et de $f'(1)$.
   b. Sachant que la droite (AB) est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2, calculer $f'(2)$.
2. **a.** Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a et b.
   b. Montrer que a, b et c sont solutions du système $\left\{\begin{array}{rcr} b+c &=& -1\\ a-b &=& 0\\ 2a-b &=& 1\end{array}\right.$.
   c. Calculer a, b et c. En déduire l'expression de $f(x)$.

Partie B

Dans toute la suite du problème, on admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x)=\ln x+\frac{1}{x}-2.$$

1. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
2. On admet que $\displaystyle\lim_{x\to 0} f(x)=+\infty$.
   Interpréter graphiquement ce résultat.
3. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
4. La courbe $\mathscr{C}$ semble couper l'axe des abscisses sur l'intervalle $[6\,;\,7]$.
   Prouver ce résultat, puis donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} de l'abscisse du point d'intersection.

Partie C

On désigne par Γ la courbe représentative de la fonction logarithme népérien dans le repère $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.

1. Déterminer les coordonnées du (ou des) pointes) d'intersection des courbes $\mathscr{C}$ et Γ.
2. Étudier la position relative des courbes $\mathscr{C}$ et Γ.
3. Tracer la courbe Γ sur la feuille annexe, à rendre avec la copie.
4. **a.** Hachurer la partie du plan comprise entre les courbes $\mathscr{C}$, Γ et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=2$.
   b. Calculer la mesure exacte, en unités d'aire, de l'aire $\mathscr{A}$ de la partie hachurée.
   c. En déduire, en cm^2, la mesure arrondie au centième de l'aire $\mathscr{A}$.

Problème

Annexe, à rendre avec la copie