∽ Baccalauréat STI Métropole & La Réunion 16 septembre 2010 ∾
Génie électronique, électrotechnique et optique

EXERCICE 1 **6 points**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée. Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est correcte.
Chaque bonne réponse rapporte 1 point et chaque mauvaise réponse enlève 0,5 point. Une absence de réponse n'enlève ni ne rapporte aucun point. Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.
On notera sur la copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie.

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

	A	B	C
1. Le nombre complexe solution de l'équation $(1+\text{i})z-3+\text{i}=0$ est :	$1-2\text{i}$	$2-\text{i}$	$2-2\text{i}$
2. On considère le nombre complexe z_0 de module 2 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$. Le nombre complexe z_0^{2010} est :	un réel positif	un imaginaire pur	un réel négatif
3. L'écriture exponentielle du nombre complexe $-1+\text{i}$ est :	$\sqrt{2}\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{2}\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{4}}$	$\sqrt{2}\text{e}^{\text{i}\frac{3\pi}{4}}$
4. Si $z_1=2\text{e}^{\text{i}\frac{2\pi}{3}}$ et $z_2=\sqrt{2}\text{e}^{-\text{i}\frac{\pi}{4}}$, alors l'écriture exponentielle de $\dfrac{z_1}{z_2}$ est :	$\sqrt{2}\text{e}^{\text{i}\frac{5\pi}{12}}$	$\sqrt{2}\text{e}^{\text{i}\frac{11\pi}{12}}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}\text{e}^{-\text{i}\frac{11\pi}{12}}$
5. Dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O}~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$, l'image du point M d'affixe $z=-1+\text{i}\sqrt{3}$ par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{6}$ est le point M' d'affixe z' :	$z'=-\sqrt{3}+\text{i}$	$z'=\sqrt{3}+\text{i}$	$z'=\sqrt{3}-\text{i}$
6. Si les points A, B, C ont pour affixes respectives $z_{\text{A}}=3+\text{i}\sqrt{3}$, $z_{\text{B}}=1+\text{i}\sqrt{3}$ et $z_{\text{C}}=1-\text{i}\sqrt{3}$, alors le triangle ABC est :	rectangle	isocèle	équilatéral

EXERCICE 2 **4 points**

Une urne contient 10 boules. Sur chacune d'elles, on a inscrit un nombre suivant le tableau ci-dessous.

Nombre inscrit sur la boule	5	6	10	11	12	13	14
Nombre de boules	1	2	1	3	1	1	1

Un joueur mise 10 €, tire une boule au hasard dans l'urne et reçoit en euros la somme inscrite sur la boule.

1. Le joueur joue une fois : on appelle p_1 la probabilité qu'il perde de l'argent (c'est-à-dire que le nombre inscrit sur la boule soit inférieur à 10) et p_2 la probabilité qu'il ait un gain positif ou nul.
   Calculer p_1 et p_2.
2. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, fait correspondre le « gain » du joueur (une perte est un gain négatif).
   Par exemple : si le joueur tire le nombre 12 son gain est de $+2$; s'il tire le nombre 6 son gain est de -4.

a. Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?

b. Présenter la loi de probabilité de la variable aléatoire X dans un tableau.

c. Calculer l'espérance mathématique, notée $\mathrm{E}(X)$, de la variable aléatoire X.
Que représente $\mathrm{E}(X)$ pour le joueur ?

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*
On souhaite, en changeant le nombre inscrit sur UNE boule et une seule, rendre le jeu équitable. Proposer une solution.

PROBLÈME **10 points**

Partie A

1. Résoudre l'équation différentielle : $y' - 2y = 0$ (E).
2. Déterminer la fonction g, solution particulière de (E), vérifiant $g'(0) = -1$.

Partie B

La courbe fournie sur le **document annexe** représente la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = a\mathrm{e}^{bx}$ où a et b désignent deux nombres réels.
Les points K et F ont pour coordonnées respectives $(0\,;\,3)$ et $(1\,;\,6)$. La droite (KF) est tangente à la courbe au point K.

1. Déterminer le coefficient directeur de la droite (KF).
2. À l'aide des coordonnées du point K et du coefficient directeur trouvé, déterminer les valeurs des nombres réels a et b.

Partie C

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-\infty\,;\,2]$ par :

$$f(x) = 3\mathrm{e}^{x} - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}.$$

On désigne par $\mathscr{C}$ la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées.

1. **a.** Calculer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $-\infty$.

b. En déduire que la courbe $\mathscr{C}$ admet une asymptote dont on donnera une équation.

2. **a.** Calculer $f'(x)$.

b. Vérifier que, pour tout x de l'intervalle $]-\infty\,;\,2]$: $f'(x) = \mathrm{e}^{x}(3 - \mathrm{e}^{x})$.

c. Étudier le signe de $f'(x)$.
En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]-\infty\,;\,2]$.

3. Déterminer le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse $\ln\left(\dfrac{3}{2}\right)$.

4. Déterminer les coordonnées du point B, intersection de la courbe $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.

5. Tracer la tangente (T) et la courbe $\mathscr{C}$, après avoir placé les points A et B.

6. **a.** Hachurer la partie du plan délimitée par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \ln 6$.

b. Calculer en unités d'aire, puis en cm^2, l'aire de la partie hachurée.

7. *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Pour tout nombre réel α inférieur à $\ln 6$, on désigne par $\mathscr{A}(\alpha)$, l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine constitué par l'ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ tels que : $\left\{\begin{array}{ccccc} \alpha & \leqslant & x & \leqslant & \ln 6 \\ 0 & \leqslant & y & \leqslant & f(x) \end{array}\right.$

On admet que : $\mathscr{A}(\alpha) = \left(\dfrac{1}{2}\text{e}^{\alpha} - 3\right)^2$ unités d'aire.

Peut-on obtenir une aire de 8 cm^2 ?

Problème, partie B

Document annexe